İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ NÜKLEER ENERJİ ENSTİTÜSÜ

GENEL YAYINLAR No. 6

NÖTRONLARIN DİFÜZYON TEORİSİ

1. CİLD

Yazan:

Atom Müh., Doç. Dr.
AHMED YÜKSEL ÖZEMRE

(Düzeltilmiş ikinci baskı)

Matbaa Teknisyenleri Basımevi
Divanyolu, Bıçkiyurdu sokak 12
İSTANBUL — 1969

Bu kitabımı, mânevî eğitimimde en

müessir rolü icrâ etmiş olan

İnsân-ı Kâmil

ALİ FUAD RÛHÎ'nin

azîz rûhuna

ve

İnsân-ı Kâmil

SÜLEYMÂN ÇELEBÎ'ye

âcizâne ithaf ediyorum.

MÜELLİFİN ÖNSÖZÜ

Birinci cildini neşrettiğimiz «Nötronların Difüzyon Teorisi», 1961 ve 1962 senelerinde İstanbul Üniversitesi Fen Fakültesi Teorik Fizik Kürsüsünde aynı ad ve İstanbul Teknik Üniversitesi Nükleer Enerji Enstitüsünde de «Reaktör Teorisi II» adı altında vermiş olduğum derslerin derlenip toparlanmasından ibâret ve ilk iki cildi metin, son cildi de metinde sorulmuş olan problemlerin çözümlerini ihtivâ eden 3 ciltlik bir ders kitabı olacaktır.

Bu birinci cild, nötronların homogen ortamlardaki eşitenerjili ve çokguruplu, kararlı ve zamana bağlı difüzyonlarına hasredilmiş olup 18 ders ve 4 de ek ihtivâ etmektedir. Dersler genel olarak 2 ilâ 3 saat içinde izâh olunabilecek tarzda tertiplenmiş olup yalnız belki XII. Ders bu kaideye bir istisnâ teşkil etmektedir.

Bu birinci cildi tâkibedebilmek için Üniversitelerimizde okutulmakta olan Matematik Analiz seviyesinde bir mâlûmata ihtiyaç vardır. Bundan başka cebrik denklem sistemlerinin çözümleri hakkında da bilgi sahibi olmak bilhassa son üç dersin zahmetsizce anlaşılmasında müessir olacaktır. Diğer taraftan kısmî türevli diferansiyel denklemlerde değişkenlerin ayrışımı, dik (ortogonâl) fonksiyon aileleri, dik fonksiyon serilerine açılımlar, DİRAC fonksiyonu ve bunun dik fonksiyonlara açılımı gibi kavramlar metin içinde geliştirilmiş; ihtimâller hesabının elemanter kavramları ile BESSEL denkleminin çözümleri ve, FOURİER ve LAPLACE dönüşümleri hakkında yeteri kadar bilgi de, metnin vahdetini ihlâl etmemek gâyesiyle, müstakil ekler hâlinde kitabın sonunda verilmiş bulunmaktadır.

Kitap, plân ve muhtevâ bakımından klâsik «Nötron Difüzyonu» ve «Reaktör Teorisi» kitaplarından ayrılmaktadır. Plânda göze çarpan en bâriz fark nötronların yavaşlamaları probleminin, eşitenerjili nötronların difüzyon denkleminin çıkarılmasından ve bütün hâller için incelenmesinden sonra ele alınmasıdır. Difüzyon denkleminin incelenmesini yavaşlama probleminden önceye almamıza sebep, gerek matematik ve gerekse fizikî düşünce ve tasvir bakımından difüzyon denklemiyle buna bağlı kavramların nötronların yavaşlama problemindekilere nazaran çok daha az girift olmaları ve bu sıra tâkibedildiğinde talebenin dersleri çok daha kolaylıkla ve bıkmadan tâkibedebilmesidir.

Bundan başka kitap, orijinâllik arzeden şu kısımlarla da bu mevzudaki klâsik kitaplardan ayrılmaktadır: IV. ve IX. Derslerde sonlu bir ortamın etkin çoğalma katsayısının çıkarılışı; VII. Derste zamana bağlı nötron difüzyonunun sınır şartları; IX. Derste geometrik akıbükümün ve kritikliğin târifi, eşitenerjili nötronların zamana bağlı dağılımlarının çıkartılması ve kritik hâlde kararlı nötron dağılımının zamana bağlı dağılımın asimtotik hâli olarak elde edilmesi; gene IX. Derste zamana bağlı nötron akısı için uzatılmış (ekstrapole) uzunluğun B_m^2 maddesel akıbükümüyle B_g^2 geometrik akıbükümüne bağlılığının tesisi; X. Derste zamana bağlı nötron dağılımı için albedo ifâdesinin tesisi ve tamamen yansıtıcıyla çevrili ortamların kritikliğinin hesabı için basit bir metot; XII. Derste $\alpha \neq 0$ ve $\Sigma_a = 0$ hâli için ortaya çıkan bir integrâl denklemin bir tam seri vâsıtasıyla eksplisit çözümü; XIV. Derste hidrojenli ortamlar için yeni bir kritiklik denkleminin tesisi; XVI. Derste çıplak bir çoğaltkan ortamdaki çokguruplu nötron akılarının analitik ifâdelerinin tesisi ve B^2 lerin reelliği meselesinin kalitatif olarak incelenmesi; XVIII. Derste çokguruplu difüzyon teorisinde zamana bağlı difüzyon denkleminin çözümü ve nihayet Ek III de de üretim oranının ifâdesinin tesisi.

Bu arada bilhassa IX. Ders üzerinde biraz durmak istiyoruz. Bu derste, muhtelif ortamlardaki kararlı nötron akılarını tesbit etmek için, önce zamana bağlı difüzyon denklemini göz önüne aldık. Bu denklemin çözümü, herbir terimi birer de eksponansiyel ihtivâ eden, sonsuz bir seri şeklinde elde edilmektedir. Eğer, $B_m^2 = B_g^2$ diye ifâde olunan, kritiklik şartı cârî ise bu sonsuz serideki terimlerden yalnız birincisindeki eksponansiyelin argümenti sıfır olur, diğer eksponansiyellerdeki argümentler de negatif olarak, $t \to \infty$ için nötron akısının nasıl ve niçin kararlı bir dağılıma gittiği açıkça müşahede edilir. Kararlı nötron akısını tâyin için, doğrudan doğruya, t yi ihtivâ etmeyen difüzyon denkleminden hareket edilirse çözüm gene sonsuz bir seri hâlinde olacaktır; bazı kitaplarda bu serinin sâdece ilk teriminin kararlı nötron akısını verdiği söylenmekte olduğundan okuyucu diğer terimlerin ne işe yaradığı sorusuyla karşı karşıya kalmakta ve bu terimlerin tamamen ihmâl edilebilmesi için hiçbir zorunlu hâl müşahade edememektedir. Kitabımızdaki usûl bu türlü istifhamları bertaraf etmekte ve üstelik kritiklik şartının da çok daha hadsî bir târifine vesile olarak maddesel ve geometrik akıbükümler arasında muhtelif hâllerde ne gibi bağıntılar bulunabileceğini ve bunların arasında muhtelif hallerde ne gibi bağıntılar bulunabileceğini ve bunların nelere delâlet ettiğini göstermektedir. Bundan dolayı biz de IX. Derste, muhtelif ortamlarda kararlı nötron akılarını bulmak için zamana bağlı difüzyon denkleminin kritiklik şartı altındaki çözümlerini göz önüne alarak kararlı nötron dağılımına asimtotik olarak erişildiğini her seferinde tebârüz ettirdik.

Kitabı bir ders kitabı olarak düşündüğümüzden dersleri mümkün olduğu kadar müstakil kılmağa gayret ettik; bu arada ihtiyaç duydukça da aynı bir hesabın veyâ târifin muhtelif derslerde tekrarından çekinmedik.

Muhakkak ki kitap birtakım eksiklikler ve uslûp hatâları ihtivâ etmektedir. Kitabın ne dereceye kadar müfîd olacağını, ancak göreceği alâka gösterebilecektir. Bu arada her türlü tavsiye ve kritik ihtarları şükranla karşılayacağımı belirtmek isterim.

Bu kitabı yazarken yardımlarını gördüklerime büyük teşekür borcum vardır. Herşeyden önce böyle bir kitabın yazılmasını ilhâm ettiği ve yazmak gücünü lûtfettiği için ALLAH'a hamdederim. Diğer taraftan azîz eşim, kitabın yazılışı esnâsında yalnız fevkalâde anlayışla büyük bir mânevî destek olmakla kalmamış aynı zamanda baskı provalarını da okumakla büyük yardımda bulunmuştur. Kendisine pekçok medyûn-u şükrânım. Matbaa Teknisyenleri Basımevi, başmürettibi Ömer Beyin ustalığı ve zevk-i selîmi sâyesinde kitabın memleketimizde bir ilim kitabı için pek mûtad olmayan bir temizlik ve intizamda basılmasını gerçekleştirmiştir. Her ikisine de pekçok teşekkürler ederim. Çekmece Nükleer Araştırma Merkezi ressamı Necdet Bey kitabın, ikisi hâriç, bütün resimlerini pek büyük bir mahâretle çizmiş, Fen Fakültesi Genel Fizik Enstitüsü kâtibesi Nurten Hanımla Teorik Fizik Enstitüsü kâtibesi Mansure Hanım da müsveddeleri zamanında ve titizlikle daktilo etmek hususunda büyük nezâket göstermişlerdir. Hepsine burada teşekkürlerimi arzederim. Ve nihayet, kitabı, bütün ağır baskı külfetine rağmen, enstitüsünün yayınları arasına almakta tereddüt etmeyip bir an önce basılabilmesini temin eden İstanbul Teknik Üniversitesi Nükleer Enerji Enstitüsü Direktörü Prof. Nejat Beye de teşekkürü, edâsı zevkli bir borç telâkki etmekteyim.

Kadıköy, 1962 Sonbaharı **Ahmed Yüksel Özemre**

BİRİNCİ BASKININ ÖNSÖZÜ

Dr. Ahmed Yüksel Özemre tarafından hazırlanmış olan «Nötronların Difüzyon Teorisi» isimli bu eseri takdim etmekle iki sebepten dolayı çok bahtiyarım.

İlk olarak, bu kitap hakikaten çok emek sarfı ile ve büyük bir titizlikle hazırlanmış kıymetli bir eserdir. Müellifin ön sözünden daha iyi anlaşılacağı gibi plân ve muhtevâ bakımından klâsik «Reaktör Teorisi» kitaplarından farklıdır. Plânda pedagojik bakımdan daha iyi bir tertip yapılmış ve muhteviyatına orijinallik arzeden bazı kısımlar eklenmiştir.

Bundan başka bir ders kitabı olarak takdim edilmekle beraber mevzuun anlaşılmasına faydalı olabilecek muhtelif kavramlar metin içinde geliştirilmiş veya müstakil ekler halinde kitabın sonunda verilmiştir.

İkinci olarak, 1960 senesinde faaliyete geçmiş bulunan İstanbul Teknik Üniversitesi Nükleer Enerji Enstitüsünün memleketimize faydalı bir teşkilât olmaya başladığını görmekle bahtiyarım. Kısa zamanda organize olan bu enstitü memleketimizde ilk defa Nükleer Enerji alanında üniversite tahsili üzerine tedrisat yapmakla işe başlamıştır. Geçen devre enstitü tedrisatını tamamlamış bulunan öğrencilerin kalitesi teşebbüsün müsbet yolda olduğunu göstermektedir.

Enstitünün kuruluşundaki esas gâye, fazla sayıda öğrenci yetiştirmek olmayıp, bu sahada tedris, araştırma ve neşriyat yapan bir gurubu memleketin müstakbel inkişaflarına karşı hazır bulundurmaktır.

Enstitümüzün muhtelif şekillerdeki neşriyatının memleketimiz için faydalı bir kaynak olacağına inanıyoruz. Bu neşriyatımızın bir hedefi de Nükleer İlimler alanında yetişen bütün öğrencilere faydalı olacak ders ve referans kitapları hazırlamaktadır. Burada, bu yöndeki gayretlerimizin ilk mahsûlü ve iyi bir nümûnesi olan bu eseri takdim etmekle şeref duymaktayım. Bu bakımdan Dr. Ahmed Yüksel Özemre'ye teşekkür etmeyi bir borç bilirim.

Prof. Nejat Aybers

İKİNCİ BASKININ ÖNSÖZÜ

Nötronların Difüzyon Teorisinin 1. cildi ilk basım tarihi olan 1963 den bu yana gerek İTÜ Nükleer Enerji Enstitüsünde, gerek İstanbul Fen Fakültesinde ve gerekse Ankara Fen Fakültesinde ders kitabı olarak büyük bir ilgiye mazhâr olmuştur. Diğer taraftan ALLAH'a hamd ve şükrân ile belirtmem gerekir ki bu ilgi sâdece yurd içine münhasır kalmış değildir. Filhakika, Fransanın Nükleer Bilim ve Teknikler Millî Enstitüsü [Institut National des Sciences et Techniques Nucléaires (INSTN)] direktörlerinden ve İTÜ Nükleer Enerji Enstitüsünde de 1964 ve 1969 yıllarında misafir hocalık etmiş olan Prof. Louis Lemoigne INSTN'deki Atom Mühendisliği tedrisatının yeni resmî ders kitabı olan «Génie Atomique, Cours Fondamental, Tome I» (Bibliothèque des Sciences et Techniques Nucléaires; Presses Universitaires de France; Paris, 1967) isimli eserde «Neutronique» adı altında kaleme aldığı 182 sayfalık ikinci bölüme (*bk.*, *op. cit.*, pp, 143-324), Nötronların Difüzyon Teorisinin 1. ve 2. ciltlerindeki bizim orijinâl çalışmalarımıza dayanan bazı kısımları ithâl etmiş bulunmaktadır. Bunlar, 1. ciltten: 1) **Zamana bağlı difüzyon denklemi için sınır şartları** (NDT, I, s. 84), (*op. cit.*, pp. 185-186); 2) Çokguruplu difüzyon teorisinde **B^2 lerin reelliği** (NDT, I, s. 247-249), (*op. cit.*, p. 245); ve 2. ciltten de: 3) **Gecikmiş nötronların nötron akısına iştirâkleri: a. Nordheim formülü** (NDT, II, s. 123-128), (*op. cit.*, pp. 271-273), bahisleridir. Bu son iki bahis zâten kitabımızda yayınlanmadan önce ayrıca orijinâl makale olarak da yayınlanmış bulunuyorlardı [*bk.* Rev. Fac. Sci. İstanbul, Série: A, **23**, pp. 33-39, (1958); *idem.*, **27**, pp. 41-47, (1962)].

Nötronların Difüzyon Teorisi'nin 1. cildinin bu ikinci baskısında kitabın ana plânı olduğu gibi muhafaza edilmiş; ancak bazı paragrafların muhtevâsında didaktik mâhiyette bazı tâdilât yapılmıştır. Bu arada prova okumadaki o zamanki acemiliğim dolayısıyla gözümden kaçmış olan dizgi hatâları da bu baskıda düzeltilmiş bulunmaktadır. Gerek bu hatâlar ve gerekse diğer bazı stilistik ve didaktik noktalar için nazar-ı dikkatimi çekmiş olan azîz talebelerime ve meslekdaşlarıma burada teşekkürlerimi arzederim.

Kadıköy, 1969 Sonbaharı **Ahmed Yüksel Özemre**

İÇİNDEKİLER

İthaf III

Önsöz V

Müellifin Önsözü VII

İkinci baskının önsözü X

İçindekiler XI

I. Ders. Genel Bilgiler 1

1. Giriş 2
2. Nötron 2

Alıştırmalar 12

II. Ders. Tesir Kesitleri 14

1. Genel Târifler 14
2. Fisyonluk Elementlerin Tesir Kesitleri Hakkında Genel Bilgiler 19
3. Rezonans Tepelerinin Tesir Kesitleri Üzerindeki Rolleri: BREİT - WİGNER Formülü 22

Alıştırmalar 30

III. Ders. Nötronların Sıcaklığı ve Tesir Kesitlerinin Sıcaklığa Bağlılığı 32

1. Nötronların Sıcaklığı 32
2. Fisyon Spektrumu 34
3. Nötron Reaksiyonlarının Sayıca Belirtilmesi Ve Ortalama Değerler 35
4. Sıcaklığın Tesir Kesitlerine Etkisi 38
5. Rezonans Tepelerinde DOPPLER Genişlemesi 39

Alıştırmalar 40

IV. Ders. Çoğaltkan Ortamlarda Zincirleme Fisyon Reaksiyonlarının Tetkikine Giriş 41

1. Çoğalma Katsayısı 41
2. Çoğalma Katsayısının Hesabına Giriş 44
3. Sonlu Ortamların Çoğalma Katsayıları 47
4. Gecikmiş Nötronlar 51

Alıştırmalar 53

V. Ders. Fisyon Reaktörleri Hakkında Genel Bilgiler 55

1. Reaktörler Hakkında Genel Bilgiler 55
2. Homogen Reaktörlerde Güç Hesabı 63

Alıştırmalar 64

VI. Ders Nötronların Difüzyonuna Giriş 68

1. Nötron Akısıyla Nötron Akımı Arasındaki Bağıntı 68
2. Basit Difüzyon Denklemi 73
3. Transport Tesir Kesidi 75

Alıştırmalar 76

VII. Ders. Difüzyon Denklemi İçin Sınır Şartları 77

1. Sınır Şartları 77
2. Zamana Bağlı Difüzyon Denklemi İçin Sınır Şartları 84

VIII. Ders. Difüzyon Denkleminin Basit Çözümleri 86

1. Difüzyon Uzunluğu 86
2. Noktasal Nötron Kaynağı İçin Sonsuz Ortamda Difüzyon Denkleminin Çözümü 87
3. Sonsuz Düzlemsel Nötron Kaynağı İçin Sonsuz Ortamda Difüzyon Denkleminin Çözümü 90
4. Sonsuz Düzlemsel Nötron Kaynaklı Ve Sonlu Kalınlıktaki Ortam 92

5. Sonsuz Düzlemsel Nötron Kaynağı Ve Sonlu Kalınlığı Haiz Yapışık İki Ortam İçin Difüzyon Denkleminin Çözümü 94

6. Sonlu Bir Difüzleyici Ortamda Nötron Difüzyonu 96

Alıştırmalar 105

IX. Ders. Nötronların Çoğaltkan Ortamlardaki Difüzyonu 107

1. Difüzyon Denklemindeki Kaynak Terimi Ve «Maddesel Akıbüküm» Kavramı 107

2. Sonlu Ortamlarda Zamana Bağlı Nötron Akısı Ve «Geometrik Akıbüküm» Kavramı 109

3. Difüzyon Denkleminin Dilim Şeklindeki Bir Kritik Çoğaltkan Ortam İçin Çözümü 113

4. Difüzyon Denkleminin Küresel Bir Kritik Çoğaltkan Ortam İçin Çözümü 116

5. Difüzyon Denkleminin Sonlu Yüksekliği Haiz Silindirik Bir Kritik Ortam İçin Çözümü 118

6. Difüzyon Denkleminin Paralelyüzlü Şeklindeki Bir Kritik Çoğaltkan Ortam İçin Çözümü 121

7. Nötronların Sonlu Bir Ortamdan Dışarı Sızmamaları İhtimâli 123

8. Zamana Bağlı Nötron Akıları İçin Sınır Şartı: Uzatılmış Uzunluğun İfâdesi 126

Alıştırmalar 127

X. Ders. Yansıtıcı İle Çevrili Ortamlarda Eşitenerjili Nötronların Difüzyonu 130

1. Albedo Kavramı 130

2. Sonsuz Kalınlığı Haiz Dilim Şeklindeki Yansıtıcı 132

3. Sonlu Kalınlığı Haiz Dilim Şeklindeki Yansıtıcı 133

4. Küreyi Çevreleyen Sonsuz Yansıtıcı İçin β nın Değeri 133

5. Yansıtıcının Önemi 134

6. Yansıtıcı İle Çevrili Dilim Şeklindeki Reaktörde Nötron Akısı 135

7. Yansıtma Tasarrufu 139

8. Her Tarafından Yansıtılmış Ortamların Kritiklik Hesaplarına Giriş 142

9. Her Taraftan Yansıtılmış Ortamların k_{et}' Etkin Çoğalma Katsayısı 145

10. Yansıtılmış Ortamlar İçin Reaktiflik Tasarrufu 147

Alıştırmalar 148

XI. Ders. Nötronların Yavaşlamasına Giriş 151

1. Esnek Saçılma 151

2. Esnek Saçılma İhtimâli 157

3. Letarji Değişkeni 159

4. Yavaşlatma Gücü 161

Alıştırmalar 163

XII. Ders. Sonsuz Ve Homogen Ortamlarda Nötronların Yavaşlaması 164

1. Reaktörler Teorisinin 1. Temel Teoremi 164

2. $g(E_0 \rightarrow E)$ Ve $G(E_0, E)$ İhtimâlleri 165

3. Çarpışma Ve Yavaşlama Yoğunlukları 168

4. Hidrojenli Ortam Ve $\Sigma_a=0$ Hâli 171

5. Hidrojenli Ortam Ve $\Sigma_a \neq 0$ Hâli; Rezonansa Yakalanmama İhtimâli 173

6. $\alpha \neq 0$, $\Sigma_a=0$ Hâli 177

7. $\alpha \neq 0$, $\Sigma_a=0$ İçin Asimtotik Çözüm 181

8. Asimtotik Bölgedeki Rezonanstan Kaçma İhtimâli 187

9. Σ_{yav} Makroskopik Yavaşlama Tesir Kesidi Ve p Rezonanstan Kaçma İhtimâli İle Bağıntısı 190

10. Yavaş Değişen Σ_a Hâli (GÖRTZEL - GREULİNG Çözümü) 192

11. Çeşitli Çekirdek Nev'ilerinden Müteşekkil Ortamlar 194

Alıştırmalar 195

XIII. Ders **Fermi'nin Çağ Teorisi** 197

1. Nötronlar İçin Sürekli Yavaşlama Modeli 197
2. Sürekli Yavaşlama Modeline Göre Nötronların Uzay Ve Letarji Bilânçosu 199
3. Fermi'nin Çağ Denklemi 201
4. Çağ Denklemi İçin Sınır Şartları 204
5. Çağ Denkleminin Bazı Basit Hâller İçin Çözümleri 205

Alıştırmalar 213

XIV. Ders. **Çağ Teorisine Göre Sonlu Ortamlardaki Nötron Difüzyonu** 215

1. A>1 Hâli İçin Çoğaltkan Sonlu Ortamda Nötron Difüzyonu 215
2. Nötronların Yavaşlarken Ortamdan Dışarı Sızmamaları İhtimâli 223
3. Eşitenerjili Nötronların Difüzyonu İçin Yeni Bir Kaynak Terimi 225
4. Hidrojenli Sonlu Ortamların Kritikliği 226

Alıştırmalar 229

XV. Ders. **Nötronların Çokgruplu Difüzyon Teorisinin Temelleri** 231

1. Çokgruplù Difüzyon Teorisinin Lüzûmu 231
2. Çokgruplu Difüzyon Teorisinin Temel Denklemleri 232

XVI. Ders. **Çokgruplu Difüzyon Teorisinde Kararlı Nötron Akıları** 240

1. Çokgurup Denklemlerinin Çözülmesi 240

2. B^2 lerin Reelliği 247

3. İterasyon Yoluyla Kararlı Nötron Akılarının Tâyini 249

4. Yansıtılmış Ortamlarda Çokguruplu Nötron Difüzyonu 253

Alıştırmalar 258

XVII. Ders. İkiguruplu Nötron Difüzyonu Teorisi 259

1. İkiguruplu Nötron Difüzyonu Teorisine Göre Yansıtılmış Ortamların Kritikliği 259

2. Tâdil Edilmiş İkiguruplu Difüzyon Teorisi 267

Alıştırmalar 270

XVIII. Ders. Çokguruplu Difüzyon Teorisinden Zamana Bağlı Nötron Akıları 271

1. Temel Denklemler 271

2. Denklemlerin Çözümü 272

EK I. İhtimaller Hesabından Bazı Kavramlar 277

EK II. Üretim Oranı 283

EK III. BESSEL Diferansiyel Denkleminin Çözümleri 286

1. BESSEL Fonksiyonları Ve Aralarındaki Bağıntılar 286
2. BESSEL Fonksiyonlarının Diklik (Ortogonâllik) Özellikleri 294
3. BESSEL Serileri; Bir Fonksiyonun BESSEL Serisine Açılması 296
4. Tâdil Edilmiş BESSEL Fonksiyonları 297

EK IV. FOURİER ve LAPLACE Dönüşümleri 300

1. Giriş 300
2. FOURİER Dönüşümü 301
3. LAPLACE Dönüşümü 306

GENEL BİBLİYOGRAFYA 312

İNDEKS 314

I. DERS

Genel Bilgiler

Nötron - Nötronlarla çekirdek reaksiyonları - Fisyon olayı - Zincirleme Reaksiyon imkânı - Gecikmiş Nötronlar.

1. Nötronların difüzyon teorisi, ilerideki bölümlerde izah edeceğimiz çeşitli tarzlarda üretilmiş nötronların muhtelif ortamlardaki difüzyonunu (dağılışını) matematik yönden inceleyen bir bilim koludur.

Serbest nötron ihtiva eden ortamlar bunlara karşı gösterdikleri reaksiyonlara göre 3 kısma ayrılabilirler:

a) ***Absorplayıcı (soğurucu) ortamlar***

b) ***Difüzleyici ortamlar*** ve

c) ***Nötron çoğaltıcı*** (veyâ sâdece: ***çoğaltkan) ortamlar.***

Genel olarak her ortam a) ve b) niteliklerini haizdir; bu niteliklerden hangisi daha kuvvetliyse [1] ortam ona izâfe edilir. Bununla beraber ortam, bu iki nitelikten başka bir de çoğaltkan olma niteliğine sahipse, bu takdirde ortamı belirlemek için sâdece bu son husus göz önünde tutulur.

İleride etraflıca inceleyeceğimiz üzere çoğaltkan bir ortamda, bilhassa fisyon sebebiyle, üreyen her nötron bir mikdar enerjinin serbest kalmasına sebep olur ve bu enerji, nötronun absorplanma veyâ ortamın atomlarına çarparak difüzlenme yoluyla, göz önüne alınan ortamın atomlarına ilettiği kinetik enerjiye kıyasla fevkalâde büyüktür. Bunun için çoğaltkan ortamlar, içlerinde üreyen enerji dolayısıyla büyük önem arzederler. Çoğaltkan ortamlardaki bu enerji üretiminin kontrol altına alınabilmesi insanlık için yepyeni bir enerji kaynağı meydana getirmiştir. Elektrik enerjisi ve yanma yoluyle yakıtlardan elde edilen kimyasal ener-

(1) Bu niteliklerden hangisinin daha kuvvetli olduğunun ölçüsünü II. derste makroskopik tesir kesitlerini gördüğümüz zaman elde edeceğiz.

jiye karşıt olarak bu şekilde üretilen enerjiye «çekirdek enerjisi» veyâ, batı dillerinden mülhem olarak, «nükleer enerji» adı verilir. İçlerinde, kontrollu bir şekilde çekirdek enerjisi üretilen çoğaltkan ortamlara «atom reaktörleri» veyâ «nükleer reaktörler« adı verilir. Bu ortamların fiziksel özelliklerinin tasviri ve hesaplanması için kullanılan teoriye de «Reaktör teorisi» denir. Reaktör Teorisinin temeli âşikâr olarak Nötronların Difüzyon Teorisi'dir.

Nötronların difüzyon teorisinin matematik ifâdesine geçmeden önce bu iş için elzem olan fiziksel esasları ve bilhassa nötronun özelliklerini kısaca gözden geçirmemiz lâzımdır.

2. **Nötron.** — Nötron, maddenin yapıtaşlarından addedilen bir temel tâneciktir. Kütle birimi cinsinden kütlesi: 1,008981 KB (2), yükü sıfır, spini: 1/2 ve magnetik momenti de: —1,91354 nükleer magnetondur (3).

Elektrik yükü olmaması dolayısıyla nötron madde içine kolaylıkla nüfûz edebilmektedir.

Nötron yalnız başına kararsız bir parçacıktır; madde ile herhangi bir araetkide (intreaksiyonda) bulunmadığı takdirde yaklaşık olarak 13 dakikalık bir yarıömürle bir elektron ve bir'de nötrino fırlatarak bir hidrojen atomu çekirdeğine dönüşür:

$$n_0^1 \longrightarrow p_1^1 + \beta^- + \nu .$$

Nötronun maddeyle araetkisi 4 şekilde vuku bulur:

I) *Esnek saçılma* (veyâ *sapma*): Bu hâlde nötron bir atom çekirdeğine çarpar ve kinetik enerjisinin bir kısmını ona ilettikten sonra çekirdeğin fiziksel yapısını değiştirmemiş olarak, bu çarpışma tesiriyle, genel olarak, kendi geliş doğrultusundan başka bir doğrultuya sapar. Nötronların atom çekirdekleri tarafından esnek saçılmaya mâruz bırakılmaları olayı mekaniğin impuls ve enerji korunumu kanunlarına uygun bir tarzda cereyân eder.

---

(2) 1 KB=0_8^{16} atomunun kütlesinin 1/16 sı=$1{,}659790.10^{-24}$ g.

(3) 1 nükleer magneton = $\mu_0 = \frac{eh}{4\pi} m_p c$ (e: elektronun yükü; h: Planck sâbiti; m_p: protonun kütlesi; c : ışık hızı). Nötronun magnetik momentinin eksi işâreti olmasının sebebi, magnetik moment vektörünün protonunkinin aksi yönünde olmasındandır.

II) *Esnek olmayan saçılma:* Bu çeşit saçılmada nötron önce çarptığı çekirdeğin içine girer ve böylece çekirdeğin fiziksel yapısını değiştirmiş olur. Fakat bu fevkalâde kısa bir zaman sürer ve nötron, kinetik enerjisinin bir kısmını çekirdeğe iletmiş olarak çekirdeği, umumiyetle geliş açısından farklı bir açı ve başlangıçta haiz olduğu E_{kin} kinetik enerjisinden de daha düşük bir enerjiyle terkeder. Nötronun çekirdeği terketmesinden bir müddet sonra çekirdek bir γ fotonu neşrederek içinde husûle gelmiş olan iç enerji fazlalığından kurtulur ve temel enerji seviyesine avdet eder.

Esnek saçılma ile esnek olmayan saçılma arasındaki birinci fark, esnek olmayan saçılmada hedef çekirdeğin, nötronun iletmiş olduğu kinetik enerjiyi bir iç enerjisine dönüştürerek bir müddet *uyartılmış (eksite)* bir hâlde kalmasıdır. Bir diğer fark da, esnek saçılmanın, çarpan nötronun kinetik enerjisinin her değeri için vuku bulabilmesine karşılık olarak esnek olmayan saçılmanın, çarpan nötronun kinetik enerjisi ancak belirli bir değerden fazlaysa vuku bulmasıdır. Çarpan nötronun, hedef çekirdeği uyartabilmek için haiz olması lâzım gelen minimum kinetik enerjisine ***esnek olmayan saçılma için eşik enerjisi*** denir. Bu eşik enerjisi hedef çekirdeklerin cinsine göre değişir. Cetvel: I. 1 de bazı elementler için nötronun esnek olmayan saçılma bakımından eşik enerjisi gösterilmiş bulunmaktadır.

Cetvel: I. 1.

	Na	Zr	U^{235}	U^{238}	Pn^{239}
Enerji (MeV) (4)	$\backsim$0,18	$\backsim$0,07	$\backsim$0,025	$\backsim$0,07	$\backsim$0,025

Çarpan çekirdeğin haiz olduğu kinetik enerjinin bir kısmı hedef çekirdeğe ait bir iç uyartılma enerjisine dönüştüğünden esnek olmayan saçılmada çarpan nötronla hedef çekirdek arasında kinetik enerji korunmaz.

İlerideki derslerde, yüksek enerjili nötronlarla (*hızlı nötronlarla*) işleyen reaktörlerde esnek olmayan saçılmanın ne gibi bir rol oynadığını göreceğiz.

(4) MeV = milyon elektronvolt = 10^6 eV; 1 eV = elektron yükünü (birim yükü) haiz bir parçacığın 1 Voltluk bir potansiyel farkı arasından geçebilmesi için lâzım olan enerji; 1 MeV = $1{,}602.10^{-6}$ erg.

III) *Âdi transmütasyon reaksiyonları:* Bu tip reaksiyonları da ikiye ayırmak doğru olur:

a) (n, γ), (n, p), (n, α) reaksiyonları;

b) $(n, 2n)$ reaksiyonları.

Birinci cinsten reaksiyonlar nötronların difüzyon teorisi görüşüyle âdi nötron absorplanması reaksiyonlarıdır. İkinci tip reaksiyonlarsa nötron çoğaltıcı bir reaksiyon tipi olmak bakımından ilgi çekicidir. Misâl olarak

$$B_5^{11} + n_0^1 \longrightarrow B_5^{10} + 2n_0^1$$

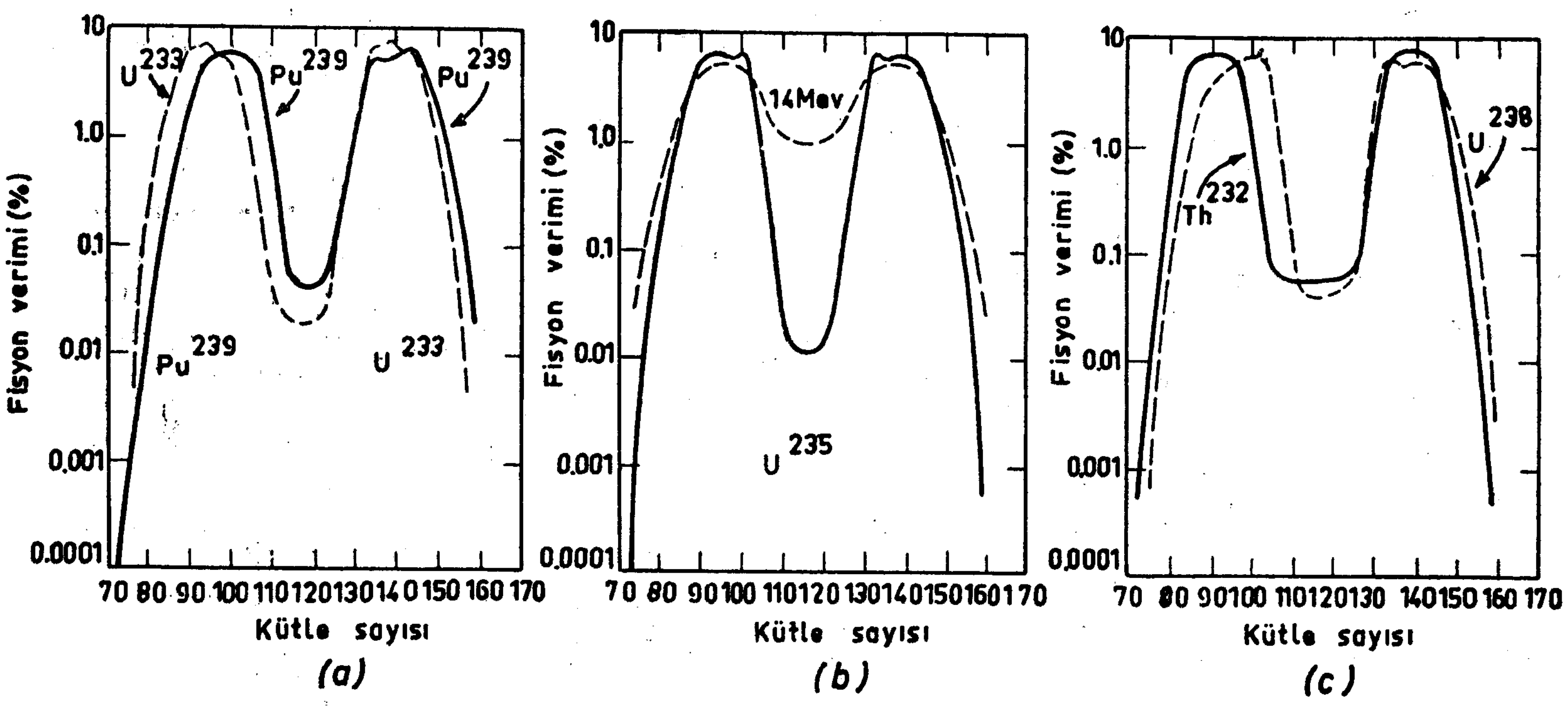
reaksiyonu gösterilebilir.

Bu, esas itibariyle iki kademeli bir çekirdek reaksiyonudur. Birinci kademede kâfi derecede büyük kinetik enerjili bir nötron hedef çekirdeğe çarparak esnek olmayan bir sıçramaya sebebiyet verir. Çok kısa bir zaman fâsılasından sonra çekirdeği terkeden bu nötron, gerisinde uyartılmış bir çekirdek bırakır. Eğer çekirdeğin uyartılma enerjisi kâfi derecede büyükse, çekirdek bu fazla enerjiyi, meselâ bir γ fotonu yerine, bir nötron yollayarak izâle edebilir. Açık olarak görülmektedir ki $(n, 2n)$ reaksiyonunun gerçekleşebilmesi için çarpan nötronun eşik enerjisinin epeyi yüksek olması iktizâ etmektedir. Filhakika deneyler bu eşik enerjisinin hafif hedefler için 10 ilâ 20 MeV ve daha da ağır hedefler için 5 ilâ 7 MeV civarında olması lâzım geldiğini tesbit etmişlerdir.

Bu cins bir çekirdek reaksiyonunun yüksek enerjili nötronlarla işleyen reaktörlerin içindeki nötron dengesinde hissedilir bir rol oynayabileceği kolayca tahmin edilebilir.

IV) *Fisyon:* $Z > 30$ olan bütün çekirdekler, üzerlerine sevkedilen belirli bir kinetik enerjiye sâhip nötronlar vâsıtasıyla hemen hemen eşit atom numaralarını haiz iki parçaya bölünme özelliğini gösterirler. U^{235}, U^{238}, Th^{232}, U^{233} ve Pu^{239} un fisyonlarında açığa çıkan fisyon ürünü çekirdeklerin ortalama yüzdeleri Şek: I.1 de gösterilmiştir. Bu bölünme esnâsında bir miktar elektron, γ fotonu, nötrino ve nötron da açığa çıkar. Bu şartlar altında bu türlü gerçekleşen çekirdek reaksiyonuna **«fisyon»** adı verilir.

Biz burada nötronun diğer çekirdeklerle olan araetkilerini gözden geçirmekte olduğumuzdan yalnız nötronlar tarafından üretilen fisyon



Şekil : I.1. Fisyonluk çekirdeklerin fisyon verimleri. (*a*) U^{233} ve Pu^{239} un ılık nötronlarla vuku bulan fisyonundaki verim. (*b*) U^{235} in ılık ve 14 Mev lık nötronlarla vuku bulan fisyonundaki verim. (*c*) U^{238} ve Th^{233} nin hızlı nötronlarla vuku bulan fisyonundaki verim. (S. Katcoff' a göre) olayı üzerinde duracağız. Esâsında fisyon olayı nötronlardan başka yüksek enerjili γ fotonları ile olduğu kadar (: *fotofisyon*), proton ve hattâ 40 MeV civarında bir kinetik enerjiyi haiz α tanecikleri gibi hafif çekirdeklerle de temin edilebilir (meselâ, 37 MeV lik α tanecikleriyle Th^{232} nin fisyonu gibi). Proton vâsıtasıyla fisyona misâl olarak $Li_3^7(p, \alpha)\alpha$ reaksiyonu gösterilebilir.

Bir başka fisyon çeşidi de *«kendikendine fisyon»* dur. Bazı elemanlar kendikendilerine, yâni dışarıdan herhangi bir tesire mâruz kalmadan fisyona uğrarlar. Bu takdirde bu çeşit fisyona özel bir radyoaktif parçalanma gözüyle bakmak lâzımdır. Meselâ U_{92}^{238} in kendikendine fisyon ile parçalanmasına tekâbül eden yarıömrü 10^{16} sene mertebesindedir. Fakat uranyum ötesi elemanlar için bu süre, Z atom sayısının her birim artışında 10^2 kadar küçülür, öyle ki Fm_{100}^{254} (Fermiyum) un kendikendine fisyon için yarıömrü ancak 1 sene mertebesindedir.

Özgül (spesifik) bağ enerjisi yarıağır çekirdeklerde maksimuma eriştiğinden ve yalnız hafif ve ağır çekirdekler için küçük değerler aldığından ancak $A > 100$ olan ağır çekirdeklerin fisyonu, *enerji-veren (eksotermik)* bir mâhiyet arzetmekte ve enerji istihsâli bakımından ilgi çekici gözükmektedir. *Çekirdeğin damla modeli teorisi*, hafif olmayan çekirdeklerin içindeki enerji münasebetlerini iyi aksettirir. Bu modele göre çekirdek, uyartılmamış hâlde iken, yüzey geriliminden dolayı küresel bir şekil arzetmektedir. Çekirdek, kendi üzerine bir mermi tânecik vâsıtasıyla enerji sevkedilmesinden ötürü uyartılmış ve bir deformasyona mâruz kalmış olur (çekirdek yüzeyinin büyümesi), ve tıpkı mâyi bir damlacık gibi, bu çok kısa bir zaman süren dış kuvvetlerin etkisi altında (= çarpışmadan ötürü) bir takım salınımlar yapmağa başlar. Eğer burada mevzî olarak husule gelen gerilimler kâfi derecede büyükseler, tânecikler salınımlar esnâsında biribirlerinden epeyi uzaklaşır ve nisbeten uzak mesâfelerdeki etkileri daha büyük olan **Coulomb itme kuvvetleri** çekirdeği teşkil eden tânecikleri, yükleri ne olursa olsun biribirlerine yapışık tutan ve etkileri fevkalâde küçük uzaklıklar için kuvvetli olan **çekirdek kuvvetlerine** galebe çalar. Parçalar da gene Coulomb itme kuvvetleri dolayısıyla birbirinden ayrılırlar.

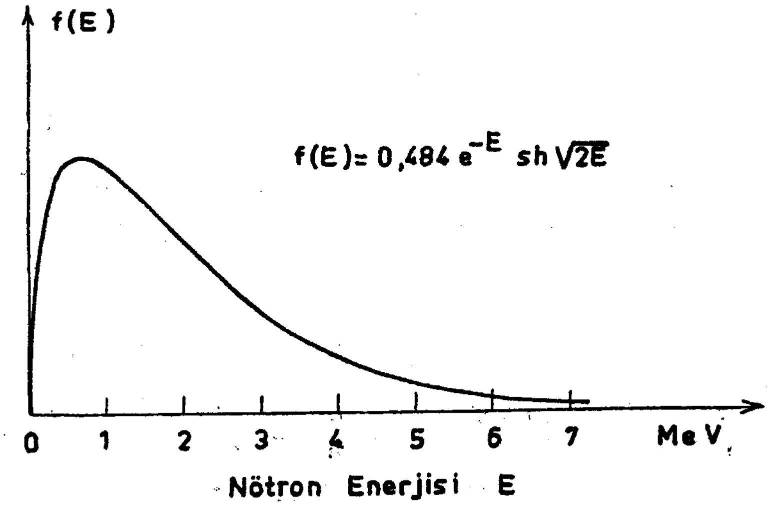
Yukarıda da söylenildiği gibi, gözönüne alınan ağır çekirdeğin uyartılma enerjisi, toplam enerjinin temel hâlden fisyona kadar olan değişimine tekâbül eden muayyen bir değere, bir *«eşik değerine»* erişti miydi genel olarak bir fisyon olayı vuku bulur.

Bütün fisyonların müşterek vasıfları bu çekirdek reaksiyonu esnâsında açığa çıkan birden fazla nötronun mevcûdiyetidir. Şu hâlde nötronlar vâsıtasıyla üretilmiş fisyonu ele alacak olursak, fisyon elde etmek için kullandığımız her nötrona karşılık fisyon sonunda en aşağı 2 nötron elde edeceğiz demektir. Eğer fisyondan üreyen bu nötronların kinetik enerjisi, fisyonun vuku bulduğu nokta civarındaki çekirdekleri fisyona uğratmak için lâzım olan eşik enerjisinden büyükse, bu nötronlar (bunların hiçbirinin parazit bir şekilde absorplanmadığını ve bulundukları yerden kaçıp gitmedikleri farzedildiği takdirde), başka fisyon olaylarına da ve dolayısiyle daha fazla sayıda nötronun açığa çıkmasına sebep olurlar. Bu yeni doğan nötronlar da aynı tarzda diğer çekirdekleri fisyona uğratabilirler ve ilh...... böylece bu çekirdek reaksiyonları bir *«reaksiyon silsilesi»* şeklinde sürüp giderler. Bu sebepten dolayı bu tarzdaki reaksiyonlara: *«zincirleme reaksiyonlar»* adı verilir.

Ancak mesele, yukarıda sunulduğu kadar basit değildir. Bir kere, her fisyondan açığa çıkan nötronların kinetik enerjilerinin fisyona uğratacakları çekirdeklerin eşik enerjilerinden büyük olması iktizâ eder. Bu keyfiyet fisyonluk çekirdekler için büyük bir sınırlandırma teşkil eder. Filhakika fisyon nötronlarının enerjileri ancak, yaklaşık olarak 0,5 ilâ 14 MeV arasında sürekli bir spektrum getirir (Bk: Şekil: I.2). Fisyon nötronlarının bu spektrumu yaklaşık olarak

$$\boxed{f(E) = 0{,}484\, e^{-E}\, sh\sqrt{2E}} \qquad (I.2.1.)$$

formülüyle temsil edilebilir.



Şekil: I.2. Fisyon nötronlarının enerji spektrumu.

Buna göre pratik önemi haiz nükleer yakıtların özellikleri ve bunların ne gibi enerjili nötronlarla fisyona uğratılabildiği Cetvel I. 2 de gösterilmiştir.

Cetvel: I. 2

	Th^{232}	U^{233}	U^{234}	U^{235}	U^{238}	Pu^{239}
Fisyona sebep olan nötronun enerjisi (MeV)	1,3	ılık*	0,4	ılık	1,2	ılık
Fotofisyonun eşik enerjisi (MeV)	5,9	5,5	?	5,75	5,85	5,5
Fisyon başına açığa çıkan ortalama nötron sayısı: ν	2,34	2,51	2	2,47	2,50	2,91
İzafî bolluk (%)	100	(5)	0,0058	0,715	99,28	(6)

* Ilık (termik) enerji diye 0,025 eV lik enerjiye yâni bir nötron gazının 20°C lik termik çalkantısına tekabül eden enerjiye denir.

Cetvel: I. 2 den de görüldüğü gibi, kütle sayıları *tek* olan çekirdekler *yavaş* (*ılık*) *nötronlar* ve kütle sayıları *çift* olan çekirdekler de *hızlı nötronlar* vâsıtasıyla fisyona uğramaktadırlar.

Fisyonda üreyen her iki yeni çekirdeğin kütleleri birbirlerine eşit olmayıp, yaklaşık olarak 5/7 civarında bir oran teşkil ederler.

Fisyonun vuku bulmasıyle birazdan göstereceğimiz gibi büyük bir enerji de açığa çıkmaktadır. Bu enerjinin mühim bir kısmı fisyon ürünlerinin yaklaşık olarak 15 000 km/san. lik bir hızla hareketini sağlayan

(5) U^{233} tabiatta yoktur; sun'i olarak Th^{232}_{90} den üretilir:

$$Th^{232}_{90} + n_0^1 \longrightarrow Th^{233}_{90} \xrightarrow{2,3\text{ dak}} Pa^{233}_{91} + \beta^- \nearrow \xrightarrow{27,4\text{ gün}} U^{233}_{92} + \beta^- \nearrow$$

(6) Pu^{239} da tabiatta yoktur; o da sun'i olarak U^{238}_{92} den elde edilir:

$$U^{238}_{92} + n^1_0 \longrightarrow U^{239}_{92} \xrightarrow{23\text{ dak}} Np^{239}_{93} + \beta^- \nearrow \xrightarrow{2,3\text{ gün}} Pu^{239}_{94} + \beta^- \nearrow$$

kinetik enerjiye dönüşmektedir. Açığa çıkan enerjinin geri kalan kısmı fisyon esnâsında serbest kalan fisyon nötronlarıyla β taneciklerinin yüklendikleri kinetik enerji ile γ ışınlarının enerjisi teşkil etmektedir.

Filvâki fisyon esnâsında ve onu tâkriben fisyon ürünlerinin β parçalanmasında bir miktar da enerji yüklü nötrino açığa çıkıyorsa da, nötrinoların maddeyle gayet zayıf bir araetkide bulunabilmelerinden dolayı bu enerji pratik olarak istifâde edilebilir bir enerji değildir.

U^{235} in fisyonundan açığa çıkan enerjinin bilânçosu *ortalama olarak* şu türlü ifâde edilebilir:

Fisyon ürünlerinin kinetik enerjisi	165 MeV
Ânî γ ışınlarının enerjisi	5 MeV
Fisyon nötronlarının kinetik enerjisi	5 MeV
Fisyon ürünlerinin radyoaktif parçalanmasından hâsıl olan enerji:	
β parçalanması	5 MeV
γ parçalanması	6 MeV
Nötrinoların yüklendiği enerji	11 MeV
Fisyon başına açığa çıkan toplam enerji	**197 MeV**

Her fisyonda açığa çıkan enerji makroskopik birimler cinsinden ifâde olunursa $0{,}9 \,.\, 10^{-17}$ kwh kadardır. Böylece meselâ 1 kg U^{235} deki bütün çekirdekler fisyona uğrasaydı takrîben $23{,}14 \,.\, 10^{6}$ kwh lık bir enerji elde edilebilecekti. Kolayca hatırda tutulabilen bir kaide olmak üzere 1 gr U^{235} in tamamen fisyona uğramasının hemen hemen 1 Mw gün (1 megavatgün = 24 000 kwh) kadar bir enerjinin açığa çıkmasına denk olduğunu söyleyebiliriz.

Öte yandan

$$1 \text{ watt} = 1 \text{ jul/san} = 10^{7} \text{ erg/san}$$

ve

$$1 \text{ erg/san} = \frac{1}{1{,}602.10^{-6}} \text{ MeV/san}$$

olduğundan

$$1 \text{ watt} = \frac{10^7}{1{,}602.10^{-6}} = 6{,}205.10^{12} \text{ MeV/san}$$

bulunur. U^{235} in fisyonu ortalama olarak 197 MeV lik bir enerjinin açığa çıkmasına sebep olduğundan, fisyon yoluyla 1 w lık bir enerjinin açığa çıkması için, şu hâlde, 1 saniyede

$$\frac{6{,}205.10^{12}}{197} = 3{,}2.10^{10} \qquad (I.3.1)$$

fisyona ihtiyaç olduğu görülür.

Bu arada başka bir misal olmak üzere atom enerjisiyle işleyen ilk ticaret gemisi olan 22 000 tonluk SAVANNAH'nın 3,5 senede ancak 57 kg lık U^{235} ihtiyacı olmasına karşılık aynı tonajda motorlu bir geminin günlük mazot ihtiyacının 125 ton olduğunu da söyleyelim.

3. Fisyonun tabiî bir sonucu olarak üreyen yeni atom çekirdeklerinin β parçalanmaları oldukça yüksek bir şekilde uyartılmış çekirdeklerin ortaya çıkmasına yol açarlar. Bu çekirdekler de fazla iç enerjiden kurtulup kararlı bir duruma kavuşabilmek için bazı istisnaî hallerde bir nötron neşrederler.

Bu gecikmiş nötronları doğuran ana çekirdekler genel olarak 6 gurupta toplanabilir. Cetvel: I. 3 bu tip nötronların ortalama özellikleri hakkında bilgi vermektedir.

Cetvel: I. 3

Fisyondan üreyen nötron doğurucu ana çekirdek	Paryod (san)	Yarı ömür (san)	Nötron enerjisi (Mev)
Br^{87}	54	80,2	0,250
I^{137}	22	31,7	0,460
Br^{83}(?)	5,6	8,1	0,405
Sb^{125}(?)	2,12	3,1	0,450
As^{85}(?)	0,45	0,65	0,420
Li^{9}(?)	0,15	0,22	?

	Th^{232}	U^{233}	U^{235}	U^{238}	Pu^{239}
İzâfî toplam bolluk : β	$2,2.10^{-2}$	$0,25.10^{-2}$	$0,64.10^{-2}$	$1,57.10^{-2}$	$0,21.10^{-2}$
100 fisyona izâfe edilmiş gecikmiş nötron sayısı	4,96	0,65	1,62	4,12	0,62

Bu cetveldeki değerler ancak ortalama değerlerdir. Fisyonluk her element için ve nötronların ılık veyâ hızlı nötron olmalarına bağlı olmak üzere bu değerlerde bazı değişiklikler olur. Kezâ β kesrinin değeri de her atom reaktörünün nükleer özelliklerine bağlıdır, ve bu sebepten ötürü göz önüne alınan bir reaktörün β sına *etkin* β, (β_{et}), adı verilir ve bu daima β dan büyük bir değeri haiz olmaktadır. Misâl olarak Çekmece Nükleer Araştırma ve Eğitim Merkezindeki TR - I reaktörü için β_{et}= 0,00782 olduğunu zikredebiliriz.

Bir çoğaltkan ortamda olagelen zincirleme fisyon reaksiyonlarında ortaya çıkan gecikmiş nötronlar bu ortamın kararlılığı bakımından hayatî bir önemi haizdirler. Bir atom reaktörünün hesaplarında bu âmilin göz önünde tutulması behemehâl lâzımdır. Bunun önemini ileride, bu birinci cildin IV. ve ikinci cildin de VI. dersinde daha iyi anlayacağız.

Bibliyografya

Fisyon olayı için Bk. 1) A. M. WEİNBERG ve E. P. WİNGER: *The Physical Theory of Neutron-Chain-Reactors*, Chicago-Univ. Press. (1958), sayfa: 106-138; 2) KRAUT: *NUKLEONİK*, cild. 2, Spiringer Verlag, (1960), sayfa: 105-128 ve 149-174.

Çekirdeğin Damla Modeli için Bk. LIVERHANT: *Nuclear Reactor Physics*. John Wiley (1960), sayfa: 122-132.

ALIŞTIRMALAR:

1. Protonun ve nötronun sükûnet enerjilerini MeV cinsinden hesaplayınız.

2. Tabiî uranyum % 99,274 kadar U^{238}, % 0,72 kadar U^{235} ve % 0,006 kadar da U^{234} ihtivâ eder. U^{234} ün mevcudiyetini ihmâl ederek 4 gram tabiî uranyumda ne kadar U^{235} çekirdeği bulunduğunu hesaplayınız. (Protonun sükûnet kütlesini KB kütle birimi seçerek U^{238} in kütlesi = 238,13 KB ve U^{235} inki de = 235,13 KB dir).

3. 1 cm^3 D_2O daki döteryum ve oksijen çekirdeklerinin sayılarını bulunuz.

4. $$Li_3^7 + H_1^1 \longrightarrow 2He_2^4 + Q$$

reaksiyonu göz önüne alınıyor. 1 kg lityumun, üzerine sevkedilen protonlarla böylece helyuma dönüşmesinin ne kadar bir enerjinin açığa çıkmasına yol açacağını hesaplayınız.

5. Atom çekirdeklerinin damla modeline göre nükleonlar arasındaki $E_{öz}$ özgül bağ enerjisi

$$E_{öz} = E_0 - a.\left(\frac{N-Z}{A}\right)^2 - b\frac{Z^2}{A^{4/3}} - c.\,A^{1/3} \pm d.\,A^{-2}$$

bağlantısıyla verilir. Burada E_0, a, b, c ve d her çekirdek için başka başka değerler alan sâbitlerdir. Formüldeki ilk iki terim çekirdek kuvvetlerine aittir. Nötron - proton çiftleri kuvvetli, diğer geri kalan nötronlar ise daha az kuvvetli bağlanmışlardır. Üçüncü terim Coulomb kuvvetlerini, dördüncü terim ise çekirdeğin sathında bulunan nükleonların nisbeten daha zayıf olan bağlarını göz önüne almaktadır. Sonuncu terime gelince bu hem N leri ve hem de Z leri çift olan çekirdeklerin büyük bağ enerjisini (+ işâreti), veyâ hem N leri ve hem de Z leri tek olan çekirdeklerin düşük bağ enerjisini (− işâreti) hesaba katar. N leri tek, Z leri çift veyâ Z leri tek, N leri çift olan çekirdekler için $d=0$ dır.

Buna göre U^{235} için $E_{öz}$ özgül bağ enerjisini hesaplayınız. (U^{235} için: $E_0 = 14$ MeV; $a=19{,}3$; $b=0{,}6$; $c=13{,}1$, ve tabiî, U^{235} için $N=143$, $Z=92$ olduğundan $d=0$).

6. Bir U_{92}^{235} atomunun fisyonunda fisyon ürünü olarak ortaya Te_{52}^{132}

ve Zr_{40}^{97} çekirdekleri ortaya çıkmaktadır. Bu iki çekirdeğin de parçalanmaları dolayısıyle sırasıyla kararlı Ba_{56}^{135} ve Mo_{42}^{97} çekirdeklerine dönüştüklerini göz önünde tutarak bu fisyonda ne kadar bir enerjinin açığa çıkmış olduğunu hesaplayınız.

7. Bir U^{235} atomunun fisyonunda ortalama olarak 197 MeV lik bir enerjinin açığa çıktığını derste gördük. Bu enerjinin U^{235} in bağ enerjisinin kaçta kaçını teşkil ettiğini hesaplayınız.

8. Fisyon nötronlarının en muhtemel enerjisini ve ortalama enerjisini tâyin ediniz.

II. DERS

Tesir Kesitleri

Tesir kesidinin fiziksel anlamı - Mikroskopik ve makroskopik tesir kesitleri - Reaksiyon ortalama serbest yolu - Reaksiyon ihtimâllerinin makroskopik tesir kesitleriyle bağıntısı - Rezonans tepeleri - BREİT-WİGNER formülü ve hususi hâlleri.

1. **Genel Tarifler.** — I_0 şiddetindeki eşitenerjili (monoenerjetik) bir nötron huzmesi, yolu üzerine ve $x=0$ noktasında dik olarak yerleştirilmiş bulunan bir hedef üzerine düşsün. Nötronlar buna çarptıkları zaman hedefe nüfûz ederler ve hedefteki atomlarla belirli bir r reaksiyonu meydana getirirler. Bunun neticesinde de, hedef içerisinde her dx mesafesini katettikçe nötronların şiddeti eski $I(x)$ şiddetlerinden $-dI$ miktarı kadar bir azalma kaydedecektir. Buradaki eksi işâreti bu azalmaya delâlet etmektedir. Bu azalma:

a) nötronların x noktasında haiz oldukları $I(x)$ şiddetleriyle,

b) nötronların, şiddetlerinin $-dI$ mikdarınca değişmesine kadar katetmiş oldukları dx uzunluğuyla,

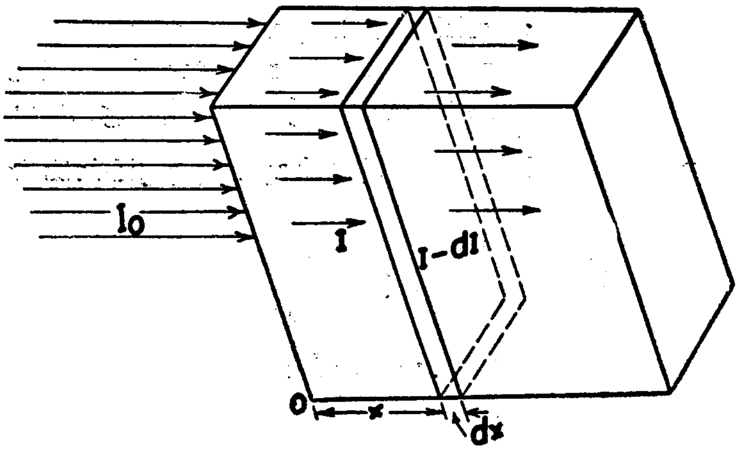
c) hedef içindeki atomların yoğunluğuyla, yâni hedef içindeki 1 cm^3 de mevcut bulunan N atom sayısıyla orantılıdır.

Şu halde, bu orantının katsayısını da σ_r ile gösterirsek

$$-dI=\sigma_r N \cdot I(x)dx \tag{II.1.1}$$

olur. Buradaki σ_r büyüklüğü r reaksiyonunun cinsine ve aynı zamanda da aşağıda göreceğimiz gibi çarpan nötronların enerjilerine bağlı bir büyüklüktür. σ_r ye nötronların r reaksiyonu için mikroskopik tesir kesidi adı verilir.

(II. 1 . 1) bağıntısından, σ_r nin boyutunun $[L^2]$ olduğu neticesine varılır. Tesir kesitlerinin birimi *barn*'dır. 1 barn 10^{-24} cm^2 ye eşittir.



Şekil: II . 1

(II. . 1 . 1) bağıntısını

$$-\frac{dI}{I}=(\sigma_r N)dx \qquad \text{(II.1.2)}$$

şeklinde yazalım. Bunun sol yanı $(x, x+dx)$ aralığı boyunca r reaksiyonuna mâruz kalarak kaybolan nötronların sayısının, x noktasına vâsıl olmuş nötronların sayısına oranı demek olduğundan, bu ifâde bir nötronun $(x, x+dx)$ aralığı arasında r reaksiyonuna uğraması ihtimâlini veriyor demektir. Böylece σ_r tesir kesitinin r reaksiyonunun vuku bulması için bir nevi ölçü mâhiyetinde olduğu anlaşılmış olmaktadır. Şu hâlde bâhis konusu olan $p(x)$ ihtimâli yâni, daha açık olarak, bir nötronun dx uzunluğu boyunca bir r reaksiyonuna uğramasının ihtimâli

$$p(x)=(\sigma_r N)dx=\Sigma_r dx \qquad \text{(II.1.3)}$$

olur. Σ_r ye makroskopik tesir kesidi adı verilir. Fakat bunun pek uygun bir isimlendirme olmadığına işâret etmek gerekir. σ_r mikroskopik tesir kesidinin boyutunun $[L^2]$ olmasına mukabil Σ_r makroskopik tesir kesidinin boyutu ancak $[L^{-1}]$ dir.

(II . 1 . 2) âdi diferansiyel denklemi derhal integre edilebilir ve

$$I(x) = I(0) \, . \, exp(-\Sigma_r x) \tag{II.1.4}$$

bulunur. Buradaki I(0) büyüklüğü başlangıç şartlarıyla tâyin edilmiş bir büyüklük olup âşikâr olarak $x=0$ için nötronların haiz olduğu şiddeti, yâni dersin başında zikretmiş olduğumuz I_0 ı göstermektedir.

Nötron hüzmesinin şiddetinin, I(0) başlangıç şiddetinin 1/e sine ircâ olunduğu

$$x = \lambda_r = \frac{1}{\Sigma_r} \tag{II.1.5}$$

uzunluğuna, r reaksiyonu için ***nötronların ortalama serbest yolu*** veyâ ***reaksiyon uzunluğu*** adı verilir.

λ_r, bir nötronun göz önüne alınan ortamdaki atom çekirdekleriyle bir r reaksiyonuna mâruz kalıncaya kadar katettiği ortalama yoldur. Filhakika, bir nötronun Σ_r makroskopik tesir kesidi ile belirlenmiş bir ortam içinde dx kadar bir yol katettikten sonra bir r reaksiyonuna mâruz kalması ihtimâlinin $p(x) = \Sigma_r dx$ olduğunu gördük. Şu hâlde nötronun bir dx uzunluğunu r reaksiyonuna mâruz kalmadan katetmesi ihtimâli

$$1 - p(x) = 1 - \Sigma_r dx$$

olacaktır. Aynı bir nötronun m tane dx uzunluğunu r reaksiyonuna mâruz kalmadan peşpeşe geçip de $(m+1)$ inci dx aralığında böyle bir reaksiyona mâruz kalması ihtimali, açıkça görüldüğü üzere

$$[1 - p(x)]^m \cdot p(x) = (1 - \Sigma_r dx)^m \cdot \Sigma_r dx$$

olur.

Peşpeşine sıralanmış olan bu m tâne dx aralığının bir x uzunluğu teşkil ettiğini, yâni $x = m \, . \, dx$ olduğunu farzedip m yi sonsuza götürürsek, yâni dx i sonsuz küçük kılarsak, Matematik Analizden çok iyi bilinen bir limit teoremi [1] gereğince, nötronun x kadar yol katettikten sonra $(x, x+dx)$ aralığında r reaksiyonuna mâruz kalabilmesi ihtimâli olarak

(1) Bk. Kerim Erim: Analiz Dersleri, 4. Ayıt; İst. Üniv. Yayınları No. 107 (1949).

$$\lim_{m\to\infty} [1-p(x)]^m \cdot p(x) = \lim_{dx\to 0} [1-p(x)]^{\frac{x}{dx}} p(x) =$$

$$= \lim_{dx\to 0} (1-\Sigma_r dx)^{\frac{\Sigma_r x}{\Sigma_r dx}} \cdot \Sigma_r dx = \Sigma_r \cdot exp(-\Sigma_r \cdot x) dx \qquad \text{(II.1.6)}$$

bulunur.

Şimdi nötronların x ekseni boyunca bir r reaksiyonuna mâruz kalıncaya kadar ortalama olarak katedecekleri yolu göz önünde bulundurursak, ihtimâller hesabının basit temel kavramlarından, bu yolun

$$\frac{\int_0^\infty x \cdot \Sigma_r\, exp(-\Sigma_r x) dx}{\int_0^\infty \Sigma_r\, exp(-\Sigma_r x) dx} = \frac{1}{\Sigma_r} = \lambda_r \qquad \text{(II.1.7)}$$

olduğu görülür.

r reaksiyonu için nötronların λ_r ortalama serbest yolları bilindiğine göre nötronların bu yolu katetmek için harcadıkları zaman, başka bir deyişle: nötronların r reaksiyonuna tekabül eden l_r ortalama ömürleri de biliniyor demektir. Filhakika v ile nötronların ortalama hızını gösterecek olursak l_r nin

$$l_r = \frac{\lambda_r}{v} = \frac{1}{v\Sigma_r} \qquad \text{(II.1.8)}$$

bağıntısıyla belirleneceği âşikârdır.

Eğer göz önüne alınan reaksiyon, nötronun ortamdaki bir çekirdek tarafından absorplanmasına tekabül ediyorsa, bu takdirde, sâdece nötronun ortalama ömründen bahsedilir ve Σ_a makroskopik absorplanma tesir kesidi olmak üzere

$$l = \frac{1}{v\Sigma_a} \qquad \text{(II.1.8')}$$

yazılır.

Gerek (II . 1 . 8) ve gerekse (II . 1 . 8′) formülleri ancak sonsuz yaygınlığı haiz ortamlardaki eşitenerjili nötronlar için câridir. Nötronların içinde bulundukları ortam değer sonlu büyüklükteyse ***nötronların etkin ortalama ömürlerini*** bulabilmek için sonsuz ortama tekabül eden ömürlerini aynı nükleer maddeden yapılmış sonlu ortamdan dışarı kaçmama ihtimâliyle çarpmak lâzımdır. IX. Derste açık ifâdesini tesis edeceğimiz ve âşikâr olarak göz önüne alınan ortamın şekline ve boyutlarına bağlı olacak olan bu «ortamdan dışarı kaçmama ihtimâli» ni P ile gösterecek olursak nötronların etkin ortalama ömürleri

$$l^* = l_{et} = l \cdot P \qquad \text{(II.1.9)}$$

ile verilmiş olacaktır.

Eğer göz önüne alınan bir ortamda nötronlar ortamın çekirdekleriyle çeşitli reaksiyonlara mâruz kalıyorlarsa (meselâ esnek saçılma, absorplanma v.s. gibi) ortam için bir toplam makroskopik tesir kesidi târif edilir ve

$$\begin{aligned} \Sigma_{top} &= (\sigma_f + \sigma_s + \sigma_c + \ldots) \cdot N \\ &= \Sigma_f + \Sigma_s + \Sigma_c + \ldots = \sum_r \Sigma_r \end{aligned} \qquad \text{(II.1.10)}$$

olur. Buradan hareket ederek:

$$\lambda_{top} = \frac{1}{\Sigma_{top}} = \frac{1}{\sum_r \Sigma_r} = \frac{1}{\sum_r \frac{1}{\lambda_r}} \qquad \text{(II.1.11)}$$

diye bir de λ_{top} târif edilir.

Buna mukabil eğer ortam birçok çekirdek nev'ilerinden teşekkül ediyorsa herbir *i* çekirdek nev'i ve belirli bir *r* reaksiyonu için, N_i ile de ortamın 1 cm^3 ündeki *i* cinsinden çekirdek sayısını göstermek üzere

$$\Sigma_{r,i} = \sigma_r \cdot N_i \qquad \text{(II.1.12)}$$

diye bir makroskopik tesir kesidi târif etmek mâkûldur. Buna göre ortamın *r* reaksiyonu için tesir kesidi

$$\begin{aligned} \Sigma_r &= \sigma_r N_1 + \sigma_r N_2 + \ldots + \sigma_r N_i + \ldots = \sigma_r \cdot (N_1 + N_2 + \ldots + N_i + \ldots) \\ &= \sum_i \sigma_r N_i = \sum_i \Sigma_{r,i} \end{aligned} \qquad \text{(II.1.13)}$$

ile ifâde edilir.

Buna göre

$$\lambda_r = \frac{1}{\Sigma_r} = \frac{1}{\sum_i \Sigma_{r,i}} = \frac{1}{\sum_i \frac{1}{\lambda_{r,i}}} \qquad \text{(II.1.14)}$$

olacaktır. Kısacası, muhtelif çekirdek nev'ilerinden müteşekkil bir ortamın r reaksiyonuna göre makroskopik tesir kesiti, ortamın ihtivâ ettiği her çekirdek nev'ine göre makroskopik tesir kesitlerinin toplamına eşittir.

Şimdiye kadar tesir kesitlerinden bahsederken bunları hep lâlettâyin bir r reaksiyonuna izâfe ettik. Bu r reaksiyonu

(a) E enerjisini haiz bir nötronun çarpışma yoluyla enerjisini kaybederek bir E′ ($<$E) enerjisine intikâlini intâcedebilir.

(b) esnek bir saçılma olabilir,

(c) esnek olmayan bir saçılma olabilir,

(d) bir fisyon olabilir,

(e) bir nötronun gamma radyoaktifliği doğuracak şekilde yakalanması yani bir *ışınlı yakalanma* olabilir, veyâhut da

(f) bir nötron absorplanması olabilir ki, bu son hâl hem (d) ve hem de (e) şıkkını ihtivâ eder. Derslerimizde, bunlara tekabül eden mikroskopik tesir kesitlerini sırasıyla

$$\sigma_{yav}(E \to E'),\ \sigma_s,\ \sigma_{in},\ \sigma_f,\ \sigma_c,\ \sigma_a$$

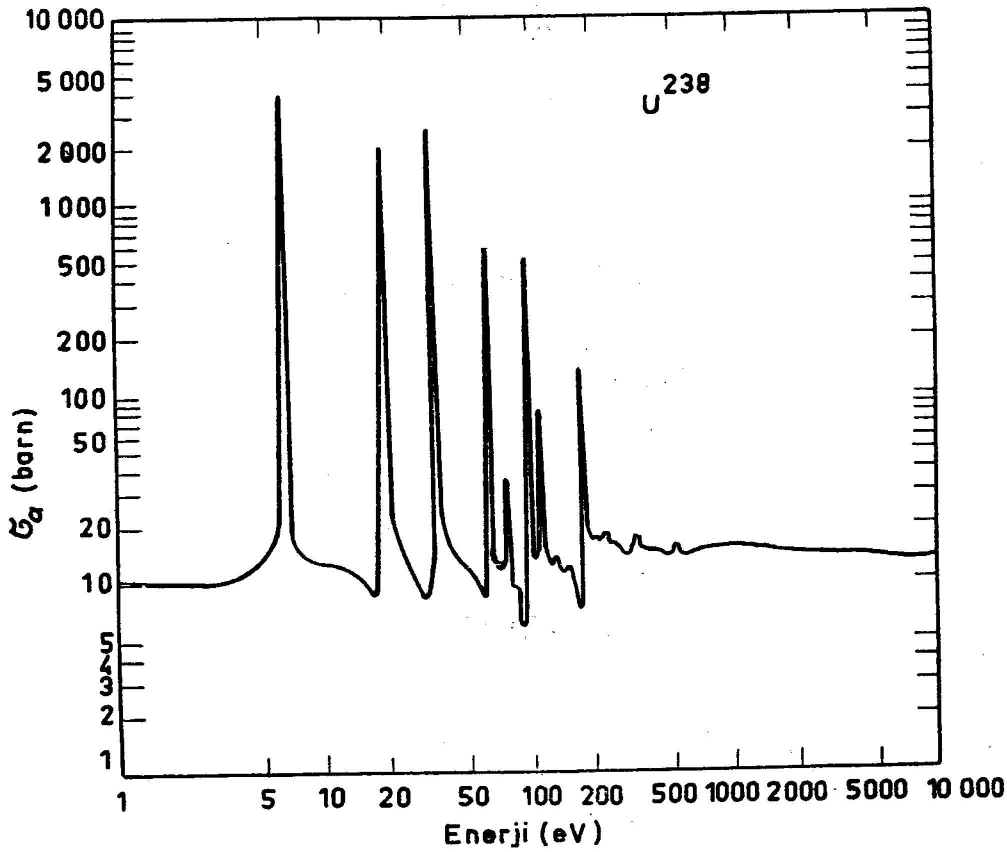
ile göstereceğiz. Yukarıda da söylemiş olduğumuz veçhile

$$\sigma_a = \sigma_f + \sigma_c \qquad \text{(II.1.15)}$$

olacaktır.

2. — **Fisyonluk elementlerin tesir kesitleri hakkında genel bilgiler.** — Nötronların tesir kesitleri, haiz oldukları enerjilerin fonksiyonlarıdır. Bu tesir kesitleri genel olarak ölçülmüş ve cetvellenmiş bulunmaktadır. Bunların tâyininde kullanılan metotlardan tabiî burada bahsetmiyeceğiz. Tesir kesitlerinin enerjiye bağlılıklarına müşahhas bir misâl olmak üzere Şekil: II.2 de U^{238} in absorpsiyon tesir kesidinin 1 ilâ 10^4 eV lik aralık içindeki değişimleri şematik olarak gösterilmiştir.

Termik çalkantıya tekabül eden 0,025 eV için U^{235} in fisyon tesir kesidi 582,78 barndır. Nötronun E kinetik enerjisi arttıkça σ_f nin de nisbeten düzgün bir şekilde azaldığı müşahede edilir.



Şekil: II . 2. U^{238} in 1 ilâ 10^4 eV arasındaki absorplama tesir kesidi. (Rezonans bölgesine dikkat ediniz).

Cetvel: II . 1 de başlıca nükleer yakıtların termik çalkantıya tekabül eden absorplama fisyon ve esnek saçılma tesir kesitleri barn cinsinden verilmiş bulunmaktadır:

Cetvel: II . 1

	Th^{232}	U^{233}	U^{235}	U^{238}	Pu^{239}
σ_a	7.0	581,37	693,52	2,75	1031,10
σ_f	$0,2.10^{-3}$	526,91	582,78	$0,5.10^{-3}$	747,73
σ_s	12,5	—	8,3	8,6	9,6

Bu cetvelden U^{233}, U^{235} ve Pu^{239} un ılık nötronlara karşı oldukça büyük fisyon tesir kesitlerine sahip olmalarına mukabil Th^{232} ile U^{238} in ılık nötronlarla fisyona mâruz kalmaları ihtimâlinin fevkalâde küçük olduğu görülmektedir.

Cetvel: II. 1 deki nükleer yakıtlardan U^{235} in, nötronların daha yüksek enerjileri için σ_f mikroskopik fisyon tesir kesidini göz önünde bulunduracak olursak E arttıkça σ_f in değerinin azaldığı müşahede edilir. Şu hâlde nükleer yakıtı U^{235} olan bir atom reaktöründe fisyon nötronları enerjilerinden kâfi derecede kaybetmedikçe yeni fisyonlar doğurma ihtimalleri düşük kalır. Bunun için esas nükleer yakıtı U^{235} olan atom reaktörlerinin içine fisyon nötronlarını yavaşlatacak, σ_a mikroskopik absorplama tesir kesitleri çok küçük fakat σ_s elâstik saçılma ve dolayısıyla yavaşlatma tesir kesitleri büyük olan yavaşlatıcılar (*moderatörler*) konur. Nötronlar fisyon olayında meydana geldikten sonra bu yavaşlatıcıların çekirdekleriyle müteaddid çarpışmalarda bulunarak her seferinde enerjilerinden kaybederler ve gitgide ılıklaşırlar.

İçindeki zincirleme fisyon reaksiyonlarının daha ziyâde ılık nötronlarla temin edildiği reaktörlere, bunlar termodinamik bakımdan gâyet yüksek bir sıcaklığa sâhip olsalar dahi *«ılık (termik) reaktörler»* ve zincirleme fisyon reaksiyonlarının yüksek enerjili (hızlı) nötronlarla ($E > 100$ keV) temin edildiği reaktörlere de *«hızlı reaktörler»* adı verilir. Fisyona sebebiyet verdikleri andaki kinetik enerjileri 1 eV ilâ 100 keV arasında bulunan nötronlarla işleyen atom reaktörlerinde de *«ılıkötesi (epitermik) reaktörler»* ve bu cins nötronlara da *«ılıkötesi (epitermik) nötronlar»* denir.

Öte yandan atom reaktörlerinde, genel olarak nükleer yakıtla birlikte bulunan nötron yavaşlatıcıların absorplama tesir kesitlerini de dikkatle gözden geçirmek lâzımdır. Meselâ Şekil: II. 2 de görüldüğü üzere tabiî uranyumun mikroskopik absorplama tesir kesidi 4 eV ilâ 300 eV arasında müteaddid rezonans tepeleri arzetmektedir. Bu rezonans tepelerinde absorplama tesir kesidinin değeri anormal bir şekilde artmaktadır.

Bir fisyon nötronu muhtelif çarpışmalar neticesinde enerjisinin bir kısmını kaybedip de enerjisi, bu rezonans tepelerinin bulunduğu enerji aralığına vâsıl olduğu zaman (meselâ bir U^{235} çekirdeğini fisyona uğratabilmek için) bu bölgeden herhangi bir absorplanmaya mâruz kalmadan geçebilmelidir. Rezonans bölgesini absorplanmadan geçiş bu bölgeye vâsıl olmuş olan her nötrona nasib olmaz. Nötronlar, bu rezonans tepelerine takılmadan, ancak belirli bir p ihtimaliyle rezonans bölgesini aşabilirler; yâni rezonans bölgesine vâsıl olmuş N tâne nötron varsa bunlardan $N(1-p)$ tânesinin artık başka fisyon olaylarına sebebiyet vermek ihtimâli kalmaz. Bunlar, bir atom reaktörü içindeki nötron ekonomisi bakımından bir kayıp teşkil ederler. Nötronların tesir kesitlerinin tam bir şekilde tanınması ve bunlarla ilgili büyüklüklerin (meselâ: makroskopik tesir kesitleri, ortalama ömür, p «rezonansa tutulmama ihtimâli» (²) v.s... nin) doğru olarak hesabının bir atom reaktöründeki nötron ekonomisi bakımından ne kadar önemli olduğu böylece bir kere daha görülmüş olmaktadır.

Fakat hemen ilâve edelim ki bu çeşit rezonans tepelerinin mevcûdiyeti yalnız absorplama tesir kesitleri için değil hemen her çeşit çekirdek reaksiyonu için de vârittir. Meselâ, yaklaşık olarak 1 ile 27 eV arasında U^{233} ün, 1 ile 60 eV arasında U^{235} in, 6 ile 100 eV arasında Pu^{239} un fisyon tesir kesitleri de bir sürü rezonans tepeleri arzeder.

Şekil. II. 3 ilâ II. 5 belirli bazı enerji aralıklarında fisyonluk elementlerin muhtelif tesir kesitlerinin değişimlerini göstermektedir.

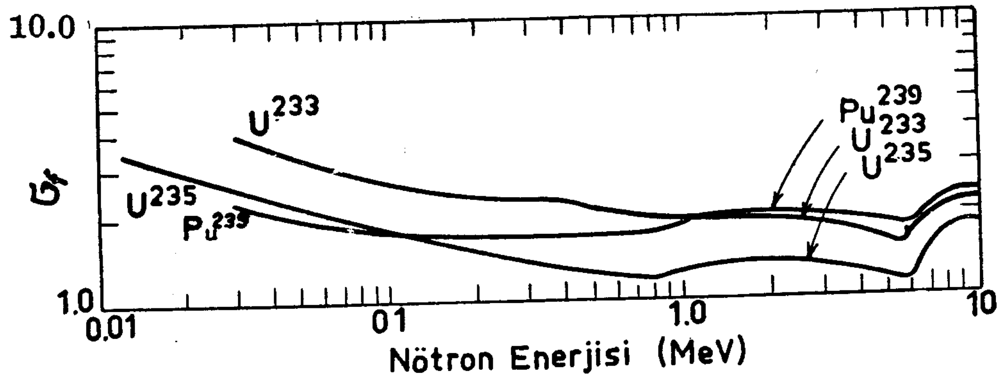
3. **Rezonans Tepelerinin Tesir Kesitleri Üzerindeki Etkileri; BREİT - WİGNER formülü** — Kuvantum Teorisine dayanaraktan rezonans tepelerinin izahını yapmak BREİT ve WİGNER'e nasib olmuştur. Şimdi bir r çekirdek reaksiyonunun daima şu iki safhadan mürekkep olduğuna dikkati çekelim:

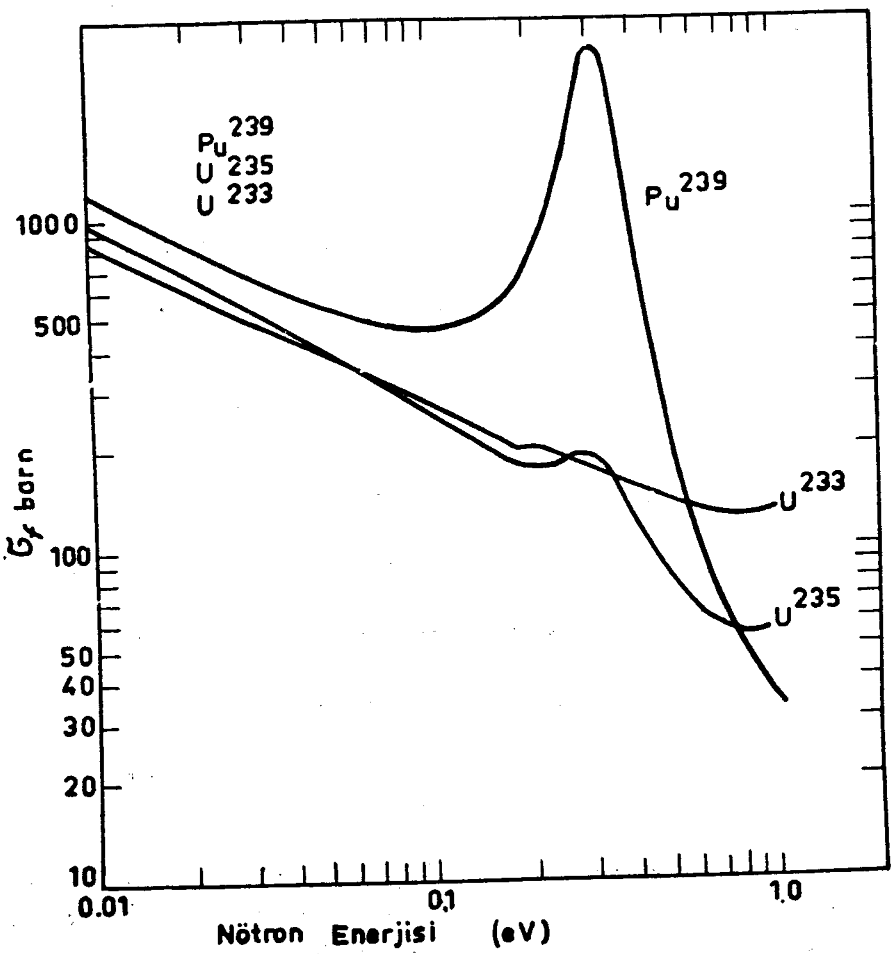
1) Mermi rolündeki bir çekirdek bir hedef çekirdekle araetkide (interaksiyonda) bulunur ve bunun neticesinde ortaya, uyartılmış bir durumda olan, bir bileşik çekirdek çıkar.

2) Bu bileşik çekirdek herhangi bir şekilde parçalanarak r reaksiyonunun ürünlerini verir.

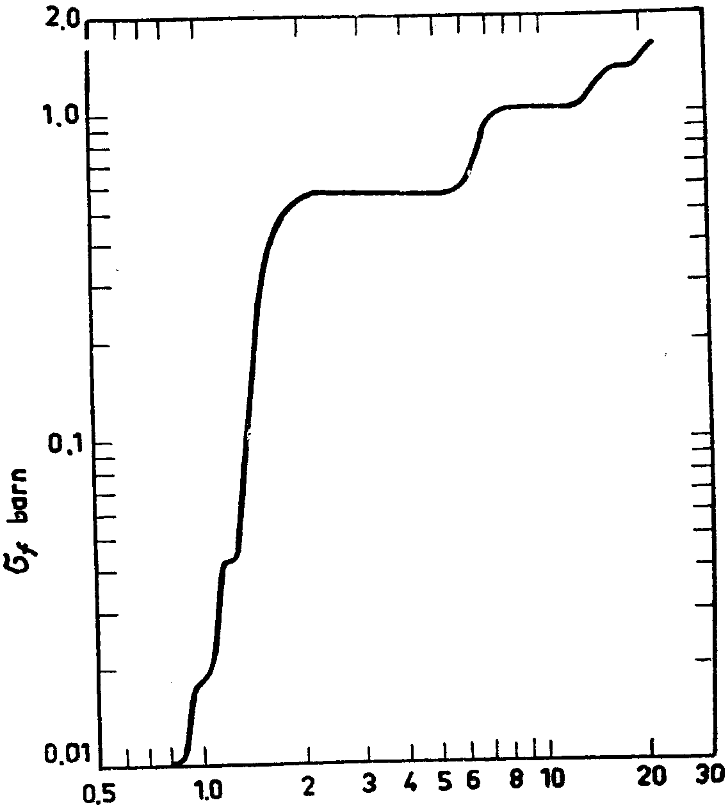
Bunları bir misâlle göstermek için Li_3^7 üzerine mermi olarak bir hidrojen çekirdeği yolladığımızı farzedelim. Bunun neticesinde uyartılmış bir Be_4^8 çekirdeği teşekkül eder. Bu da kısa bir zaman sonra mümkün parçalanma şekillerinden (mümkün *kanallardan*) biri uyarınca parçalanır. Meselâ Li_3^7 üzerine bir H_1^1 gönderme neticesinde şu sonuçlardan biri elde edilebilir:

(²) Bu p *«rezonansa tutulmama ihtimali»* nin ifadesi XII. Derste çıkarılacaktır.





Şekil: II. 3. U^{233}, U^{235} ve Pu^{239} un fisyon tesir kesitleri; üstteki şekilde ılıkötesi bölge için; alttaki şekilde de ılık bölge için.

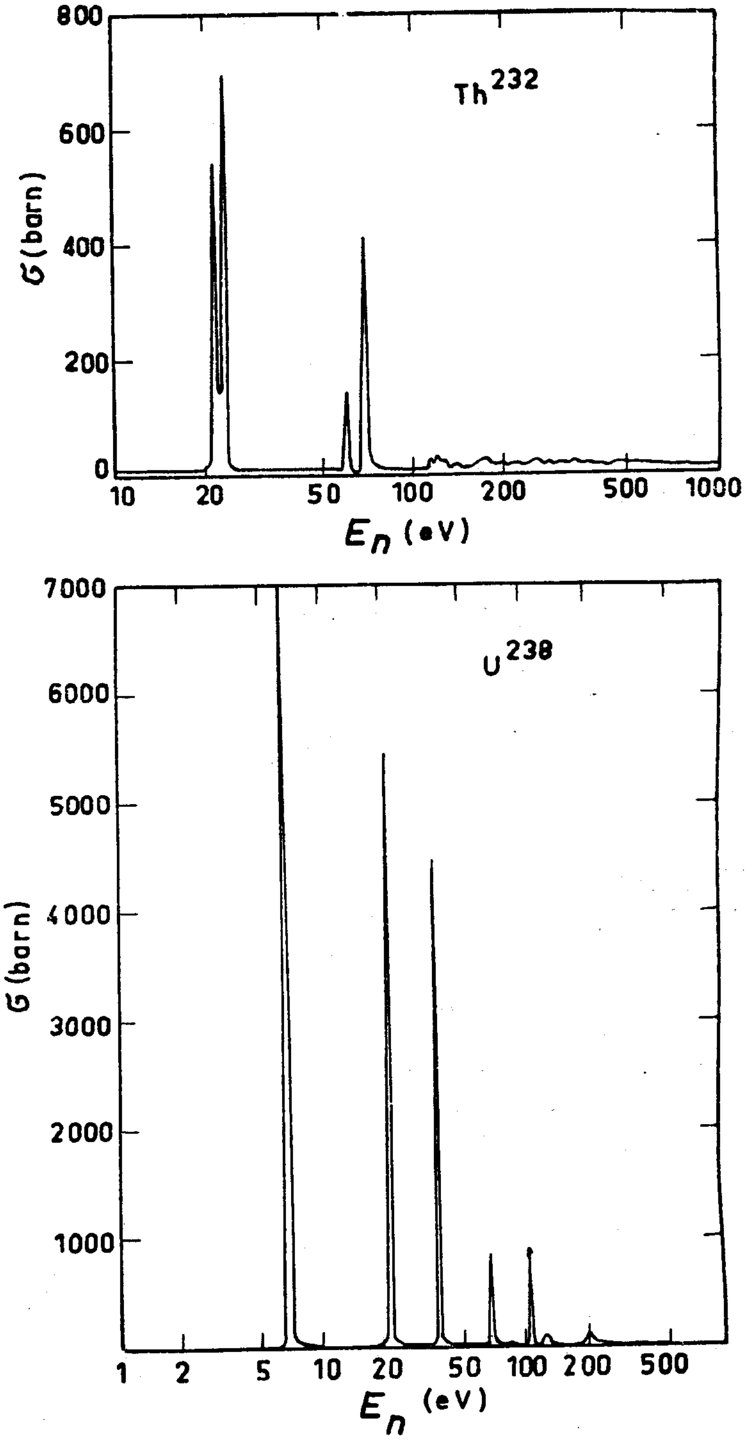


Nötron Enerjisi (MeV)

Şekil: II. 4. U^{238} in yüksek enerjiler için fisyon tesir kesidi.

$$Li_3^7 + H_1^1 \longrightarrow Be_4^{8*} \begin{cases} Li_3^7 + H_1^1 & (1) \\ 2\,He_2^4 & (2) \\ Be_4^8 + \gamma & (3) \\ Li_3^{7*} + H_1^1 & (4) \\ Li_3^6 + H_1^2 & (5) \end{cases}$$

Bunlardan (1) esnek bir çarpışmaya, (2) hidrojen çekirdeğinin düşük enerjiyi haiz olduğu hâllerde dahi vuku bulabilen ***enerji-veren (eksotermik) bir reaksiyona,*** (3) keza H_1^1 in düşük enerjiyi haiz olduğu hallerde dahi vuku bulabilen eksotermik bir absorplamaya, (4) H_1^1 in ancak



Şekil: II. 5. Th^{232} ve U^{238} in ılıkötesi nötronlar için toplam tesir kesitleri.

muayyen bir eşik enerjisinden yüksek bir enerjiyi haiz olduğu zaman vuku bulabilecek olan esnek olmayan bir çarpışmaya ve (5) de, gene (4) gibi bir eşik enerjisine bağlı, ***enerji-alan (endotermik) bir reaksiyona*** delâlet etmektedir.

Yukarıdaki misâlde olduğu gibi bileşik çekirdek teşekkül ettikten sonra bunun herhangi bir i reaksiyon ürününe parçalanması ihtimalini

$$\frac{\Gamma_i}{\Gamma_{top}}$$

ile göstereceğiz. Burada Γ_i ye i - inci şekilde parçalanmaya tekabül eden ***«kısmî yarı genişlik»***, Γ_{top} a da ***«toplam genişlik»*** adı verilir ve gerek Γ_i, gerekse de Γ_{top} bir enerjinin boyutlarını haizdirler. Şunu da ilâve edelim ki kuvantum teorisi ve çekirdek fiziğinden bilindiği üzere bir çekirdek uyartılmış bir hâlde ancak belirli bir zaman kalabilir; bir müddet sonra uyartılmış hâlden normâl hâle avdet eder. Bu geçişe tekabül eden yarıömrü $\Delta\theta$ ile gösterecek olursak HEİSENBERG'in belirsizlik ilkesine göre

$$\Gamma \cdot \Delta\theta = \frac{h}{2\pi} \qquad \text{(II.3.1)}$$

bağıntısı câridir. Bu bağıntıya göre eğer çekirdeği uyartan tâneciğin enerjisini kesin olarak biliyorsak Γ seviye genişliği sıfıra eşit olur. Buna göre $\Delta\theta$ nın sonsuz olması icâbettiğinden geçiş zamanı üzerinde tam bir belirsizlik var, yâni bileşik çekirdeğin uyartılmış hâlden normâl hâle avdetinin ne zaman vuku bulacağını evvelden kestiremeyiz demektir. Tersine olarak $\Delta\theta$ ne kadar kesin olarak bilinirse enerji seviyesi üzerinde de o kadar büyük bir belirsizlik hüküm sürecek demektir. Yâni kısacası, bu iki büyüklükten birinin iyi bilinmiş olması diğerinin sıhhatle tâyinini ifnâ etmektedir. Bir reaksiyona tekabül eden tesir kesidi, bileşik çekirdeğin teşekkülüne tekabül eden tesir kesidiyle bu bileşik çekirdeğin belirli bir ***«kanal»*** a uygun şekilde parçalanması ihtimâlinin çarpımına eşit olacaktır. Meselâ $\sigma_1(E)$ ile $Li_3^7 + H_1^1$ den itibaren $Be_4^{8\,*}$ bileşik çekirdeğinin teşekkülüne tekabül eden tesir kesidini gösterecek olursak (2) numaralı $Li_3^7(p, \alpha)\alpha$ reaksiyonuna tekabül edecek olan $\sigma_{12}(E)$ tesir kesidi de

$$\sigma_{12}(E) = \sigma_1(E)\frac{\Gamma_2}{\Gamma_{top}} \qquad \text{(II.3.2)}$$

olur.

BREİT ve WİGNER kuvantum teorisi vâsıtasıyla bileşik çekirdeğin meydana gelişine tekabül eden $\sigma_1(E)$ tesir kesidini hesaplamışlar ve bu tesir kesidini, $E = E_R$ de münferit (izole) bir rezonans tepesi arzetmesi hâlinde

$$\sigma_1(E) = \frac{\lambda^2}{4\pi} \frac{\Gamma_1 \Gamma_{top}}{\left(\frac{1}{2}\Gamma_{top}\right)^2 + (E - E_R)^2} \qquad \text{(II.3.3)}$$

şeklinde bulmuşlardır. Buna göre, meselâ $Li_3^7(p, \alpha)\alpha$ reaksiyonuna tekabül eden tesir kesidi (II . 3 . 2) ye binâen

$$\sigma_{12}(E) = \frac{\lambda^2}{4\pi} \frac{\Gamma_1 \Gamma_2}{\left(\frac{1}{2}\Gamma_{top}\right)^2 + (E - E_R)^2} \qquad \text{(II.3.4)}$$

olur.

Şimdi bir nötronun belirli bir atom çekirdeğiyle vuku bulan esnek çarpışma ve çekirdek tarafından yakalanma reaksiyonlarını göz önüne alalım. Buna göre

$$X_Z^A + n_0^1 \longrightarrow X_Z^{(A+1)*} \longrightarrow \begin{cases} X_Z^A + n_0^1 & (1) \\ X_Z^{A+1} + \gamma & (2) \end{cases}$$

yazılabilir. Şu hâlde, (2) şıkkına tekabül eden tesir kesidini σ_c ile gösterirsek bu

$$\sigma_c(E) = \frac{\lambda^2}{4\pi} \frac{\Gamma_1 \Gamma_2}{\left(\frac{1}{2}\Gamma_{top}\right)^2 + (E - E_R)^2} \qquad \text{(II.3.5)}$$

ifâdesiyle verilecektir. (*)

(*) Bu ifâdede çarpışan parçacıkların spinleri göz önünde tutulmamıştır. Spinlerin de göz önünde bulundurulduğu hâl için Bk. ETHERİNGTON: Nuclear Engineering Handbook Mc Graw Hill 1958, sayfa: 4 — 79, 4 — 93 ve sonrası.

Bu son formülden derhâl bazı kalitatif neticeler çıkartmak kaabildir:

(a) Eğer göz önüne aldığımız nötronun enerjisi muayyen bir münferid rezonansın E_R enerjisinden çok küçükse yâni $E \ll E_R$ ise, $(E-E_R)^2$ ifâdesi hemen hemen sâbit addolunabilecek kadar kâfi derecede büyük olabilir. Diğer taraftan bir nötron yakalanması reaksiyonu için (II. 3. 5) deki Γ_1 in nötronun enerjisinin kare köküyle orantılı olduğunu ve Γ_2 nin de nötronun enerjisine tâbi olmadığı tesbit edilmiştir. Bunlar göz önünde bulundurulur ve nötrona refâkat etmekte olan $\lambda = h/\sqrt{2mE}$ *«De Broglie dalgası»* nın ifâdesinden de faydalanılırsa (II. 3. 5) bağıntısı

$$\sigma_c(E) \backsim \frac{1}{E} \frac{\sqrt{E}}{\left(\frac{1}{2}\Gamma_{top}\right)^2 + (E-E_R)^2}$$

şeklinde ifâde olunur. $(E-E_R)^2$ nin büyük ve sâbit bir değeri haiz olmasından ötürü bu kesrin paydası da rahatlıkla sâbit addedilebilir ve böylece $E \ll E_R$ olduğu bölge için

$$\sigma_c(E) \backsim \frac{1}{\sqrt{E}}$$

veyâ v ile nötronun hızını göstermek üzere

$$\boxed{\sigma_c \backsim \frac{1}{v}} \qquad \text{(II. 3.6)}$$

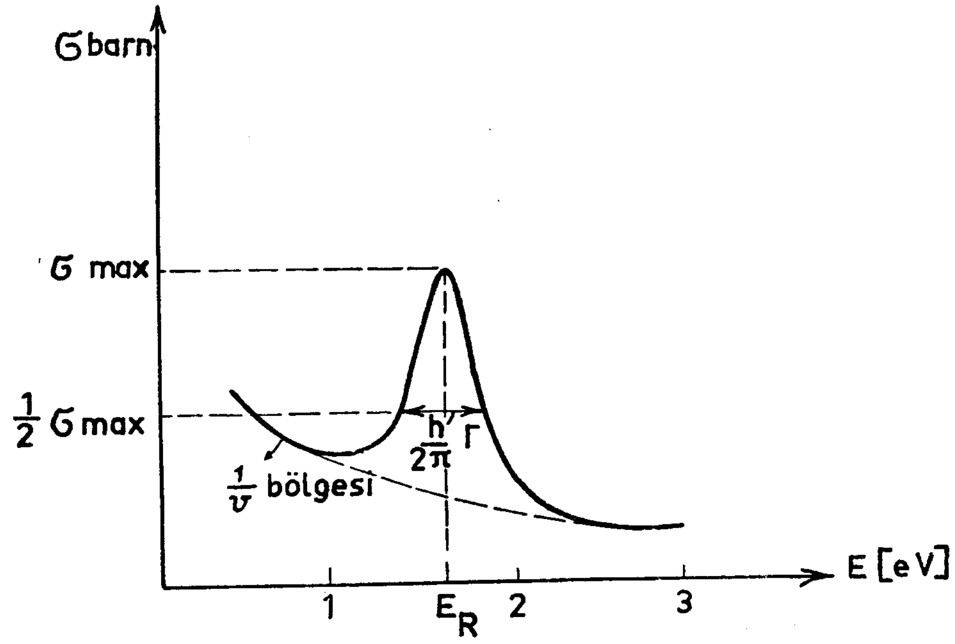
bulunur. σ_f için de aynı şartlar altında benzer bir bağıntı cârîdir. Buna, tesir kesidinin, $1/v$ şeklindeki değişim kanunu denir.

(b) Nötronun E enerjisi arttıkça $(E-E_R)$ azalır ve σ_c tesir kesidi, $E=E_R$ için bir maksimum değere erişir. (II. 3. 5) yardımıyla bu maksimum değerin E_R rezonans enerjisinin kare köküyle ters orantılı olduğu tesbit edilebilir. Şu hâlde rezonans maksimumlarına tekabül eden tesir kesitleri, göz önüne alınan E_R rezonans enerjisi ne kadar büyükse o kadar küçük olacaktır.

(c) Eğer yarı genişliği Γ_2 ile verilen rezonans çok yaygınsa nötronun E enerjisinin $|E-E_R| \ll \frac{1}{2}\Gamma_{top}$ ifâdesini gerçeklediği enerji aralığı için σ_c (veyâ σ_f) tesir kesidi gene basit bir ifâdeye müncer olur. Filhakika Γ_2 çok büyük olduğundan $\Gamma_{top} \approx \Gamma_2$ yazılır ve (a) şıkkında λ, Γ_1 ve Γ_2 nin enerjiye bağlılıkları hakkında söylediklerimiz de göz önünde tutulacak olursa (II.3.5) den gene

$$\boxed{\sigma_c \backsim \frac{1}{v}} \qquad \text{(II.3.7)}$$

bulunur.



Şekil: II. 6. Tesir kesitlerindeki bir rezonans tepesi ve özellikleri.

Burada bir kere daha açıkça ifâde edelim ki BREİT - WİGNER formülünün (II . 3 . 5) ile verilmiş olan ifâdesi ancak, yakınında başka rezonans tepesi bulunmayan münferit rezonanslar için tatbik olunabilir. Civarda daha başka rezonans tepelerinin de mevcut olmaları hâlinde teorinin verdiği çok daha karışık ifâdeleri kullanmak zarûreti ortaya çıkmaktadır.

(d) Eğer göz önüne aldığımız reaksiyon fisyon veyâ nötron yakalanması olacak yerde bir esnek saçılma ise $\Gamma_1 = \Gamma_2$ olacağından BREİT - WİGNER formülü

$$\sigma_s(E) = \frac{\lambda^2}{4\pi} \frac{\Gamma_1^2}{\Gamma_1^2 + (E - E_R)^2}$$

yazılır. $E \ll E_R$ olduğu hâller için de E, E^2 ve hattâ $2\,EE_R$ nin $E_R{}^2$ yanında kaabil-i ihmal olduğunu düşünerek ve λ ile Γ_1 in, biraz yukarıda zikredilmiş olan, E ye bağlılıklarını da hesâba katarak σ_s nin bu şartlar altında sâbit bir değer alacağı kolayca görülür:

$$E \ll E_R \text{ için: } \sigma_s = \text{sâbit.} \tag{II.3.8}$$

Şu halde esnek saçılmaya tekabül eden münferit bir rezonans göz önüne alındığında, nötronun haiz olduğu kinetik enerjinin E_R rezonans enerjisine göre çok küçük addedilebildiği hâllerde σ_s elâstik saçılma tesir kesidinin nötronun enerjisine tâbî olmayıp sâbit olduğu kabul edilebilmektedir.

Gelecek derste, içinde dağıldıkları ortamın sıcaklığının nötronların tesir kesitlerine nasıl tesir ettiğini göreceğiz.

ALIŞTIRMALAR:

1. 0,2 mm kalınlığındaki tabiî bir bor levhasının, paralel ışınlardan müteşekkil bir nötron demetinin şiddetini % 82,6 kadar zayıflattığı tesbit edilmiştir. Buna göre borun nötronlara karşı σ_{top} toplam mikroskopik tesir kesidi ne kadardır? (Tabiî bor % 18,8 B_5^{10} ve % 81,2 B_5^{11} izotoplarından müteşekkildir.)

2. Ilık nötronlar için tabiî uranyum ve ağırsuyun makroskopik absorplama tesir kesitlerini ve bunlara tekabül eden ortalama serbest yolu hesaplayınız.

3. Muayyen bir madde için nötronların ortalama serbest yolunun 47,8 cm olduğu tesbit edildiğine göre bunu kateden nötron hüzmesinin şiddetinin 1/10 a ircâ olabilmesi için lâzım gelen kalınlık ne olmalıdır?

4. O_8^{17} in esas seviye üzerindeki uyartılmış ilk enerji seviyesinin değeri 0,87 MeV ve buna tekabül eden $\Delta\theta$ ortalama ömrü $2{,}5 \,.\, 10^{-10}$ saniyedir. Buna göre bu enerji seviyesinin genişliği nedir?

5. B_5^{10} (α, p) C_6^{13} reaksiyonu, bu reaksiyon esnâsında hâsıl olan bileşik çekirdeğin 13,23 MeV lik bir uyartılma enerjisi için bir rezonans arzeder. Denel olarak bu rezonansın genişliğinin 130 keV olduğu tesbit edilmiştir. Acaba bileşik çekirdek bu enerji seviyesinde ortalama olarak ne kadar kalmaktadır?

6. Yavaş nötronların U^{235} tarafından yakalanması 0,29 eV için bir rezonans arzeder. Bu reaksiyon esnâsında hâsıl olan bileşik çekirdek ya bir γ fotonu neşrederek fazla uyartılma enerjisinden kurtulur veyâhut da bir fisyon olayına tâbî olarak parçalanır. Bileşik çekirdeğin ortalama ömrünün $4{,}7 \cdot 10^{-15}$ saniye ve bir γ fotonu neşretmesine tekabül eden Γ_γ kısmî seviye genişliğinin de 34.10^{-3} eV olduğu tesbit edilmiştir. Buna göre fisyona tekabül eden Γ_f kısmî seviye genişliğini tâyin ediniz.

III. DERS

Nötronların Sıcaklığı ve Tesir kesitlerinin Sıcaklığa Bağlılığı

Nötron sıcaklığı - Fisyon spektrumu - Nötron akısı - Ortalama tesir kesitleri - Etkin tesir kesitleri - Sıcaklığın tesir kesitlerine etkisi - Rezonanslarda DOPPLER genişlemesi

1. **Nötronların sıcaklığı.** — Yavaşlatıcı bir ortamın atomlarıyla müteaddid çarpışmalar neticesinde nötronların enerjisi ancak, bu ortamı teşkil eden atomların haiz oldukları kinetik enerji kadar kalırsa, bu ortamla içindeki nötronların artık *«termik denge»* hâlinde bulundukları söylenir. Termik dengenin mevcut olması hâlinde nötronlara gazların kinetik teorisi tatbik olunabilir.

Absorplaması ihmâl edilebilen yavaşlatıcı bir ortamda dağılmakta olan nötronları seyrelmiş bir gaz olarak göz önüne alacak olursak bunlar, haiz oldukları enerjilerin fonksiyonu olarak bir MAXWELL - BOLTZMANN dağılımı arzederler. Buna göre, hızları bir v hızıyla $v+dv$ hızı arasında bulunan nötronların izâfi sayısı, $N(v)$ ile birim hız aralığındaki nötronların sayısını, N_0 ile de göz önüne alınan muhtelif enerjileri haiz nötronların sayısını göstermek üzere

$$\frac{N(v)}{N_0}dv = \frac{4}{\sqrt{\pi}}\left(\frac{m}{2kT}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot v^2 exp\left(-\frac{mv^2}{2kT}\right)dv \qquad \text{(III.1.1)}$$

bağıntısıyla verilir. Burada $k=1{,}38.10^{-16}$ erg/°K$=8{,}61.10^{-5}$ eV/°K$=$ BOLTZMANN sâbiti; T, °K cinsinden sıcaklık ve m de nötronların kütlesidir.

(III . 1 . 1) formülünü, T sıcaklığına tekabül eden bir nötron gazındaki bir nötronun hızının v yi kuşatan bir dv aralığı içinde bulunmak ihtimâli olarak da tefsir edebiliriz.

Böyle bir dağılım için nötronların haiz oldukları ***en muhtemel hız***, $N(v)$ yi maksimum kılan v_0 hızı olacaktır. Buna göre (III.1.1) den kolayca:

$$v_0 = \sqrt{\frac{2kT}{m}} \qquad \text{(III.1.2)}$$

bulunur; $m = 1{,}67.10^{-24}$ gr olduğu göz önünde tutularak

$$v_0 = 1{,}284 \cdot 10^4 \sqrt{T} \qquad \text{(III.1.2')}$$

olur.

Bu son iki formül aynı zamanda nötron sıcaklığının da târifidir. Buna göre meselâ 20,44 °C = 293,60 °K lık bir nötron sıcaklığına $v = 2200$ m/san lik bir en muhtemel hız, veyâ $E(v_0) = 0{,}0253$ eV lik bir enerji tekabül etmektedir. Nötronların bir ortamda haiz oldukları $N(v)$ hız dağılımı bir MAXWELL-BOLTZMAN dağılımı olmasa bile $N(v)$ nin maksimumu gene de o ortamdaki nötron sıcaklığını târif eder.

$E = \frac{1}{2}\, mv^2$ olduğundan (III.1.1) bağıntısı

$$\frac{N(E)}{N_0}\, dE = \sqrt{\frac{E}{\pi}}\, \frac{2}{(kT)^{\frac{3}{2}}} \cdot exp\left(-\frac{E}{kT}\right) dE \qquad \text{(III.1.3)}$$

şeklinde de yazılabilir. Yalnız bu son bağıntıdan hareket ederek $N(E)$ yi maksimum kılan E_0 en muhtemel enerjisinin $E(v_0)$ ın ancak yarısı olduğu ortaya çıkar; yâni

$$E_0 = \frac{E(v_0)}{2} = \frac{kT}{2} \qquad \text{(III.1.4)}$$

dir.

Bu dağılımlara tekabül eden ortalama hız ve enerjiyi hesaplayalım. Bu ortalama değerleri bulmak için âşikâr olarak v nin $\frac{N(v)}{N}$ ve E nin de $\frac{N(E)}{N}$ üzerinden ortalamaları alınacaktır. Böylece:

$$\langle v \rangle = \frac{1}{N}\int_0^\infty vN(v)\, dv = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\, v_0 = 1{,}128\ v_0 \qquad \text{(III.1.5)}$$

ve

$$<E> = \frac{1}{N}\int_0^{\infty} E \cdot N(E)dE = \frac{3}{2}\,kT \qquad \text{(III.1.6)}$$

bulunur.

Aşağıdaki cetvel muhtelif enerji ve hızların tekabüliyetlerini göstermektedir:

Cetvel: III. 1

Enerji		Hız	
	kT	En muhtemel hız	: v_0
Bir eksen boyunca ortalama	$\frac{1}{2}\,kT$	Bir eksen üzerinde izdüşümün kuvadratik ortalama	0,707 v_0
Ortalama	$\frac{3}{2}\,kT$	Kuvadratik ortalama	: 1,22 v_0
	$\frac{4}{\pi}\,kT$	Ortalama	: 1,128 v_0

2. **Fisyon Spektrumu.** — Birinci paragrafta görmüş olduğumuz termik dengedeki nötronların enerjiye bağlı olarak dağılım fonksiyonundan başka bir de fisyon nötronlarının enerjiye bağlı olarak dağılımları önem arzeder.

Fisyon nötronlarının enerjiye bağlı olarak dağılımları denel olarak incelenmiştir: bulunan neticeler bu dağılımın, bir tek nötrona ircâ edilmiş olarak

$$f(E) = 0{,}484\, e^{-E}\, sh\sqrt{2E} \qquad \text{(III.2.1)}$$

formülüyle oldukça iyi bir şekilde ifade edilebileceğini göstermişlerdir. Bu formüle yarı-denel WATT formülü adı verilir ve bu bağıntı enerjileri 0,1 MeV ilâ 9 MeV arasında olan nötronların dağılımını büyük bir yaklaşıkla temsil eder.

(III . 2 . 1) den faydalanılarak nötronlar için en muhtemel E_{f0} fisyon enerjisinin 0,72 MeV ve $<E_f>$ ortalama enerjisinin de 2 MeV civarında olduğu anlaşılır. (Bk. I. DERS, Problem: 8). Bir önceki paragrafta verilmiş olan târife binâen fisyon nötronlarının teşkil ettikleri seyrelmiş gazın sıcaklığı olarak fisyon spektrumunun maksimumu olan 0,72 MeV e tekâbül eden sıcaklık kabul edilecektir.

3. Nötron Reaksiyonlarının Sayıca Belirtilmesi ve Ortalama Değerler. — Bir ortamda yayılmakta olan nötronların yoğunluğunu $N(\vec{r}, E)$ ile gösterelim. Ortamın $\vec{r}$ noktasında E enerjisini haiz nötronların yoğunluğunu veren $N(\vec{r}, E)$ nin fiziksel boyutları $[L^{-3}]$ dür. Bu ortamda $N(\vec{r}, E)$ adet nötron 1 saniye zarfında toplam olarak $vN(\vec{r}, E)$ cm kadar bir yol katetmiş olacaklardır. Fakat eğer ortam meselâ absorplayıcı bir ortamsa, ortalama olarak, katedilmiş olan her λ_a uzunluğu için bir nötron absorplanmış olur. Buna göre $vN(\vec{r}, E)$ santimlik bir yol boyunca ortalama olarak

$$\frac{vN(\vec{r},E)}{\lambda_a} = \frac{N(\vec{r},E)}{l} \qquad \text{(III.3.1)}$$

veyâ (II . 1 . 8′) dolayısıyla

$$\Sigma_a \cdot vN(\vec{r}, E) = \Sigma_a \phi(\vec{r}, E) \qquad \text{(III.3.2)}$$

adet nötron absorplanmış olur. Burada

$$vN(\vec{r}, E) = \phi(\vec{r}, E) \qquad \text{(III.3.2′)}$$

bağıntısı ile târif edilen büyüklüğe «nötron akısı» adı verilir. Kolayca görülebileceği üzere bu, aynı zamanda, 1 cm^3 lük bir hacım içinde nötronlar tarafından 1 saniyede katedilen toplam yola da muâdildir. Bu sebepten ötürü $\phi(\vec{r}, E)$ ye bazan «nötron izlerinin uzunluğu» adı da verilmektedir. $\phi(\vec{r}, E)$ nin boyutlarının $[L^{-2}T^{-1}]$ olduğu âşikârdır.

Çoğaltkan bir ortamda 1 cm^3 de ve 1 saniyede vuku bulan fisyona sebep olan nötronların sayısını veyâ başka bir deyişle 1 cm^3 içinde 1 saniyede vuku bulan fisyon sayısını bilmek istersek, benzer bir muhakemeyle, bunun

$$\Sigma_f \phi(\vec{r}, E) \qquad \text{(III.3.2″)}$$

ye eşit olduğu görülür. Aynı muhakeme tarzını herhangi bir r reaksiyonu için de tatbik etmek kabildir; bu takdirde 1 cm^3 de 1 saniyede nötronlarla vuku bulan r reaksiyonlarının sayısı gene

$$\Sigma_r \, \phi(\vec{r}, E) \tag{III.3.2''}$$

ile verilecektir.

$\phi(\vec{r}, E)$, bir $\vec{r}$ noktasındaki E enerjili nötronların akısını göstermektedir. Şu hâlde $\phi(\vec{r}, E)dE$ de $\vec{r}$ noktasında bulunan ve enerjileri muayyen bir E yi kuşatan dE aralığı içine düşen nötronların akısını gösterecektir. Buna binâen $\vec{r}$ noktasındaki bütün nötronların toplam akısı

$$\phi_{top}(\vec{r}) = \int_0^\infty \phi(\vec{r}, E)\, dE \tag{III.3.3}$$

olur. Benzer mülâhazalarla, muayyen bir r reaksiyonuna mâruz kalan toplam nötron sayısının da

$$\int_0^\infty \Sigma_r(E)\, \phi(\vec{r}, E)\, dE \tag{III.3.4}$$

ye eşit olduğu görülür. Bu son ifâde de makroskopik tesir kesidinin $\vec{r}$ ye tâbî olmadığı farzedilmiştir.

Şimdi (III . 3 . 4) ü (III . 3 . 2''') e benzetmek için öyle bir ortalama makroskopik tesir kesidi târif edelim ki

$$\int_0^\infty \Sigma_r(E)\, \phi(\vec{r}, E)\, dE = \langle \Sigma_r \rangle \, \phi_{top}(\vec{r})$$

olsun. (III . 3 . 3) ve (III . 3 . 4) ü göz önünde tutarak, bu son ifâdeden, $\langle \Sigma_r \rangle$ nin

$$\langle \Sigma_r \rangle = \frac{\int_0^\infty \Sigma_r(E)\phi(\vec{r}, E)\, dE}{\int_0^\infty \phi(\vec{r}, E)\, dE} \tag{III.3.5}$$

bağıntısıyla belirlenmiş olması lâzım geldiği görülür. Benzer şekilde $\langle \lambda \rangle$ ve $\langle \sigma \rangle$ da târif edilir.

Şimdi ılık nötronları nisbeten zayıf bir şekilde absorplayan bir ortam için $<\sigma_a>$ ortalama mikroskopik absorplama tesir kesidini hesaplıyalım. Bunun için de nötronların dağılımının bir MAXWELL - BOLTZMANN dağılımıyla yaklaştırılabileceğini ve $\sigma_a(E)$ nin de $\frac{1}{v}$ kanununa uyduğunu farzedelim.

Buna göre, bir taraftan ϕ nötron akısının târifini, öte taraftan da c uygun bir sâbit olmak üzere, $\sigma_a(E) = c/v$ olması keyfiyetini göz önünde bulundurarak

$$<\sigma_a> = \frac{\int_0^\infty \sigma_a(E)\, \phi(E)\, dE}{\int_0^\infty \phi(E)\, dE} = \frac{\int_0^\infty \sigma_a(E) \cdot vN(E)\, dE}{\int_0^\infty vN(E)\, dE}$$

$$= \frac{\int_0^\infty \frac{c}{v} \cdot vN(E)\, dE}{\int_0^\infty vN(E)\, dE} = \frac{c \int_0^\infty N(E)\, dE}{\int_0^\infty vN(E)\, dE}$$

$$= c \frac{\int_0^\infty N(v)\, vd}{\int_0^\infty vN(v)\, dv} = \frac{c}{<v>} = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \frac{c}{v_0} = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \sigma_a(v_0)$$

ve v_0 en muhtemel hızı kT enerjisine tekabül ettiğinden

$$\boxed{<\sigma_a> = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \sigma_a(kT)} \qquad \text{(III.3.6)}$$

bulunur; *yâni zayıf bir absorplayıcı ortamdaki* $\frac{1}{v}$ *bölgesine dahil nötronlara tekabül eden* $<\sigma_a>$ *ortalama mikroskopik absorplama tesir kesidi nötronların MAXWELL-BOLTZMAN hız dağılımında maksimumu veren en muhtemel* v_0 *hızına veyâ buna eşdeğer* kT *enerjisine tekâbül eden mikroskopik absorplama tesir kesidinin* $\frac{\sqrt{\pi}}{2}$ *sine eşittir.*

$<\sigma_a>$ değerine, kezâ, ***etkin mikroskopik absorplama tesir kesidi*** adı da verilir. Bundan sonra ılık nötronlara ait bütün tesir kesitlerini etkin tesir kesitler olarak anlayacağız ve herhangi bir karışıklıktan korkulmadığı ve sarahaten aksi zikredilmediği zamanlarda $<\sigma>$ yerine sâdece σ yazmakla iktifâ edeceğiz. Eğer σ_a mikroskopik absorpsiyon tesir kesidi $1/v$ kanununa uymuyorsa ya da $N(v)$ hız dağılımı MAXWELL-BOLTZMANN dağılımından inhiraf ediyorsa $\sigma_a(v)$ ı sıcaklığa bağlı f ve g gibi bazı katsayılarla tashih etmek gerekir (WESCOTT katsayıları).

4. Sıcaklığın Tesir Kesitlerine Etkisi. — $\frac{1}{v}$ kanununa uyan bir absorplayıcı için

$$\sigma_a = \frac{c}{v}$$

şeklindedir. v ile T arasındaki (III.1.2) bağıntısını göz önüne alacak olursak, K ile uygun seçilmiş bir sâbiti göstermek üzere

$$\sigma_a = \frac{K}{\sqrt{T}} \tag{III.4.1}$$

olur. Şimdi, nötronların bu absorplayıcının atomlarıyla termik denge hâlinde bulunduklarını farzedelim. Bundan sonra da ortamın sıcaklığının dT kadar değiştiğini göz önünde tutalım. Bu takdirde absorplayıcı ortamla termik denge hâlinde olan nötronlar için absorplama tesir kesidi

$$d\sigma_a = -\frac{K\,dT}{2\sqrt{T}}\,\frac{1}{T} \tag{III.4.2}$$

kadar değişecektir. Bu son iki bağıntıyı göz önünde tutarak:

$$d\sigma_a = -\frac{\sigma_a}{2}\,\frac{dT}{T} \tag{III.4.3}$$

yazılabilir. Bu bize, T sıcaklığını haiz ve $\frac{1}{v}$ kanununa uyan absorplayıcı bir ortamın sıcaklığında vuku bulan dT değişiminin ortamın σ_a mikroskopik absorplama tesir kesidinde hâsıl ettiği $d\sigma_a$ değişimini vermektedir. (III.4.3) bağıntısından kolayca görülebileceği üzere absorplayıcı ortamın sıcaklığı arttığı zaman σ_a nın değerinde bir eksilme, ve ortamın sıcaklığı eksildiği zaman da σ_a nın değerinde bir artma olmaktadır. Bu artma ve eksilmelerin mutlak değerleri de ortamın haiz olduğu sıcaklık ne kadar yüksekse o kadar az olmaktadır.

Mikroskopik saçılma tesir kesidi de sıcaklığa bağlıdır. H_2O ve D_2O ile yapılan tecrübelerin neticeleri σ_s nin bu iki yavaşlatıcı için

$$\sigma_s \backsim \frac{1}{E^n} \qquad \text{(III.4.4)}$$

şeklinde olduğunu ortaya koymuşlardır. Burada n nin değeri H_2O için 0,225 ve D_2O için de 0,112 dir. Yukarıdakine benzer bir muhakemeyle, difüzleyici bir ortamda T sıcaklığının bir dT değişiminin mikroskopik esnek saçılma tesir kesidi üzerinde yaptığı tesirin

$$d\sigma_s = -n\sigma_s \frac{dT}{T} \qquad \text{(III.4.5)}$$

şeklinde olduğu kolayca görülür.

5. **Rezonans Tepelerinde DOPPLER Genişlemesi.** — Nötronların, araetkide bulundukları bir ortamın atomlarının tesir kesitleri eğer rezonans tepeleri arzediyorsa bu rezonans tepelerine tekabül eden, Γ genişlikleri ortamın haiz olduğu sıcaklığın doğurduğu termik çalkantıdan ötürü bir miktar genişlemeye mâruz kalırlar. M ile bu ortamı teşkil eden atom çekirdeklerinin kütlelerini gösterirsek bir rezonansa tekabül eden Δ DOPPLER genişlemesi

$$\Delta = 2\sqrt{\frac{m}{M}\, kTE_R} \qquad \text{(III.5.1)}$$

ile verilir. Böylece yavaşlatıcının veyâ nükleer yakıtın tesir kesitleri rezonans tepelerinin bilhassa bulunduğu ılıkötesi bölgede de bir miktar tâdilâta uğramış olur.

Sıcaklığın, çoğaltkan bir ortamın nükleer vasıflarına nasıl tesir ettiğini bu kitabın ikinci cildinin V. dersinde etraflı bir şekilde inceleyeceğiz.

Bibliyografya

1) Gazların Kinetik Teorisi için bk: A. BLOCH: *Gazların Kinetik Teorisi, Çeviren: Süreyya Meriç. İst. Üniv. Fen Fak. Yayınları (1949).*

2) DOPPER genişlemesi için bk. *Handbuch der Physik'in XXXVIII/2. cildinde, EDOARDO* AMALDİ: *The Production and Slowing Down of Neutrons, Sayfa 346–350, Springer Verlag (1959).*

ALIŞTIRMALAR:

1. 6500 eV lik bir enerjiyi haiz nötronlara tekabül eden sıcaklığı hesaplayınız.

2. EİNSTEİN 'in kütleyle enerjinin eşdeğerliğini bildiren formülünden faydalanarak E eV lik bir enerjiye kaç gram m kütlesi tekabül ettiğini gösteren bir ifâde tesis ediniz.

3. 360°K daki nötronlar için U^{235} in etkin mikroskopik fisyon tesir kesidini hesaplayınız. (σ_f nin $1/v$ kanununa uyduğu farzedilecek).

4. 4 cm^2 lik bir indiyum levhası kendisine dik bir nötron huzmesine mâruz bırakılmıştır. Nötron akısının 6.10^{11} nötron/cm^2 san ve $\sigma_a = 190$ barn olduğunu göz önünde tutarak 2^{dak} 45′ de indiyum levhasının absorpladığı nötron sayısını bulunuz.

5. 1,5 cm^2 lik bir alanı ve 300 mg/cm^2 lik bir alan yoğunluğunu haiz bir altın (Au^{197}) varak 1 saat müddetle 10^{12} nötron/cm^2 san lik bir nötron akısına mâruz bırakılıyor. Tecrübe sonunda toplam 49.10^{13} adet Au^{197} çekirdeğinin transmütasyona uğradığı tesbit edildiğine göre acaba Au^{197} nin nötronlara karşı mikroskopik absorplama tesir kesidi kaç barndır?

6. 140 ton tabiî uranyum ihtivâ eden bir reaktörde 3.10^{12} nötron/cm^2 san lik kararlı bir nötron akısı bulunmaktadır. Tabiî uranyumdaki U^{235} miktarının % 0,71 oranında olduğuna göre ve reaktörün gece gündüz devamlı olarak çalıştığını düşünerek fisyon yoluyla 6 ayda reaktörde kaç kiio U^{235} harcanmış olacağını hesaplayınız.

IV. DERS

Çoğaltkan Ortamlarda Zincirleme Fisyon Reaksiyonlarının Tetkikine Giriş

Çoğalma katsayısı - Reaktiflik - Altkritiklik - Kritiklik - Üst kritiklik - Çoğalma katsayısı için dört çarpan formülü: hızlı fisyon çarpanı (ε), rezonansa tutulmama ihtimâli (p), ılık faydalanma çarpanı (f), absorplanan her ılık nötrona karşı açığa çıkan ânî hızlı nötron sayısı (η), - Sonsuz ortam için k_{∞} çoğalma katsayısı ve sonlu ortam için k_{et} etkin çoğalma katsayısı - Bir nötronun sonlu bir ortamdan dışarı sızmamasının P ihtimali - P nin sonlu çoğaltkan ortamın: a) nükleer özelliklerine, b) şekline, c) boyutlarına bağlı oluşu - Sonlu çoğaltkan ortamdaki nötron bilânçosu için nötron yansıtıcıların önemi - Gecikmiş nötronların mevcudiyeti çoğaltkan ortamlar için emniyet unsurudur - Çoğaltkan ortamlarda fotonötron kaynakları.

1. **Çoğalma Katsayısı.** — Bir çoğaltkan ortam göz önüne alalım. Bu ortamdaki nötronların belirli bir l ortalama ömrü olacaktır. Târif olarak, bir l süresi zarfında çoğaltkan ortamda fisyon yoluyla doğan nötronların ortalama sayısına bir **«nötron nesli»** diyeceğiz. l kadar zaman fasılalarının biribirlerinin peşisıra akıp gitmeleriyle nötron nesilleri de doğup ölürler.

Şimdi belirli bir zaman orijininden itibâren sıraladığımız nötron nesillerinden meselâ m - nincisini göz önüne alalım. Bu nötron nesli içindeki nötronların sayısı N_m olsun. Bu nötron neslinin hemen arkasından gelen $(m+1)$ - inci nötron neslindeki nötron sayısını da N_{m+1} ile gösterelim ve

$$\frac{N_{m+1}}{N_m} = k \qquad \text{(IV.1.1)}$$

vazedelim. Eğer uzun bir zaman zarfında m sayısı ne değeri alırsa alsın hep

$$k = 1$$

ise, bu zaman zarfında çoğaltkan ortam içinde fisyon, absorplanma ve ortamın dış yüzeylerinden dışarı kaçma dolayısıyla kaybolan her nötronun yerine bir yenisi konuluyor, yâni çoğaltkan ortamdaki nötron sayısı eksilmiyor demektir. Bu takdirde çoğaltkan ortama: «*kritik çoğaltkan ortam*» adı verilir.

Eğer k, aynı şartlar altında hep 1 den büyük kalıyorsa ortama: «*üstkritik ortam*» denir. Şâyet k, gene aynı şartlar altında hep 1 den küçük kalıyorsa ortama: «*altkritik ortam*» adı verilir. Altkritik ortamlarda zincirleme fisyon reaksiyonlarının zamanla söneceği ve üstkritik ortamlarda da, aksine, zamanla ıraksak bir durum arzedeceği âşikârdır.

k, ortamdaki nötronların çoğalmalarının bir ölçüsü olduğundan kendisine «*çoğalma katsayısı* veyâ *çoğalma çarpanı*» adı verilir.

Kritik bir ortam için N nötron yoğunluğunun, belki çok kısa süreler için müstesnâ, zamana tâbî olmayacağı âşikârdır. Şu hâlde kritik ortamlarda N nin zamana göre kısmî türevinin teorik olarak, sıfır olması icâbetmektedir:

$$\frac{\partial N}{\partial t} = 0. \tag{IV.1.2}$$

Fakat IX. Derste göreceğiz ki bu şart kritik çoğaltkan ortamlarda ancak asimtotik olarak câridir.

$\rho = \frac{k-1}{k} = \frac{\delta k}{k}$ ifadesine ortamın «*reaktifliği*», sâdece δk ya «*reaktiflik fazlası*» adı verilir.

Eğer:

$\rho < 0$	ise	ortama	altkritik ortam
$\rho = 0$	»	»	kritik ortam
$\rho > 0$	»	»	üstkritik ortam

denir ve $\rho = \infty$ da ortamın çoğaltkan olmadığına delâlet eder.

Reaktifliğin ifâdesindeki δk büyüklüğünü göz önüne alalım. Şimdi bir misâl ile δk fevkalâde küçük bir değeri haiz olduğu zaman bile, şâyet pozitifse, ortamdaki nötronun nasıl korkunç bir şekilde artabileceğini göstereceğiz. Filhakika bir çoğaltkan ortamın çoğalma katsayısı k ve bu ortamdaki nötronların ortalama ömrü de l ise, bir saniyede bu ortamın

1 cm³ ünde $k.\frac{N}{l}$ nötron doğuyor ve $\frac{N}{l}$ nötron da yok oluyor demektir. Bunların farkı ise nötron yoğunluğunun zamana göre değişimini verir. Şu hâlde:

$$\frac{\partial N}{\partial t}=k\cdot\frac{N}{l}-\frac{N}{l}=\frac{k-1}{l}N=\frac{\delta k}{l}N$$

olur. Bu basit diferansiyel denklemin çözümü:

$$N(t)=N_0\cdot exp\left(\frac{\delta k}{l}\,t\right) \qquad \text{(IV.1.3)}$$

dir. Bir misâl üzerinde hesabı yürütebilmek için sâdece âni nötronlarla işlediğini farzettiğimiz ılık bir atom reaktörü göz önüne alalım. Böyle bir reaktör için $l=10^{-3}$ san ve $\phi=2{,}2\,.\,10^{12}$ nötron/cm²/san mertebesindedir. Meselâ, $\delta k=0{,}00755$ olması hâlinde böyle bir reaktörde $t=2$ san ânındaki nötron akısını $t=0$ ânındaki nötron akısıyla mukayese edelim. Bu takdirde

$$\frac{\phi\,(2)}{\phi\,(0)}=e^{15}=450\,000$$

bulunur. Yâni $t=0$ için $\phi=2{,}2\,.\,10^{12}$ nötron/cm²/san olan nötron akısı $t=2$ san için $\phi=10^{18}$ nötron/cm²/san gibi korkunç bir değere ulaşmış olur. Gelecek derste göreceğimiz gibi atom reaktörlerinde güç üretimi ϕ nötron akısıyla orantılıdır. Buna göre, gene yukarıdaki misâle dönecek olursak, 2 saniye zarfında göz önüne alınmış olan çoğaltkan ortamın güç üretimi 450.000 mislini bulacak demektir. Yâni meselâ 10 Mw lık bir reaktörün gücü 2 saniyede $4{,}5\,.\,10^6$ Mw a yükselecektir. Bir de ortama ithâl olunan δk nın meselâ 0,00755 değil de farazâ 0,755 olduğunu düşününüz! Bu misâl, çoğaltkan ortamların harpçı gâyeler uğrunda kullandıklarında ne muazzam bir tahrip gücü potansiyelini haiz olduklarını göstermektedir. Bu, kezâ, atom reaktörlerinde çoğalma katsayısının daima 1 e eşit olması lâzım geldiğini ve nötron seviyesinde bir değişiklik yapılmak isteniyorsa bunun fevkalâde tedbirler muvacehesinde yapılması iktizâ ettiğini, aksi hâlde nötron akısının yukarıdaki misâlde olduğu gibi gâyet kısa bir zaman zarfında fevkalâde artarak reaktörün gücünü ve ısı üretimini de aynı nisbetler dahilinde arttıracağını ve bunlara dayanamayan reaktörün yapı maddelerinin erimek v.s... gibi ortaya çıkan iflâsıyla nötronların ve ortamdaki reaksiyon ürünlerinin reaktörün dışına kaçıp civardaki canlı organizmalara öldürücü bir tesir de yapabileceğini ortaya koyar.

2. **Çoğalma Katsayısının Hesabına Giriş.** — Şimdi, içinde nükleer yakıtla nötron yavaşlatıcının homogen bir şekilde karışmış bulunduğu sonsuz bir çoğaltkan ortam tasarlayalım. Bu ortamdaki zincirleme fisyon reaksiyonları daha ziyâde ılık nötronlarla vukua gelsin, yâni ortam ılık bir çoğaltkan ortam olsun. Ortamın ılık olması demek geçen derste de tebârüz ettirdiğimiz gibi, fisyon nötronlarının kısa bir zaman zarfında, ortamdaki yavaşlatıcının çekirdeklerine, çarpışma yoluyla, haiz oldukları fazla enerjiyi iletip ılık enerji bölgesine vâsıl olabilmeleri ve böyle düşük bir enerjiyi haiz olduklarından diğer fisyon olaylarına sebebiyet vermeleri demektir.

Bununla beraber eğer çoğaltkan ortam ılık nötronlarla fisyona mâruz kalabilecek olan nükleer yakıtla birlikte Th^{232} veyâ U^{238} gibi fisyon eşiği yüksek olan nükleer yakıtları da ihtivâ ediyorsa fisyon nötronlarından bir kısmı haiz oldukları yüksek enerji dolayısıyla yavaşlama ameliyesine katılmadan doğrudan doğruya bu cins nükleer yakıtları fisyona uğratabilirler.

Buna binâen, ılık bir çoğaltkan ortamdaki bütün fisyonlardan üreyen hızlı nötronların sayısının sâdece ılık nötronların sebep olduğu fisyonlardan üreyen hızlı nötronların sayısına olan oranına ε diyeceğiz. Şu hâlde, eğer elimizde N tâne fisyon nötronu mevcutsa bunların sayısı, bu hızlı nötronların yavaşlamadan önce sebep oldukları fisyonlar hasebiyle, bir müddet sonra εN olur.

ε un hesabı için şimdilik şu oldukça kaba metodu verebiliriz. *h* indisi ile hızlı ve ıl indisi ile de ılık nötronlara tekabül eden büyüklükleri işâretleyelim; ϕ de gene nötron akısı olsun. Buna göre ϕ_h hızlı nötronlara tekabül eden toplam akı ve $\phi_{ıl}$ da ılık enerjili nötronların toplam akısı olacaktır. Bu takdirde fisyona sebep olan hızlı nötronların sayısı:

$$\Sigma_{f,h}\,\phi_h$$

ve bu fisyonlardan üreyen hızlı nötronların sayısı da:

$$\nu_h\,\Sigma_{f,h}\,\phi_h$$

olacaktır. Burada ν her zaman olduğu gibi gene fisyon başına açığa çıkan nötron sayısını göstermektedir. Şimdi ılık nötronların sebep olduğu fisyonlardan üreyen hızlı nötronların sayısını düşünelim. Bütün ılık nötronların hâsıl ettiği fisyonlardan üreyecek olan hızlı nötronların sayısının da

$$\nu_{il}\, \Sigma_{f,il}\, \phi_{il}$$

ifâdesiyle verileceği âşikârdır. Eğer göz önüne aldığımız sistemde gerek hızlı nötronların ve gerekse ılık nötronların sayıları sâbit kalıyorlarsa şu muhakemeyi yürütebiliriz:

Ilıkötesi bölgedeki zamana tâbi olmayan nötron akısı ϕ_h olduğuna göre bu akıdan yavaşlama yoluyla ılık bölgeye intikâl edecek olan nötron akısı rezonans bölgesinden kurtulabilen nötronlardan teşekkül edecektir. Hızlı nötronların absorplanmaları ihmâl edilirse rezonansa tutulmama ihtimâli p olduğuna göre ϕ_h akısından ılık bölgeye yavaşlama yoluyla intikâl eden kısmı $p\phi_h$ olacağı âşikârdır. Şu hâlde ilk bir yaklaşıkta

$$\phi_{il} = p\phi_h \qquad \text{(IV.2.1)}$$

yazmak mümkündür.

Bu son bağıntıdan ve ε un târifinden

$$\varepsilon = 1 + \frac{1}{p}\,\frac{\nu_h\, \Sigma_{f,h}}{\nu_{il}\, \Sigma_{f,il}} \qquad \text{(IV.2.2)}$$

ifâdesi elde edilir. İlerideki derslerde, nükleer yakıtları belirli bir şebeke uyarınca düzenlenmiş (heterogen) çoğaltkan ortamları incelediğimizde ε için başka ve daha karışık bir ifâde bulacağız.

Biraz yukarıda da bahsettiğimiz gibi εN adet hızlı nötrondan rezonanslar bölgesine ulaşıp da burayı absorplanmadan aşanlar, p bu bölgeyi aşabilme ihtimâlini temsil ettiğinde, ancak

$$p\varepsilon N$$

tânedir.

Böylece ılık bölgeye girebilen $p\varepsilon N$ nötronun f kesri kadarı nükleer yakıt, ve geri kalan kısmı da çoğaltkan ortam içinde bulunan yavaşlatıcı v.s. gibi maddeler tarafından absorplanıncaya kadar bunlar difüzyonlarına devam ederler. Bir nötronun ılık enerji bölgesinde nükleer yakıt tarafından absorplanması ihtimâli olarak da yorumlanabilecek olan f nin matematik ifâdesini kolayca tesis edebiliriz; filhakika:

Nükleer yakıt tarafından absorplanan nötronların sayısı

$$\Sigma_{a,\text{nük}}\,\phi$$

ve gerek nükleer yakıt gerekse de ortamdaki diğer maddeler tarafından absorplanan toplam nötronların sayısı da

$$(\Sigma_{a,\text{nük}}+\Sigma_{a,\text{diğ}})\,\phi$$

olduğundan

$$f=\frac{\Sigma_{a,\text{nük}}}{\Sigma_{a,\text{nük}}+\Sigma_{a,\text{diğ}}} \tag{IV.2.3}$$

olduğu kolayca anlaşılır. Bu f büyüklüğüne *«ılık kazanç çarpanı»* adı verilir.

Binâenaleyh başlangıçtaki N fisyon nötronundan, yavaşladıktan sonra ancak $fp\varepsilon N$ adedi nükleer yakıt tarafından yakalanmış olur. Fakat buradaki bu absorplama hem fisyon doğuran absorplamayı ve hem de nükleer yakıtın, nötronun çekirdeğe girip de onu sâdece bir transmütasyona uğratan parazit absorplanmasını birden ihtivâ etmektedir. Σ_c ile nötronların bu parazit bir şekilde nükleer yakıt çekirdekleri vâsıtasıyla yakalanışının makroskopik tesir kesidini gösterecek olursak bu absorplanmadan ancak:

$$\frac{\Sigma_f\phi}{\Sigma_a\phi}=\frac{\Sigma_f}{\Sigma_a}=\frac{\Sigma_f}{\Sigma_f+\Sigma_c}$$

kadarı yeni fisyona sebep olabilir. Diğer taraftan her fisyon olayı da ν adet fisyon nötronunun açığa çıkmasına sebep olur. Buna göre:

$$\eta=\nu\frac{\Sigma_f}{\Sigma_f+\Sigma_c} \tag{IV.2.4}$$

büyüklüğü nükleer yakıt tarafından absorplanan her nötronun, doğumuna sebebiyet verdiği yeni fisyon nötronlarının sayısını gösterir. Böylece başlangıçtaki N fisyon nötronunun iyice ılıklaştıktan sonra $\eta fp\varepsilon N$ yeni fisyon nötronunun doğumuna sebep olduğu görülmüş olur. Nötronların ortalama ömürleri l olduğuna göre N nötrondan $\eta f p \varepsilon N$ nötronun doğumuna kadar geçen zamanın da nötronlarını ortalama ömrü l ye eşit olduğu anlaşılmış olur (1). Bu dersin 1. paragrafında vermiş olduğumuz nötron nesli ve çoğalma katsayısı kavramlarının târiflerini göz önünde bulunduracak olursak N fisyon nötronunun sayısının bir nötron neslinde $\eta f p \varepsilon N$ ye bâliğ olduğu veyâ başka bir deyişle, nazar-ı itibara aldığımız homogen sonsuz ortamın k_∞ çoğalma katsayısının

$$\boxed{k_\infty = \eta f p \varepsilon} \tag{IV.2.5}$$

ile verildiği anlaşılmış olur. (IV . 2 . 5) bağıntısına **«dört çarpan formülü»** adı verilir.

3. **Sonlu Ortamların Çoğalma Katsayıları.** — (IV . 2 . 4) ile verilen k_∞, sonsuz bir çoğaltkan ortam için çoğalma katsayısı idi. Fakat pratikte sonsuz bir çoğaltkan ortamın inşaı mümkün olmadığından acaba sonlu bir ortam için çoğalma katsayısı ne gibi bir şekil arzedecektir?

k_∞ u hesaplarken göz önüne almış olduğumuz çoğaltkan ortam sonsuz yaygınlıkta olduğu için ortamdan dışarı herhangi bir nötron sızıntısından bahsetmek abesti. Hâlbuki sonlu yaygınlıktaki bir çoğaltkan ortam için, ortamın dış yüzeyinden dışarı doğru bir miktar nötron sızıntısı olacağı âşikârdır. Nötronlar, difüzyonları sırasında pekâlâ ortamın dış yüzeyi yakınında bulunabilir ve müteaddid çarpışmalar neticesinde ortamı kolaylıkla terkedebilirler.

Nötronların böyle bir sızıntı vermelerinin önemi açıktır. Bu nötron sızıntıları ortamdaki nötron bilânçosu bakımından mühim bir kayıp teşkil ederler. Herşeyden önce ortamdan dışarı doğru bir nötron sızıntısının şiddetinin ortamın dış yüzeyinin büyüklüğüyle orantılı olduğunu nazar-ı dikkati celbedelim: dış yüzey ne kadar büyük olursa dışarı sızan nötronların sayısının da o derece yüksek olacağı âşikârdır. Buna mukabil, ortamda vuku bulan fisyonların ve dolayısıyla açığa çıkan fisyon nötronlarının sayısı da ortamın hacmıyla orantılıdır. Binâenaleyh, nötronların

(1) Esnâsında N aded fisyon nötronunun doğumundan ancak bunların absorplanmalarına kadar l kadar bir zaman geçmektedir. Fakat nötronlar nükleer yakıt tarafından absorplandıktan sonra yeni fisyon nötronlarının neşrine kadar o kadar kısa bir zaman geçmektedir ki, pratik olarak, vermiş olduğumuz bu târif tamamen câridir.

«dışarı sızıntı» yoluyla kayıplarını azaltmak için ortamın dış yüzeyinin ortamın hacmına oranını mümkün olduğu kadar küçük kılmak lâzımdır. Bu da ancak ortamın hacmını arttırmak suretiyle olur. Misâl olarak sonlu bir altkritik çoğaltkan ortam tasavvur edelim, öyle ki bunun altkritik olmasına sebep, dış yüzeyinden dışarı doğru olan nötron sızıntısı olsun. Ortamı kritikleştirebilmek için hacmını arttıracak şekilde nükleer yakıt ilâve edelim. Hacım, dış yüzeyden daha sür'atli arttığından hacmı tedrîcen arttırdıkça nötron üretimi, nötron sızıntısı dolayısıyla ortamdaki nötron bilânçosunda vuku bulan açığı kapatabilir bir duruma geçebilir. Böylece buna muvâzî olarak da ortamın altkritikliği gitgide azalır ve nötron üretiminin, dış yüzeylerden dışarı sızan nötronların sebep olduğu negatif reaktifliği telâfi ettiği an ortam **«kritik»** duruma vâsıl olmuş olur.

Eğer burada durmayıp da nükleer yakıt ilâvesiyle çoğaltkan ortamın hacmını arttırmağa devâm edecek olursak nötron üretiminin artışı dış yüzeyden dışarı nötron sızıntısını fazlasıyla telâfi edeceğinden ortamın haiz olduğu reaktiflik pozitif değerler almağa başlayacak, yâni ortam bu sûretle üstkritik olacaktır.

İşte sonlu bir çoğaltkan ortamın k_{et} ***etkin çoğalma katsayısının*** tam 1 e eşit olduğu ortamın V_{kr} hacmına ***kritik hacım*** ve bu hacmın ihtivâ ettiği nükleer yakıtın M_{kr} kütlesine de ***kritik kütle*** adı verilir.

Yukarıdaki izahatımızdan, aynı nükleer vasıfları haiz fakat biri sonlu diğeri ise sonsuz olan iki çoğaltkan ortamın çoğalma katsayıları arasında

$$k_{\infty} > k_{et} \tag{IV.3.1}$$

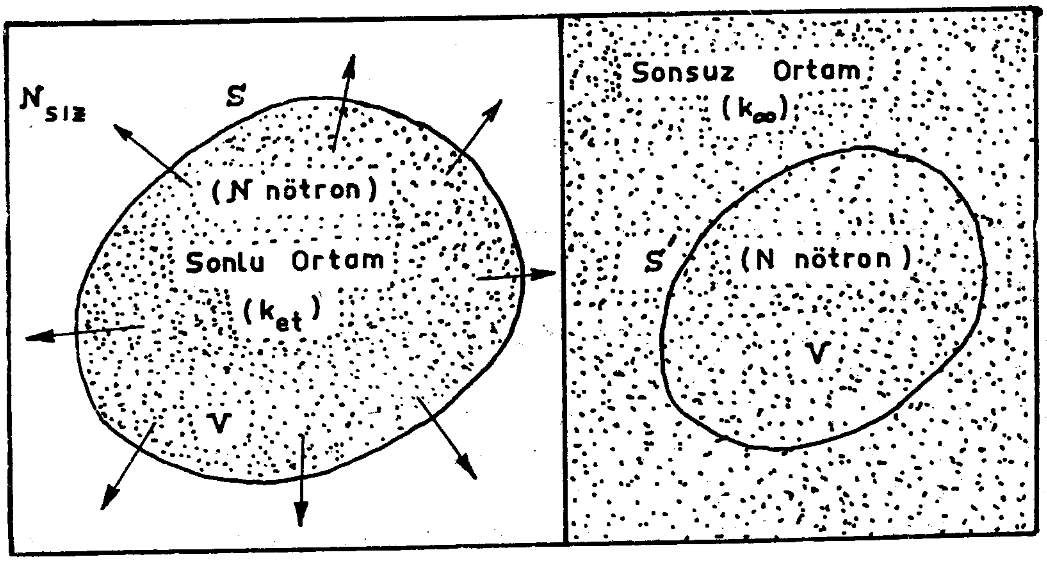
eşitsizliğinin mevcut olduğu anlaşılmaktadır. Şimdi aynı nükleer maddelerden inşâ edilmiş biri sonsuz diğeri sonlu iki çoğaltkan ortam göz önüne alalım. Bunlara tekabül eden çoğalma katsayıları sırasıyla k_{∞} ve k_{et} olsun. V hacmını haiz ve önce kritik olduğunu, yâni $k_{et}=1$ bağıntısının cârî olduğunu farzettiğimiz sonlu çoğaltkan ortamda muayyen bir t ânındaki fisyon nötronlarının sayısını N ile gösterelim. Sonsuz ortamda da öyle bir V' hacmını haiz bir bölge sınırlayalım ki bunun içinde de t ânında tam N adet nötron bulunsun. Müteakip nötron neslini göz önüne alacak olursak V de gene N adet nötron olmasına karşılık V' de $k_{\infty}N$ adet nötron buluruz. $k_{\infty}>1$ olması hasebiyle $k_{\infty}N>N$ olur. Bu iki nötron topluluğu arasındaki fark âşikâr olarak sonlu ortamın S dış yüzeyinden dışarıya sızan $N_{sız}$ nötronun mevcudiyetinden ileri gelmektedir. Şu hâlde

$$k_\infty N = N + N_{sız} \qquad (IV.3.1)$$

yazılabilir. Buradan da

$$1 = \frac{k_\infty}{1 + \frac{N_{sız}}{N}} \qquad (IV.3,2)$$

yazmak kaabildir.



Şekil: IV.1. Sonlu ortamlarla sonsuz ortamların çoğalma katsayıları arasındaki bağıntı hakkında.

Eğer göz önüne almış olduğumuz ortam kritik olmasaydı, yâni $k_{et} \neq 1$ hâlinde, (IV.3.1) in yazılabilmesini temin eden mülâhazalara benzer düşüncelerle

$$k_\infty N = k_{et}(N + N_{sız}) \qquad (IV.3.3)$$

ve buradan da

$$k_{et} = \frac{k_\infty}{1 + \frac{N_{sız}}{N}} \qquad (IV.3.4)$$

yazmak mümkün olacaktı.

$N_{sız}/N$ oranı ortalama olarak cm^3 başına, sonlu ortamdan dışarı sızan nötronların sayısının sonsuz ortamda doğan nötronların sayısına oranını gösterdiğinden doğrudan doğruya bir nötronun sonlu çoğaltkan ortamdan dışarı sızmasının ihtimâli ve $\left(1-\frac{N_{sız}}{N}\right)$ de bir nötronun dışarı sızmamasının ihtimâli demektir. Şu hâlde, eğer $\frac{N_{sız}}{N}$ küçükse ve

$$P = 1-\frac{N_{sız}}{N}$$

vazederek, (IV . 3 . 4) dolayısıyla, k_∞ la k_{et} arasında

$$\boxed{k_{et}=k_\infty \cdot P} \qquad \text{(IV.3.5)}$$

gibi bir bağıntı yazmak mümkün olur.

P nin ifâdesindeki N sayısı âşikâr olarak ortamın nükleer özelliklerine bağlıdır. $N_{sız}$ ise dışarı sızan nötronların bir ölçüsü olduğundan, yukarıda izâh ettiğimiz vechile ortamın dış yüzeyine bağlı bir büyüklük olacaktır. Şu hâlde P sonlu ortamdan dışarı kaçmama ihtimâli, bir yandan: a) ortamın nükleer özelliklerine, diğer yandan da: b) ortamın şekline ve kezâ: c) boyutlarına bağlı bir büyüklük olacaktır. İlerideki derslerimizde (Bk. IX. Ders ve X. Ders) muhtelif tip ortamlar için P nin açık ifâdesini tesis ettiğimiz zaman bu söylediklerimizin teyid edildiğini göreceğiz.

Şu hâlde kısaca söylemek lâzım gelirse, sonlu bir çoğaltkan ortam için çoğalma katsayısını hesaplarken önce aynı nükleer vasıfları haiz fakat sonsuz bir ortam için k_∞ çoğalma katsayısını hesaplayacak ve bunu, ayrıca hesaplayacağımız, nötronların ortamdan dışarı sızmama ihtimâli olan P ile çarpacağız.

Çoğaltkan ortamlardan dışarıya nötron sızıntısını azaltmak için bu ortamlar nötronları yansıtma kabiliyeti yüksek olan âdi veyâ ağır su (H_2O, D_2O), parafin, grafit veyâ berilyum gibi maddelerle çevrelenir. Bunların, ortamın içine yansıttıkları nötronların ortamdaki nötron bilânçosunu takviye etmeleri hasebiyle yansıtıcıyla çevrili çoğaltkan ortamların kritik hacımları ve dolayısıyla kritikleşebilmek için ihtivâ etmeleri icâbeden nükleer yakıtın kritik kütlesi çıplak ortamınkilere nisbetle daha küçük olur.

Etrafları bir yansıtıcı (=reflektör) ile çevrili çoğaltkan ortamların teorisine girişi X. derste göreceğiz.

4. **Gecikmiş Nötronlar.** — I. Derste, fisyon esnâsında neşrolunan âni nötronlardan başka 6 gurup gecikmiş nötron bulunduğunu da görmüştük. Hesaplarda bu cinsten nötronların da ortamın reaktifliğine iştirâklerini göz önünde tutmak gerektiği âşikârdır. Meselâ gecikmiş nötronların bütün nötronlara olan oranını β ile gösterecek olursak âni olarak neşrolunan nötronların bütün nötronlara oranı da $(1-\beta)$ olur. Buna göre nükleer yakıt tarafından absorplanan her nötrona karşılık $(1-\beta)\eta$ ânî nötron neşrolunacaktır, ve $\beta\eta$ nötron da gecikmiş olarak sonradan neşredilecektir. Binâenaleyh k çoğalma katsayısı esâsında $k(1-\beta)$ ve $k\beta$ gibi iki kısımdan müteşekkil farzolunabilir. Bunlardan birincisi ortamın ânî nötronlara göre çoğalma katsayısı, ikincisi ise gecikmiş nötronlara göre çoğalma katsayısını gösterir.

Cetvel: 1.3 deki 6 gecikmiş nötron gurubuna tekabül eden ortalama ömürlerin bunların izafî bolluklarına göre ortalamasını alalım, yâni

$$\sum_{i=1}^{6} l_i \beta_i$$

ifâdesini teşkil edelim. Böylece bütün gecikmiş nötronlara göre bir ortalama ömür elde edilmiş olur. Diğer taraftan ânî nötronların ortalama ömrünü $\bar{l}$ ile gösterirsek, çoğaltkan bir ortamdaki bütün nötronların ortalama ömrü olarak

$$l = (1-\beta)\,\bar{l} + \sum_{i=1}^{6} l_i \beta_i \qquad \text{(IV.4.1)}$$

bulunur.

Muhtelif nükleer yakıtlar için $\sum_{i=1}^{6} l_i \beta_i$ ifâdeleri Cetvel: IV.1 de verilmiştir.

Öte yandan ânî nötronların ortalama ömürleri en fazla 10^{-3} saniye mertebesindendir. Buna göre, (IV.3.1) formülünden de derhal görülebileceği üzere, çoğaltkan bir ortamdaki ortalama nötron ömrü esas itibariyle gecikmiş nötronlar vâsıtasıyla ifâde edilmiş olmaktadır. Meselâ nükleer yakıtı tabiî uranyum olan bir atom reaktöründe böylece $l \approx 0.1$ saniye olacaktır. Şu hâlde, bu şartları göz önünde tutarak IV . 1 paragrafındaki misâli yeniden ele alacak olursak nötron akısının 2 saniye sonunda ancak $e^{0,151}$ kadar arttığı görülür.

Cetvel: IV . 1

	Th^{232}	U^{233}	U^{235}	U^{238}	Pu^{228}
$\sum_{i=1}^{6} l_i \beta_i$	$25,57.10^{-2}$	$5,08.10^{-2}$	$10,66.10^{-2}$	$9.39.10^{-2}$	$3,35.10^{-2}$

Bu sûretle gecikmiş nötronlar atom reaktörleri için önemli bir emniyet unsuru teşkil etmektedirler.

5. **Diğer nötron kaynakları.** — Çoğaltkan ortamlarda gecikmiş nötronları doğuran çekirdeklerden başka nötron kaynakları da bulunur. Meselâ yavaşlatıcı olarak ağır su veyâ berilyum kullanıldığı takdirde, fisyon olayı dolayısıyla açığa çıkan fotonların bu maddelerle araetkileri neticesinde

$$D_1^2 + \gamma \longrightarrow H_1^1 + n_0^1$$
$$Be_4^9 + \gamma \longrightarrow Be_4^8 + n_0^1$$

reaksiyon denklemlerine uygun olarak fotonötronlar açığa çıkar. Bu fotonötronların şiddeti, reaktörün işleme gücüne bağlıdır. Reaktör ne kadar çok zaman ve ne kadar büyük bir güçte işlemişse fotonötronların sayısı da o kadar fazla olur, ve reaktör durduktan sonra bile bunların aktivitesi devam eder. (Bk. Şekil: IV . 1).

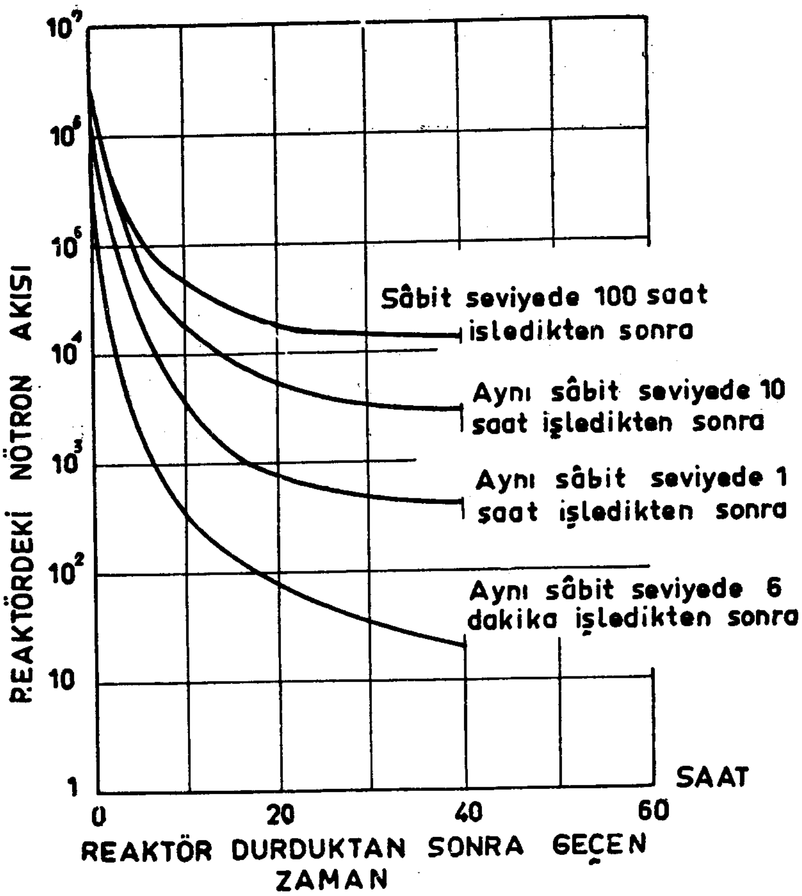
Bundan başka, I. derste de temas etmiş olduğumuz gibi çoğaltkan ortamlarda başka üç nötron kaynağının da:

a) fotofisyonlardan doğan nötronlar

b) kendikendine fisyondan doğan nötronlar

ve

c) kozmik ışınların hâsıl ettikleri nötronlar olacağına işaret edelim.



Şekil: IV . 2. Fotonötronların faaliyeti.

ALIŞTIRMALAR:

1. 0,025 eV lik bir enerjiyi haiz nötronlardan müteşekkil 10^{14} nötron/cm^2/sec lik bir nötron akısı için nötron yoğunluğunu hesaplayınız. Bu nötronları bir ideal gaz gibi kabul ederek bu nötron gazının basıncını bulunuz.

2. Her môl tabiî uranyum başına 300 môl grafit ihtivâ eden homogen bir çoğaltkan ortamın k_∞ çoğalma çarpanını hesaplayınız. Bunun için

$$\sigma_{a.u} = 7{,}68 \text{ barn} \qquad \varepsilon = 1$$

$$\sigma_{a,gra} = 0{,}0032 \text{ barn} \qquad p = 0{,}705$$

$$\sigma_{f,u} = 4{,}18 \text{ barn} \qquad \frac{N_{235}}{N_{238}} = \frac{1}{140}$$

kabul edilmektedir.

3. LOPO reaktörü aşağıdaki cetvelde gösterildiği üzere homogen bir uranyum sulfat karışımından ibârettir. Bu reaktör için $\varepsilon=1$ ve $p=0,957$ olduğunu farzederek k_∞ u, ve sonlu boyutu haiz reaktör tam kritik olduğu takdirde reaktör içindeki bir nötronun dışarı sızması ihtimâlini hesaplayınız.

	Kütle		σ_a	
U^{235}	580	gram	698	barn
U^{238}	3378	gram	2,75	barn
S	534	gram	0,49	barn
O	14068	gram	0,0002	barn
H	1573	gram	0,33	barn

V. DERS

Fisyon Reaktörleri Hakkında Genel Bilgiler

Reaktörlerin kontrol prensibi - Reaktörlerin sınıflandırılması - Verimli nükleer yakıt için üretim çarpanı - Yüksek üretim çarpanı - Yüksek üretim - Yavaşlatıcıların haiz olmaları gereken bellibaşlı özellikler - Homogen reaktörlerde güç hesabı.

1. **Reaktörler hakkında genel bilgiler.** — Çoğaltkan ortamlarda fisyon olayının, zincirleme fisyon reaksiyonlarına nasıl sebebiyet verebileceğini görmüş bulunuyoruz. Bu reaksiyonların kontrol altına alınabilmesi insanların çekirdek enerjisini isteklerine göre kullanabilmelerini sağlamıştır. Atom reaktörleri işte bu çekirdek enerjisini kontrol altında üretebilen makinelerdir.

Prensip itibariyle atom reaktörleri, içinde fisyon reaksiyonlarının vuku bulabileceği bir nükleer yakıtı ve bu reaksiyonlardan doğacak olan fisyon nötronlarını, yeni fisyonlara sebebiyet verebilecek bir şekilde yavaşlatmak için bir yavaşlatıcıyı (moderatörü) hâvidirler. Bunların içindeki nükleer yakıt, çok defa, büyük bir nötron yansıtma kabiliyetine sâhip olan âdî su, ağır su, parafin, grafit, berilyum veyâhut da berilyum oksidi ile çevrili bulunur.

Bir reaktör için nükleer yakıtın kritik kütlesi daima reaktör içinde bir mikdar fazla reaktiflik kalacak şekilde hesaplanır (: $k_{et}>1$). Bu fazla reaktiflik:

(a) tükenen nükleer yakıttan dolayı nötronların gitgide daha az sayıda üremelerinden ileri gelen reaktiflik düşüklüğünü,

(b) reaktörün, mikdarca gitgide artan fisyon ürünlerinin bazılarının haiz oldukları büyük absorplama tesir kesitlerinden ötürü kaybettiği reaktifliği,

(c) herhangi bir tecrübe için reaktöre ithâl edilen numûnelerin doğurduğu reaktiflik kaybını telâfî etmek, ve,

(d) reaktördeki nötron seviyesini daha yüksek bir seviyeye çıkarmak (reaktörün gücünü arttırmak) için kullanılır.

Bunun için nötron absorplama kabiliyeti fazla olan bor, kadmiyum, hafniyum, paslanmaz çelik v.s. gibi maddelerden yapılmış çubuklar reaktör içine ithâl edilir ve bunların az veyâ çok sokulmalarına göre, reaktörün reaktifliği kontrol edilebilir. Kitabımızın 2. cildinde VII. derste bu çubukların, reaktörlerin reaktifliği üzerine nasıl tesir icrâ ettiklerinin basit bir teorisini göreceğiz.

Bahsi geçen bu absorplayıcı çubuklar:

(a) ince âyâr çubukları,

(b) kaba âyâr (veyâ kontrol) çubukları ve

(c) emniyet çubukları

olmak üzere üç türlüdürler. Bunlardan ince âyâr çubukları, isimlerinden de anlaşılacağı veçhile, reaktörün haiz olduğu reaktifliğin ancak küçük bir kesrine tesir edebilirler. Kaba âyâr (veyâ kontrol) çubukları reaktörü işletmek ve normal zamanlarda durdurmak için kullanılırlar. Emniyet çubuklarına gelince, bunlar, reaktörlerdeki nötron seviyesi muayyen bir değeri geçti mi veyâhut da reaktörlerdeki tâli aksamda reaktörün emniyetini tehdit eden bir aksama oldu mu otomatik olarak reaktörün durmasını (yâni iyice altkritik seviyeye düşmesini) temin ederler. Bununla beraber bazı atom reaktörlerinde, meselâ TR - 1 de olduğu gibi, kontrol çubukları icâbında emniyet çubukları olarak da kullanılabilmektedir.

Bazı reaktörlerde, emniyet çubuklarının gördükleri iş başka prensiplere istinadeden düzenler vâsıtasıyla da elde edilebilir. Meselâ nükleer yakıtı sıvı hâlinde olan veyâ sıvı yavaşlatıcı ihtiva eden atom reaktörlerinde absorplama tesir kesidi fevkalâde büyük bir sıvının ânî olarak reaktöre ithâli gene reaktörün durmasını intâceder. Bir emniyet tedbiri olarak, sıvı nükleer yakıtı veya sıvı yavaşlatıcılı reaktörlerin içindeki sıvının ânî boşaltılması da zikredilebilir. Az kullanışlı bir usûl de reaktörü çevreleyen yansıtıcının bir kısmının reaktörün kalbinden uzaklaştırılmasıdır.

Bundan başka hemen her reaktörde, dışardan reaktörün kalbine kadar giden ve bazı kere onu bir baştan diğer başa kateden ışınlama boruları bulunur. Teste tâbî tutulacak olan maddeler ve aktif hâle getirilecek olan elemanlar bunlar vâsıtasıyla reaktörün içine, gâyeye uygun yerlere sevkedilebilirler. Bu ışınlama boruları, reaktör civarında düzenlenen fizik deneyleri için lâzım gelen nötron huzmelerinin reaktör dışına alınması hususunda kullanılmadıkları zamanlarda büyük beton ve kurşun tıkaçlarla tıkanırlar.

Fisyon reaktörlerini, kabaca,

(a) nükleer yakıtı ihtivâ ediş tarzlarına,

(b) fisyon reaksiyonlarını doğuran nötronların enerjisine,

(c) tatbikat amaçlarına,

(d) yavaşlatıcının cinsine ve tâbî olduğu fiziksel şartlara,

(e) reaktörde üreyen ısıyı dışarı taşıyan soğutucunun nev'ine göre birkaç şekilde sınıflandırmak kabildir.

Bunlardan (a) sınıflandırmasına göre fisyon reaktörleri: 1) ***homogen*** ve 2) ***heterogen*** olmak üzere ikiye ayrılırlar. Homogen reaktörlerde nükleer yakıt, yavaşlatıcının içinde kimyasal çözelti hâlinde veyâ yavaşlatıcıyla iyice halli hamur olmuş bir hâlde bulunur. Heterogen reaktörlerde nükleer yakıt birimleri yavaşlatıcı içerisinde belirli bir nizam uyarınca bulunurlar ve, ya ufak küreler hâlinde veyâ yuvarlak çubuklar veyâhut da yassı levhalar hâlinde muntazam bir şebeke teşkil ederler.

(b) sınıflandırmasına göre reaktörler: 1) ***ılık (termik) reaktörler***, yâni yavaş nötronlarla işleyen reaktörler; 2) ***vasat enerjili*** veyâ ***ılıkötesi (epitermik) reaktörler***, yâni enerjileri daha ziyâde ılık nötronlarınkiyle hızlı nötronlarınki arasında bulunan nötronların sebep olduğu fisyonlarla işleyen reaktörler; 3) ***hızlı reaktörler*** yâni hızlı nötronların sebep olduğu zincirleme fisyon reaksiyonlarıyla işleyen reaktörler; ve 4) ***eşlenik (kuple) reaktörler*** diye dörde ayrılırlar. Eşlenik reaktörler diye, bir kısmı daha ziyade hızlı ve diğer kısmı da ılık veyâ ılıkötesi nötronlarla işleyen ve genel olarak fisyon doğuran nötronların enerjilerine muvazî olarak biribirinden fizikî evsaf bakımından da net bir şekilde ayrı en aşağı iki çoğaltkan ortamı ihtivâ eden reaktörlere denir.

(c) sınıflandırmasına göre reaktörler: 1) araştırma reaktörleri; 2) plutonyum veyâ U^{233} üretici *«üretken reaktörler»* 3) elektrik ve ısı üretici reaktörler diye kabaca üçe ayrılırlar. Bu sınıflandırma reaktörlerin inşaında hedef tutulan esas gâyeye göredir. Yoksa her araştırma reaktöründe Pu^{239} da bir yan-ürün olarak istihsâl edilebileceği gibi sırf Pu^{239} elde etmek gâyesiyle inşa edilmiş reaktörlerden de elektrik ve ısı istihsâl edilebilir (Misâl: Fransızların G2 ve G3 reaktörleri).

Bu reaktörlerden araştırma reaktörleri muhtelif çekirdek fiziği tecrübeleri yapmak için, daha mütekâmil reaktörlerin fiziğini daha iyi incelemek için ve katı cisim fiziği bakımından incelemelerde bulunmak gâyesyle ışınlama yoluyla maddeleri teste tâbî tutmak için kullanılır. Gâyet tabiî olarak her araştırma gâyesi için, kullanılan reaktörün vasıfları farklıdır.

Üretken reaktörler, gerek yakıtı Pu^{239} veyâ U^{233} olan ve büyük güce sâhip atom reaktörleri inşâ edebilmek ve gerekse atom ve hidrojen bombaları ve bu meâlde daha başka askerî silâhların imâlinde kullanılmaktadırlar. Pu^{239}, U^{238} den sun'î olarak ürediği için (Bk. I. Ders), cinsi ne olursa olsun, U^{238} ihtivâ eden her reaktörde husûle gelebilir. Ancak bu olaya tekâbül eden *«üretim oranı»* reaktörden reaktöre değişir. (Bk. EK: II).

Filhakika nükleer yakıt tarafından absorplanan her nötrona karşılık olarak η kadar nötronun ürediğini IV. 2. de görmüştük. Bu η nötrondan 1 tânesinin zincirleme reaksiyonun devamına tahsis edileceği ve ortalama olarak S tânesinin de parazit absorplanma veyâ çoğaltkan ortamdan dışarı sızma suretiyle ortamdaki nötron bilânçosu için bir kayıp teşkil edecekleri düşünülürse geriye Th^{232} den hareketle U^{233}, veyâ U^{238} den hareketle Pu^{239} gibi nükleer yakıt üretimi için elde

$$C=\eta-1-S \tag{V.1.1}$$

nötron kalıyor demektir. Bu C büyüklüğüne *«üretim katsayısı»* adı verilir. Bu, atom reaktörlerinde Th^{232} ve U^{238} gibi verimli çekirdeklerin U^{233} ve Pu^{239} gibi ılık nötronlarla fisyona mâruz kalabilen çekirdeklerin dönüşmelerinin bir ölçüsüdür.

Eğer bir reaktör için $C=1$ ise nükleer yakıttan fisyona uğrayan her çekirdeğe karşılık, fisyona uğrayabilecek bir başka (fisyonluk) çekirdek doğuyor demektir. Buna mukabil, eğer $C>1$ ise reaktörde fisyona mâruz kalan her çekirdek için 1 den fazla fisyonluk yeni çekirdek husûle geliyor, yâni reaktör yaktığı nükleer yakıttan daha fazla nükleer yakıt üretiyor demektir. Bu olaya *«yüksek üretim»* adı verilir. Böyle yüksek üretim

$$G=C-1=\eta-2-S>0 \qquad (V.1.2)$$

büyüklüğüyle belirlenebileceği âşikârdır.

Parazit absorplanmalar ve reaktörden dışarı nötron sızıntıları ilk nazarda ihmâl edilecek olurlarsa yüksek üretimin gerçekleşebilmesi için, (V . 1 . 2) den, mutlaka

$$\eta>2 \qquad (V.1.3)$$

olması lâzım geldiği görülür. Cetvel V . 1, U^{233} ve U^{235} ile Pu^{239} için ve nötronların muhtelif enerjilerini göz önünde bulundurarak bunlara tekabül eden η değerlerini göstermektedir.

Cetvel: V . 1

	U^{233}	U^{235}	Pu^{239}
Ilık nötronlar (1/300 eV) için η	2,28	2,08	2,05
Vasat enerjili nötronlar için η:			
0,1 keV		1,60	1,70
1 keV		1,60	1,88
10 keV	2,14	1,80	1.95
Hızlı nötronlar (2 MeV) için η	2,50	2,24	2,74

Bu cetvelin tetkikinden de anlaşılacağı veçhile vasat enerjili nötronlarla işleyen reaktörlerde *«yüksek üretim»* ihtimâli mevcut değildir. Bu sebepten ötürü vasat enerjili nötronlarla işleyen reaktörler önemlerini hemen hemen tamamen kaybetmiş durumdadırlar. Buna mukabil hızlı reaktörler, Cetvel: V . 1 in tetkikinden de anlaşılacağı veçhile, bu mevzuda çok şeyler vâadetmektedirler.

Elektrik ve ısı üretici reaktörler, veyâ başka bir deyişle **«güç reaktörleri»** sanayîde büyük bir tatbikat sahası bulmaktadırlar. Bunların prensibi atom reaktörü içindeki ısıyı bir gaz, organik bir akışkan, su veyâ Na gibi erimiş bir mâden vâsıtasıyla dışarı almak ve bunun yardımıyla buhar elde ederek bunu da türbinlere sevkedip, elektrik üretmektir. Bu çeşit reaktörler İngiltere, Fransa ve Rusya'da elektrik üretimi için geniş ölçüde kullanılmaktadırlar. Bunlar, randımanlarının düşük (% 20 - 30) olmalarına ve henüz daha bir takım ekonomik güçlükler ortaya koymalarına rağmen gelecek için çok ümid vericidirler.

Reaktörler, sâdece ısılarından istifâde edilmeleri bakımından (a) gemilerde kazan yerini tutmak, ve (b) şehirlerde de merkezî kalorifer tertibatı yerine kullanılabilmek suretiyle tatbikat sahası bulmaktadırlar. Bugün A.B.D. nin nükleer enerjiyle işleyen deniz taşıtları düzinelerledir. Ruslar da atom denizaltılarına ve bu arada gene atom reaktörleriyle işleyen bir buzkırana sâhiptirler. Bundan başka Fransızlar ve İngilizler de ilk atom denizaltılarını denize indirmişler ve Almanlar ile Japonlar da ilk atom şileplerini denize indirebilecek seviyeye gelmişlerdir.

Atom reaktörlerinin merkezî kalorifer şebekesine bağlanmasına İsveç'te tesâdüf edilmektedir. Burada 30.000 nüfuslu bir şehir tek bir reaktörün temin ettiği ısı vasıtasıyla ısınmaktadır.

Reaktörlerin havacılığa tatbiki de çok ilgi çekici bir mevzu olmakla berâber bütün çalışmalara rağmen bu sahada henüz tecrübe safhasında bulunulmaktadır.

(d) sınıflandırmasına göre atom reaktörleri: 1) yavaşlatıcı ihtivâ etmeyen; 2) yavaşlatıcı olarak âdî veyâ ağır su ihtivâ eden; 3) grafit ihtivâ eden; 4) berilyum veyâ berilyum oksit ihtivâ eden; 5) organik bir sıvı ihtivâ eden reaktörler diye kabaca beşe ayırmak kabildir. Bunlardan sıvı moderatör ihtivâ edenler de

I) havuz tipi reaktör,

II) su tankı reaktör,

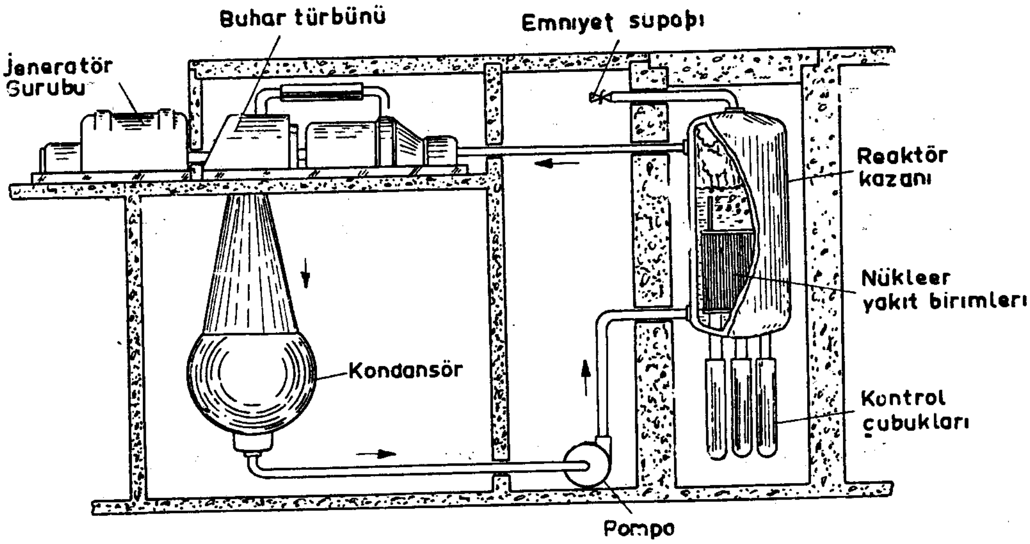
III) su kaynatan reaktör,

IV) basınçlı reaktör,

diye dörde ayrılırlar.

Havuz tipi reaktörler genel olarak H_2O ile dolu bir havuza daldırılmış ve zenginleştirilmiş, yâni ihtivâ ettiği fisyonluk izotropun oranı yükseltilmiş nükleer yakıt birimleri ihtivâ eden bir «kalp» den müteşekkildirler (bizim TR—1 reaktörümüzde olduğu gibi). Teorik olarak, nükleer yakıtı tabiî uranyum ve yavaşlatıcısı da H_2O olan kritik çoğaltkan ortamların inşâ edilemeyeceği ispat edilmiştir. Bu sebepten ötürü havuz tipi reaktörlerde nükleer yakıtın zenginleştirilmiş olması elzemdir. Havuz tipi reaktörlerin üzerileri açıktır. Reaktörün kalbiyle havuzun sathı arasında kalan 6—8 m lik su tabakası kalpten intişâr eden ışınlara karşı etkin bir zırh vazifesi gördüğünden ayrıca havuzun üstünü örtmeğe lûzum kalmamaktadır.

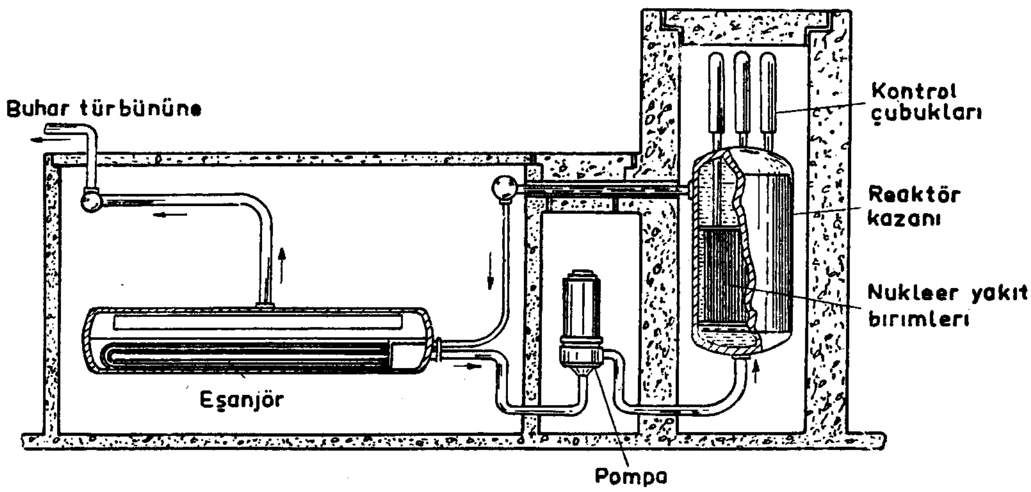
Su tankı tipi atom reaktörlerinin kâlbi yavaşlatıcıyla birlikte kapalı bir kap içinde bulunur. Bu kap genel olarak ya alüminyumdan veyâhut da paslanmaz çelikten imâl olunur.



Şekil: V.1. Su kaynatan reaktör.

Su kaynatan atom reaktörlerinde de nükleer yakıt ve yavaşlatıcı aynı bir kabın içinde bulunurlar. Ancak bu tip reaktörlerde ısı üretimi yüksek olduğundan reaktörün içindeki su kaynar ve bundan hâsıl olan buhar doğrudan doğruya türbinlere sevkedilir. Yalnız bu buhar doğrudan doğruya reaktörün kalbinden türbinlere geldiğinden dolayı, yüksek bir radyoaktifliği haiz olabileceğinden, yalnız naklonulduğu boruları değil fakat aynı zamanda işlettiği türbünü de iyi bir şekilde tecrit etmek lâzım gelir. (Bk. Şekil: V . 1).

Basınçlı reaktörlerde su hem yavaşlatıcı ve hem de soğutucu vazifesini görür. Bu tip reaktörlerde suyun kaynayıp buhar teşkil etmesini önlemek amacıyla 150 atmosfer mertebesinde bir basınç hüküm sürer. Dolayısıyla bu tip reaktörlerin kalplerinin, bu basınca dayanabilecek şekilde imâl edilmiş olmaları lâzımdır. Basınçlı reaktörlerde hem yavaşlatıcı ve hem de soğutucu vazifesini gören su bir eşanjöre sevkedilerek



Şekil: V . 2. Basınçlı reaktör.

taşıdığı ısıyı burada ikinci bir su devresine iletip bu suyun buharlaşmasını ve böylece bunun da bir buhar türbinini işletmesini sağlar. (Bk. Şekil: V . 2).

Organik yavaşlatıcılı reaktörlerin basınçlı reaktörlere nisbetle şu avantajı vardır: Organik sıvı yavaşlatıcılar 400—450°C gibi yüksek sıcaklıklarda dahi 6 - 8 atmosfer gibi cüzî bir basınç mevcudiyetine ihtiyaç gösterirler. Bu sebeple bu tip reaktörlerin kalpleri çok daha hafif ve maliyetleri de çok daha düşük olur. Fakat bu reaktörlerin en mühim mahzurları, sıcaklıkla nötronların ve diğer radyasyonların tesiri altında parçalanan organik maddelerin rekombinasyonu ile yakıt birimleri üzerinde teşekkül eden katranlardır.

(e) sınıflandırmasına göre reaktörler: 1) soğutucu tertibatı olmayan; 2) âdî veyâ ağır su ile soğutulan; 3) CO_2, He veyâ hava ile soğutulan; 4) erimiş Bi, Pb, Na, NaK, K gibi mâdenlerle soğutulan; 5) organik bir sıvıyla soğutulan reaktörler diye beşe ayrılırlar.

Bir atom reaktörü içinde üreyen ısıyı dışarıya iletebilmek için kullanılan soğutma vâsıtalarının âşikâr olarak şu özellikleri haiz olmaları lâzımdır.

a) nötronlara karşı gayet küçük bir absorplama tesir kesidine mâlik olmak,

b) ısı iletkenliği yüksek olmak,

c) reaktörden geçerken nötronlar, β ve γ ışınlarının tesiri altında radyoaktifleşmemek,

d) içinden geçtiği boruları aşındırmamak,

Fakat bunlar ancak îdeal şartlardır ve pratikte, bir soğutucu için bütün bu şartların hep birlikte gerçekleşmiş olması beklenemez. Bundan dolayı göz önüne alınan reaktörlerin karakteristik vasıfları da nazar-ı itibara alınmak suretiyle soğutucular arasında bu şartları kendisinde en fazla uzlaştırmış olan seçilir.

Diğer taraftan reaktörün kalbinden kaçıp kurtulan nötronların ve γ fotonlarının zararını önlemek için de reaktörleri, bunları absorplayacak maddelerden müteşekkil bir zırhla çevrelemek lâzımdır. Bu zırh genel olarak iki kısımdan meydana gelir. Reaktörün kalbine en yakın olanı (ki buna *termik kalkan* denir) hem nötronları ve hem de γ fotonlarını absorplayacak bir maddeden yapılır. Gerek nötronlar ve gerekse γ fotonları burada o kadar çok enerji kaybederler ki bu termik kalkanı çok kere, uygun bir şekilde soğutmak lûzumu hâsıl olur.

Zırhın, *biyolojik kalkan* adı verilen dış kısmı ise bu çeşit zararlı ışınların şiddetini, fizyolojik olarak bir tehlike arzetmeyen seviyeye düşürmeğe yarar ve bunun için de genel olarak ağır betondan imâl edilir.

2. **Homogen Reaktörlerde Güç Hesabı.** — Homogen bir atom reaktörü göz önüne alalım. Bunun içindeki bütün nötronların eşitenerjili olduklarını kabul edelim. Reaktörlerdeki nötron akısı $\phi(\vec{r})$ olsun ve mütekabil makroskopik fisyon tesir kesidi de Σ_f olsun. Reaktörün kendisi

homogen ve içindeki nötronlar da eşitenerjili farzedildiğinden Σ_f ne E ve ne de $\vec{r}$ değişkenine tâbîdir.

Şimdi reaktörde lâlettâyin bir dV hacım elemanı göz önüne alalım. dV içinde fisyon dolayısıyla açığa çıkan enerjinin hâsıl ettiği güç, dV de 1 saniyede vuku bulan fisyon olaylarından açığa çıkan enerjiye eşit olacaktır.

dV de 1 saniyede vuku bulan fisyonların sayısının $\Sigma_f \, \phi(\vec{r})$ olduğunu ve kezâ 1 saniyede, 1 watt'lık bir enerjinin açığa çıkması için de $3{,}2.10^{10}$ fisyonun vuku bulması lâzım geldiğini evvelce görmüştük (Bk. I. DERS). dV içinde *«1 saniyede açığa çıkan enerji* (yâni *güç*)»

$$dP = \frac{\Sigma_f \, \phi(\vec{r}) \, dV}{3{,}2.10^{10}} \text{ watt}$$

olacaktır.

Bütün reaktörde 1 saniyede açığa çıkan enerji de, ϕ büyüklüğü ile nötron akısının reaktörün V hacmına göre ortalama değerini göstermek üzere

$$\boxed{P = \frac{\Sigma_f}{3{,}2.10^{10}} \int_V \phi(\vec{r}) \, dV = \frac{\Sigma_f \overline{\phi} V}{3{,}2.10^{10}} \text{ watt}} \qquad (V.2.1)$$

ile verilmiş olur. Burada V hacmı cm^3 cinsinden ifade olunacaktır.

ALIŞTIRMALAR:

1. 140 ton tabiî uranyum ihtivâ eden bir atom reaktörü için C üretim oranının % 80 olduğunu kabul ederek azamî kaç kilo U^{238} in P^{239} a dönüşeceğini hesaplayınız.

2. 5647 kilo % 3 zenginleştirilmiş uranyum ihtivâ eden bir atom reaktörü için C üretim oranının % 88 olduğunu kabul ederek azamî kaç kilo U^{238} in P^{239} a dönüşeceğini hesaplayınız.

3. İç cidarları üzerine düşen her nötronu absorplayan, $L=2{,}50$ m uzunluğunda, $a=0{,}5$ cm genişliğinde ve $h=4$ cm yüksekliğindeki, bir kolimatör vâsıtasıyla bir atom reaktöründen eşitenerjili bir nötron akısı

bir nötron spektrometresinin kristali üzerine gönderilmektedir. Kolimatörün reaktör içinde kalan ucunun izotrop bir nötron kaynağı meydana getirdiği farzedilmektedir.

a) Nötronların hız vektörlerinin yatay düzlem üzerindeki izdüşümleriyle kolimatörün ekseni arasındaki φ açısının fonksiyonu olarak, kolimatörden çıkan nötronların dağılımını tâyin ediniz.

Bu dağılım fonksiyonunun üçgensel olduğunu ve yarıgenişliğinin de a/L ye eşit olduğunu gösteriniz.

b) Nötronların kristâlden yansıdıkları açı θ olsun. E ile nötronların eV cinsinden enerjisini, λ ile bu enerjiye tekabül eden de **BROGLİE** dalgasının angström (A°) cinsinden dalga boyunu, d ile kullanılan kristâl düzleminin şebeke adımını ve n ile de yansıma mertebesini göstermek üzere

$$\sqrt{E}=\frac{0,2861}{\lambda}=\frac{0.2861\,n}{2d\sin\theta}$$

bağıntısını ispatlayınız. (Bundan sonraki sorularda n=1 alınacaktır).

c) $R=\Delta E/E$ ile âletin rezolüsyon kabiliyetini gösterelim. Burada ΔE, kolimatörden çıkan nötronların haiz oldukları $\Delta\theta$ yatay saçılımından ileri gelen dispersiyondur. R ile θ ve $\Delta\theta$ arasında bir bağıntı tesis ediniz.

d) Elde mevcûd ClNa ($d=2,813$ A°), ClNa ($d=989$ A°), Be (d= 0,732 A°) ve Ge ($d=5,66$ A°) kristâlleriyle, R daima 0,5 den küçük kalmak şartıyla, hangi enerji bölgelerinde çalışılabileceğini tesbit ediniz. (Âletin çalışmağa müsaade ettiği maksimum açı $\theta_m=45°$ dir.)

4. Bir atom reaktörünün gücünü, ortalama nötron akısı ile ihtivâ ettiği fisyonluk maddenin mikroskopik fisyon tesir kesidinin ve kütlesinin fonksiyonu olarak ifâde eden bir formül tesis ediniz.

5. Fransızların G1 atom reaktörü takrîben 140 ton tabiî uranyum ihtivâ etmektedir. Bu reaktördeki ortalama ılık nötron akısının $2,4.10^{12}$ nötron/cm^2 san mertebesinde olduğunu düşünerek reaktörün gücünü hesaplayınız.

6. Fisyon ürünlerinin radyoaktif parçalanmaları esnâsında β ve γ ışınlarının neşri dolayısıyla ısı olarak açığa çıkan enerjinin (bu ürünle-

rin radyoaktif parçalanma peryotları 10 ilâ 10^7 saniye arasında olduğu takdirde ve t ile de gün cinsinden fisyondan sonra geçen zamanı göstermek üzere) fisyon ve saniye başına

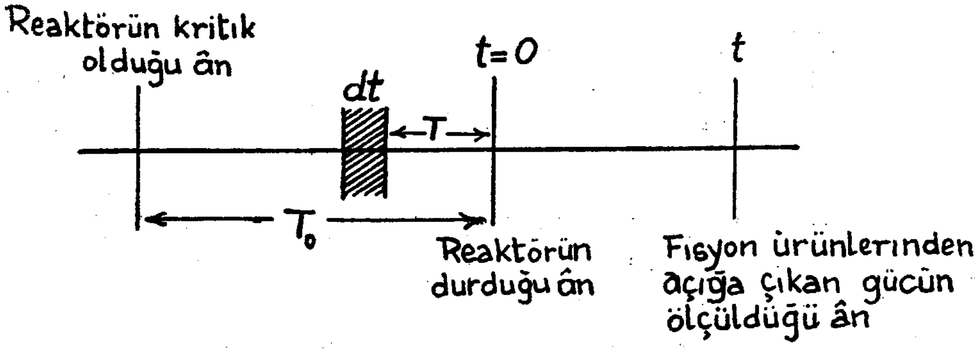
$$E_\beta = \frac{1,40}{t^{1,2}} \text{ MeV}$$

$$E_\gamma = \frac{1,26}{t^{1,2}} \text{ MeV}$$

olduğunu göstermiştir.

P ile reaktörün işlediği zaman haiz olduğu gücü, F ile reaktör işlerken bütün reaktörlerde saniye başına vuku bulan fisyon sayısını ve T_0 ile de reaktörün devamlı işlediği günlerin sayısını göstermek üzere:

a) Reaktörün $t=0$ ânında durmasından t gün sonra, durmazdan T gün evvel dt zamanı zarfında husûle gelmiş olan fisyon ürünlerinin β ve γ parçalanmalarından ileri gelen $d\mathcal{P}$ gücünü hesaplayınız (Bk. Şekil: V.3).



Şekil: V.3

b) Reaktörün T_0 gün boyunca işlenmesi esnâsında husûle gelen fisyon ürünlerinin β ve γ parçalanmalarından dolayı reaktör durduktan t gün sonra bile açığa çıkmakta olan gücü hesaplayınız.

7. 112 gün devamlı bir surette 150 Mw lık bir güçte işleyen bir atom reaktörü bu müddet sonunda iki aylık bir süre için durduruluyor. Bu süre sonunda reaktörde, 112 günlük faaliyeti neticesinde, fisyon ürünlerinin β ve γ parçalanmalarından ötürü hâlâ açığa çıkmakta olan güç nedir?

Bibliyografya

Muhtelif atom rektörleri ve bunların özellikleri hakkında şu eserlere baş vurulabilir:

a) S. GLASSTONE: *Principles of Nuclear Reactor Engineering, Chapter XIII, D. Van Nostrand Comp. Inc., (1961).*

b). W. RİEZLER, W. WALCHER: *Kerntechnik, sayfa: 724-825, B.G.Teubner Verlag, (1958),*

c) I N S.T.N. (SACLAY): *Genie Atomique, tome: III Presses Universitaires de France, (1960).*

VI. DERS

Nötronların Difüzyonuna Giriş

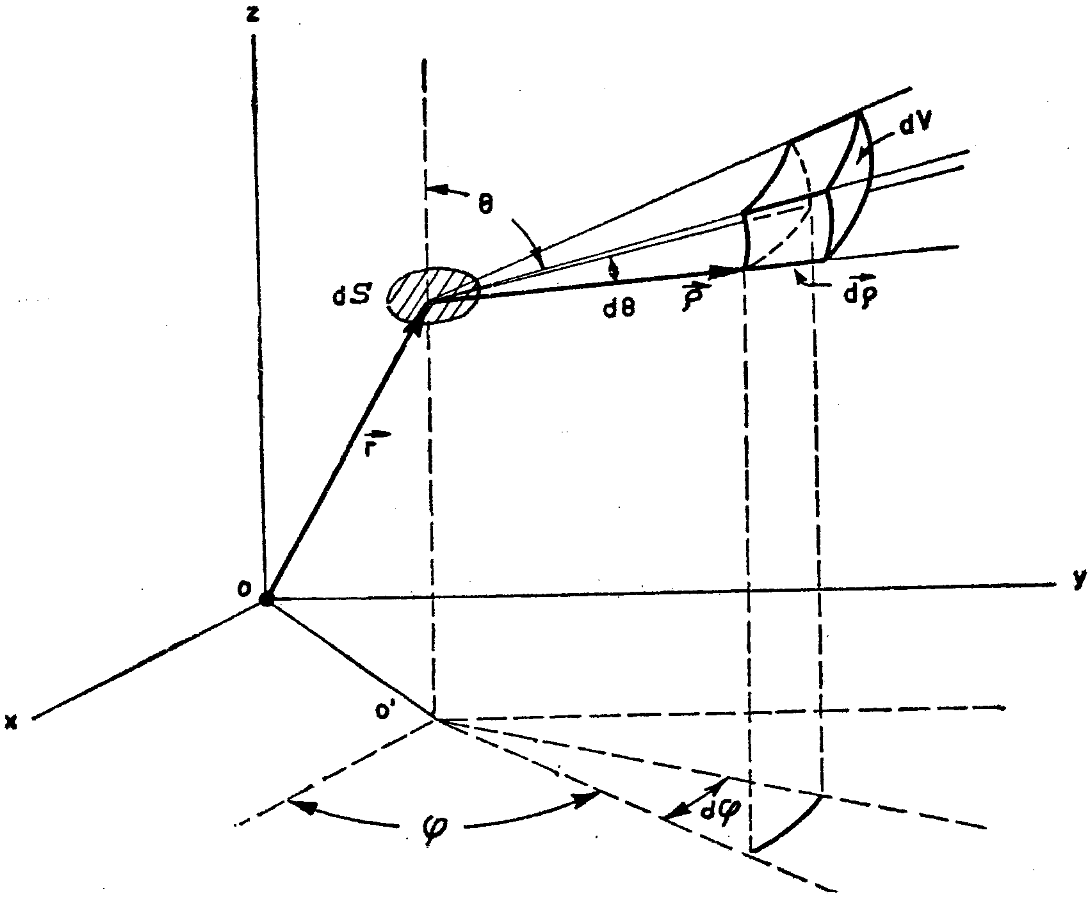
Nötron akısıyla nötron akımı arasındaki bağıntı: Fick Kanunu - Basit difüzyon denklemi ve özel hâlleri.

1. **Nötron Akısıyla Nötron Akımı Arasındaki Bağıntı.** — III. Derste nötron akısının, 1 cm^3 lük bir hacım içindeki nötronların 1 saniyede katettikleri toplam yol olarak yorumlanabileceğini görmüştük. Öte yandan *nötron akımı* da 1 cm^2 lik bir alandan 1 saniyede geçen nötronların sayısı olarak târif olunur. Bu târiflerden, nötron akımı kavramının nötron akısı kavramına nazaran daha kolaylıkla tecessüm ettirilebileceği, yâni daha müşahhas bir kavram olduğu anlaşılmaktadır. Şu hâlde eğer $\vec{J}$ nötron akımı ile ϕ nötron akısı arasında bir bağıntı bulabilirsek, düşünürken $\vec{J}$ büyüklüğünü göz önünde bulundurarak düşünür, fakat yazarken bunu ϕ ye dönüştürerek yazabiliriz; ve belki de bu bize bir takım kolaylıklar sağlayabilir. Filhakika ileride ϕ ile hesap yapmanın bir hayli kolaylıklara ve basitleşmelere yol açtığını göreceğiz. Burada bir kere daha, 1 cm^3 lük bir hacim içinde ve 1 saniyede vuku bulan muayyen bir reaksiyon sayısının gene, bu reaksiyona tekabül eden makroskopik tesir kesidiyle ϕ nötron akısının çarpımından ibâret olduğunu hatırlatalım.

Kezâ VII. dersin 1. bölümünde daha müşahhas olması bakımından $\vec{J}$ nin sağladığı düşünme kolaylığından faydalanarak, nötronların difüzyonu probleminin sınır şartlarının ϕ cinsinden nasıl bâsit ifâdelere müncer olduklarını göreceğiz.

Şimdi sonsuz bir ortam göz önüne alalım, ve şekil: VI . I. deki gibi, bir dS alan elemanını negatif z ler doğrultusunda kateden nötron akıronların aynı bir v hızını haiz olduklarını, yâni hepsinin eşitenerjili nötronların aynı bir v hızını haiz olduklarını, yâni hepsinin eşitenerjili nötronlar olduklarını farzedeceğiz.

Önce, şekil: VI.1. de görüldüğü gibi, keyfî olarak seçilmiş bir referans sisteminin 0 başlangıç noktasına $|\vec{r}+\vec{\rho}|$ uzaklığında bulunan dV hacım elemanından, bir esnek saçılma neticesinde dS alan elemanına yönelen ve buraya t ânında varan bir nötronun dV de mâruz kalmış ol-



Şekil: VI.1

duğu esnek saçılmanın ancak $t-\frac{\rho}{v}$ ânında vuku bulmuş olduğuna işâret edelim. Buna göre $t-\frac{\rho}{v}$ ânında $\vec{r}+\vec{\rho}$ uzay noktasını çevreleyen elemanter dV hacmında vuku bulan esnek saçılmanın sayısı:

$$\Sigma_s \cdot \phi\left(\vec{r}+\vec{\rho}\,;\, t-\frac{\rho}{v}\right) dV$$

olur.

Diğer taraftan, çarpışmalar dolayısıyla hâsıl olan saçılmaların eşyönlü (izotrop) olduklarını farzedersek dV den çıkan nötronlardan ancak

$$\frac{dS \cos \theta}{4\pi\rho^2}$$

oranı kadarı dS yüzey elemanının bulunduğu doğrultu boyunca saçılıma mâruz kalacaktır. Filhakika bu oranın payı, dS yüzey elemanının $\vec{\rho}$ ya dik bir düzlem üzerine izdüşümü ve oranın paydası da ρ yarıçaplı bir küresel yüzeydir. Binaenâleyh bu oran, dV de vuku bulan eşyönlü bir esnek saçılmayı müteâkip dS yüzey elemanına yönelmesinin geometrik ihtimalini veriyor demektir.

Öte yandan, bir nötronun dV hacım elemanından dS alan elemanına kadar olan ρ uzaklığını hiçbir absorplanmaya veyâ yeni bir saçılmaya uğramaksızın katedebilmesi ihtimâlinin,

$$\Sigma_{top} = \Sigma_a + \Sigma_s$$

olmak üzere,

$$\exp(-\Sigma_{top} \cdot \rho)$$

olduğunu II. derste görmüştük. Buna göre dS yi negatif z ler doğrultusunda kateden nötronların sayısı yâni $J_-(\vec{r}, t)\, dS$

$$J_-(\vec{r},t)\, dS = \int \Sigma_s\, \phi\left(\vec{r}+\vec{\rho}\,; t - \frac{\rho}{v}\right) \cdot \frac{dS \cos \theta}{4\pi\rho^2} \cdot \exp(-\Sigma_{top} \cdot \rho)\, dV \qquad \text{(VI.1.1)}$$

ifâdesiyle verilmiş olur. Burada integral dS in pozitif z ler tarafında kalan bütün yarım uzay üzerinden alınacak, yâni integrasyon sınırları:

$$0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$$

$$0 \leq \varphi \leq 2\pi$$

$$0 \leq \rho \leq \infty$$

olacaktır.

(VI . 1 . 1) ifâdesinden $J_-(\vec{r}, t)$ yi hesaplıyabilmek için

$$\phi\left(\vec{r}+\vec{\rho}\,; t - \frac{\rho}{v}\right)$$

nin TAYLOR açılımındaki lineer terimleri göz önüne alalım ve daha büyük mertebeden olanları ihmâl edelim.

$$\phi\left(\vec{r}+\vec{\rho}\,;t-\frac{\rho}{v}\right)=\phi(\vec{r},t)+\vec{\rho}\cdot\overrightarrow{\text{grad}}\,\phi(\vec{r},t)-$$

$$-\frac{\rho}{v}\;\frac{\partial\phi(\vec{r},t)}{\partial t}+\cdots \qquad \text{(VI.1.2)}$$

Diğer taraftan $\vec{e}_i$ $(i=1,\ 2,\ 3)$ ler dik kartezyen koordinat eksenleri üzerindeki birim vektörler olmak üzere,

$$\overrightarrow{\text{grad}}\;\phi(\vec{r},t)=\frac{\partial\phi(\vec{r},t)}{\partial x}\vec{e}_1+\frac{\partial\phi(\vec{r},t)}{\partial y}\vec{e}_2+\frac{\partial\phi(\vec{r},t)}{\partial z}\vec{e}_3$$

ve küresel koordinatlarda da

$$\vec{\rho}=\rho\sin\theta\cos\varphi\,\vec{e}_1+\rho\sin\theta\sin\varphi\,\vec{e}_2+\rho\cos\theta\,\vec{e}_3$$

$$dV=\rho^2\sin\theta\,d\rho\,d\theta\,d\varphi$$

olduğundan bu ifâdelerin ve (VI . 1 . 2) nin yardımıyla $J_-(\vec{r},t)$ nin ifâdesi olarak (VI . 1 . 1) den

$$J_-(\vec{r},t)=\frac{\Sigma_s}{4\pi}\int_0^\infty d\rho\int_0^{2\pi}d\varphi\int_0^{\frac{\pi}{2}}d\theta\,\sin\theta\cos\theta\cdot\exp(-\Sigma_{top}\cdot\rho)\times$$

$$\times\left\{\phi(\vec{r},t)+\rho\sin\theta\cos\varphi\,\frac{\partial\phi(\vec{r},t)}{\partial x}+\rho\sin\theta\sin\varphi\,\frac{\partial\phi(\vec{r},t)}{\partial y}+\right.$$

$$\left.+\rho\cos\theta\,\frac{\partial\phi(\vec{r},t)}{\partial z}-\frac{\rho}{v}\;\frac{\partial\phi(\vec{r},t)}{\partial t}\right\} \qquad \text{(VI.1.3)}$$

bulunur.

(VI . 1 . 3) deki integrâl hesaplanınca:

$$J_-(\vec{r},t)=\frac{1}{4}\;\frac{\Sigma_s}{\Sigma_{top}}\phi(\vec{r},t)+\frac{\Sigma_s}{\Sigma^2_{top}}\left[\frac{1}{6}\;\frac{\partial\phi(\vec{r},t)}{\partial z}-\frac{1}{4v}\;\frac{\partial\phi(\vec{r},t)}{\partial t}\right] \qquad \text{(VI.1.4)}$$

elde edilir. Aynı yoldan:

$$J_+(\vec{r},t)=\frac{1}{4}\,\frac{\Sigma_s}{\Sigma_{top}}\phi(\vec{r},t)+\frac{\Sigma_s}{\Sigma^2_{top}}\left[-\frac{1}{6}\,\frac{\partial\phi(\vec{r},t)}{\partial z}-\frac{1}{4v}\,\frac{\partial\phi(\vec{r},t)}{\partial t}\right] \qquad (VI.1.4)$$

olduğu kolayca hesaplanır.

Buna göre z ekseni doğrultusundaki toplam nötron akımı:

$$J_z(\vec{r},t)=J_+(\vec{r},t)-J_-(\vec{r},t)=-\frac{\Sigma_s}{3\Sigma^2_{top}}\,\frac{\partial\phi(\vec{r},t)}{\partial z} \qquad (VI.1.5)$$

olur.

Benzer şekilde $\vec{J}$ akımı vektörünün x ve y bileşenleri de kolaylıkla bulunabilir ve sonuç olarak

$$\boxed{\vec{J}(\vec{r},t)=-\frac{\Sigma_s}{3\Sigma^2_{top}}\,\overrightarrow{\text{grad}}\,\phi(\vec{r},t)} \qquad (VI.1.6)$$

bulunur. Eğer

$$\frac{\Sigma_s}{3\Sigma^2_{top}}=D \qquad (VI.1,7)$$

vazedilirse

$$\boxed{\vec{J}(\vec{r},t)=-D\,\overrightarrow{\text{grad}}\,\phi(\vec{r},t)} \qquad (VI.1.8)$$

olur.

D büyüklüğüne ortamın difüzyon katsayısı adı verilir. Herhangi bir gazın âdî difüzyonunda cârî olan (VI.1.8) ifâdesi «*FİCK Kanunu*»'nun matematik şeklini temsil eder. FİCK kanunu akım vektörü ile nötron yoğunluğunu birbirine bağlar. Filhakika ϕ nin tarifini göz önünde tutarak ve v hızının da sâbit olduğunu düşünerek:

$$\vec{J}(\vec{r},t)=-Dv\cdot\overrightarrow{\text{grad}}\,N(\vec{r},t)$$

de yazmak mümkündür. Göz önüne alınan ortam için $\Sigma_s \gg \Sigma_a$ ise yâni ortam, nötronları yutmaktan ziyâde esnek bir saçılmaya mâruz bırakıyorsa

$$D=\frac{\Sigma_s}{3\Sigma^2_{top}}\cong\frac{1}{3\Sigma_s}=\frac{\lambda_s}{3}$$

yazılabilir.

2. **Basit Difüzyon Denklemi.** — Şimdi, kapalı bir S yüzeyi ile çevrelenmiş ve V hacmını haiz çoğaltkan bir ortamdaki eşitenerjili (monoenerjetik) nötronların difüzyon denklemini tesis edeceğiz.

Bahis konusu olan difüzyon denklemi, esasında ortamdaki nötron bilânçosunu belirten bir denge denklemidir. Filhakika âşikâr olarak görülür ki çoğaltkan bir ortamdaki elemanter bir dV hacmında, nötron bilânçosu

—1 saniyede dV den dışarıya difüzyon yoluyla sızan nötronların sayısı —1 saniyede dV de absorplanan nötronların sayısı +1 saniyede dV de üreyen nötronların sayısı =1 saniyede dV deki nötron sayısında vuku bulan değişim (VI.2.1)

şeklindedir. dV nin dış yüzeyi olan dS den, difüzyon yolu ile 1 saniyede dışarı akan nötronların sayısı VI . 1. paragrafına binâen

$$\vec{J}(\vec{r}, t)\, d\vec{S} = -D\, \overrightarrow{\text{grad}}\, \phi(\vec{r}, t)\, d\vec{S}$$

dir. $d\vec{S}$, içeriden dışarıya yönelmiş ve dV hacmını çevreleyen dS yüzeyine dik elemanter yüzey vektörünü göstermektedir. dV de 1 saniyede absorplanan nötronların sayısı

$$\Sigma_a\, \phi(\vec{r}, t)$$

dir. Aynı elemanter dV hacmı içinde 1 saniyede üreyen nötronların sayısını da (**kaynak terimini** de)

$$K(\vec{r}, t)\, dV$$

ile gösterelim. dV de 1 saniyede vuku bulan nötron sayısının değişimi de

$$\frac{\partial N(\vec{r}, t)}{\partial t}$$

olduğuna göre (VI . 2 . 1) denge denklemi

$$-\vec{J}(\vec{r}, t)\, d\vec{S} - \Sigma_a\, \phi(\vec{r}, t)\, dV + K(\vec{r}, t)\, dV = \frac{\partial N(\vec{r}, t)}{\partial t}\, dV \qquad \text{(VI.2.2)}$$

olur. Bütün çoğaltkan ortam için böyle bir denge denklemi yazmak istersek S yüzeyi ve V hacmı üzerinden integrâl almamız lâzımdır. Böylece:

$$-\iint_S \vec{J}(\vec{r},t)\,d\vec{S} - \iiint_V \left[\Sigma_a \phi(\vec{r},t) - K(\vec{r},t)\right] dV =$$

$$= \frac{1}{v}\iiint_V \frac{\partial \phi(\vec{r},t)}{\partial t}\,dV \qquad \text{(VI.2.2)}$$

olur.

Diğer tarafdan Vektörel Analizden bilindiği gibi GAUSS teoremine göre bir $\vec{F}$ vektörünün kapalı bir S yüzeyi üzerindeki sirkülâsyonu, $\vec{F}$ nin diverjansının bu S yüzeyinin sınırladığı V hacmı üzerinden alınan integraline eşittir (1) yâni:

$$\iint_S \vec{F}\cdot d\vec{S} = \iiint_V \operatorname{div}\vec{F}\,dV \qquad \text{(I.2.4)V}$$

dir. Binâenaleyh (VI.1.7) ve (VI.2.4) delâletiyle (VI.2.3) ifâdesi

$$\iiint_V \left\{ \operatorname{div}[D\,\overrightarrow{\operatorname{grad}}\,\phi(\vec{r},t)] - \Sigma_a \phi(\vec{r},t) + K(\vec{r},t) - \right.$$

$$\left. - \frac{1}{v}\frac{\partial \phi(r,t)}{\partial t} \right\} dV = 0 \qquad \text{(VI.2.5)}$$

şeklini alır. dV hacım elemanını tamamen keyfî bir şekilde seçebileceğimizden, bu eşitliğin gerçekleşebilmesi için köşeli parantez içindeki ifâdenin sıfıra eşit olması lâzımdır. Buradan:

$$\boxed{\operatorname{div}[D\cdot\overrightarrow{\operatorname{grad}}\,\phi(\vec{r},t)] - \Sigma_a \phi(\vec{r},t) + K(\vec{r},t) = \frac{1}{v}\frac{\partial \phi(\vec{r},t)}{\partial t}} \qquad \text{(VI.2.6)}$$

bulunur. Göz önüne aldığımız çoğaltkan ortamı homogen kabul edecek olursak D difüzyon katsayısı artık $\vec{r}$ ye tâbî olmaz; böylece:

(1) Bk. H.B. PHİLLİPS: *Vektörel Analiz, Çeviren: Nazima Ergun: Ankara Üniv. Fen Fak. yayınları (1946), sayfa: 71—74.*

$$\boxed{D\nabla^2\phi(\vec{r},t) - \Sigma_a\phi(\vec{r},t) + K(\vec{r},t) = \frac{1}{v}\frac{\partial\phi(\vec{r},t)}{\partial t}} \quad (VI.2.7)$$

bulunur. Nötron akısı zamanla değişmiyor ve **kararlı (stasyoner)** kalıyorsa (VI . 2 . 7) denkleminin

$$\boxed{D\nabla^2\phi(\vec{r}) - \Sigma_a\phi(\vec{r}) + K(\vec{r}) = 0} \quad (VI.2.8)$$

şeklini alacağı âşikârdır.

$K(\vec{r}, t)$ nötron kaynağı teriminin muhtelif fizikî şartlar altında bürünebileceği muhtelif şekilleri ileride inceleyip, difüzyon denklemini bunlara göre çözeceğiz.

Bu denklemler verilen bir ortamda eşitenerjili (monoenerjetik) nötronların difüzyonunu tetkik için lâzım olan matematiksel zemini teşkil ederler. Ancak bunların, sınır şartları göz önünde tutulmadan elde edilecek çözümlerinin hiçbir kıymeti olmayacaktır, zirâ çoğaltkan bir ortamın en mühim vasfı, onun kritik olup olmaması ve kritikse, buna tekabül eden kritik boyutların tesbitidir. Bunun için nötronların difüzyon teorisinde sınır şartları önemli bir yer işgâl eder. Sınır şartlarının bilinmesi, ikinci mertebeden kısmî türevli bir diferansiyel denklem olan difüzyon denkleminin genel çözümündeki iki keyfî sâbitten birinin tesbitini temin eder. İkinci keyfî parametre de, VIII. Derste göreceğimiz gibi, ancak ortamlardaki nötronların sayısıyla (nötron seviyesiyle) tâyin olunur.

3. **Transport tesir kesidi.** — XI. derste etraflıca inceleyeceğimiz gibi bir nötronun bir çekirdekle esnek çarpışması lâboratuvara bağlı olup, ölçülerin izâfe edildiği referans sisteminde eşyönlü değildir, ve çarpışmadan sonra nötron daha ziyâde ilk hızının doğrultusuyla 90° den küçük bir ψ açı yaparak öne doğru fırlar. Bu ψ açısının kosinüsünün ortalama değerinin hedef çekirdeğin atom ağırlığıyla ters orantılı olduğu XI. Derste görülecektir.

Esnek saçılmadaki bu eşyönsüzlüğü (anizotropiyi) hesaba katmak için uygun bir «*transport tesir kesidi*» târif etmek lâzım geldiği gösterilebilir. σ_{tr} ile gösterebileceğimiz bu büyüklük σ_s ye

$$\sigma_{tr} = \sigma_s (1 - \overline{\cos\psi}) = \sigma_s (1 - \bar{\mu}_0)$$

bağıntısıyla bağlıdır. Difüzyon teorisinin sonuçlarının gerçeği daha iyi aksettirebilmelerini sağlamak üzere D difüzyon katsayısı üzerinde difüzyon teorisinden daha teferruatlı bir teori olan «Nötronların Transport Teorisi» nin öngördüğü şekilde bir tashih yapmak lâzımdır ve tashih edilmiş difüzyon katsayısı

$$D = \frac{\lambda_{tr}}{3} = \frac{\lambda_s}{3(1-\bar{\mu}_0)} \qquad \text{(VI.3.1)}$$

formülüyle ifâde olunur.

Bundan sonraki bütün hesaplarımızda biz de hep bu tashih edilmiş difüzyon katsayısını kullanacağız.

ALIŞTIRMALAR:

1. (VI.1.3) integralini açıkça hesaplayınız.

2. Eğer sonsuz uzaklıktaki kaynaklardan gelen radyasyonlar R yarıçaplı bir kürenin içinden geçerlerse kürenin içinde radyasyonların tâkibettikleri ortalama yola tekabül eden ortalama kiriş uzunluğunun

$$\langle s \rangle = \frac{4}{3} R$$

olduğu gösterilebilir.

Bundan faydalanarak, ve içinde sâbit bir nötron akısı bulunan sonsuz bir ortama ithâl olunan R yarıçaplı küresel bir boşluğu göz önüne alarak kısmî nötron akımının ifâdesindeki birinci terimin $\frac{\phi}{4}$ olduğunu gösteriniz. (ϕ nötron akısının, birim hacımda ve birim zamanda nötronların katettikleri toplam yol olarak tefsir edilebildiğini göz önünde bulundurun).

VII. DERS

Difüzyon Denklemi İçin Sınır Şartları

Nötron akısı için sınır şartları - Kararlı nötron akısı için uzatılmış uzunluk - Zamana bağlı nötron akısı için uzatılmış uzunluk.

1. Sınır şartları. — Geçen derste, ikinci mertebeden kısmî türevli bir diferansiyel denklem olması hasebiyle, âdî difüzyon denkleminin çözümlerinin keyfî iki parametre ihtivâ ettiklerine ve bunların değerlerinin tesbit edilmedikçe de bu çözümlerin fizikî bir anlamı haiz olmayacaklarına işâret etmiştik. Bu parametrelerin, difüzyon denkleminin tatbik edildiği sistemin fizikî özelliklerine göre tâyin edilmeleri zarurîdir. Bunun için üç genel kaide verilebilir:

I) *Difüzyon denkleminin çözümü, göz önünde tutulan ortamın meydana getirdiği uzay parçasının her noktasında sonlu kalmalı ve negatif değerler almamalıdır.*

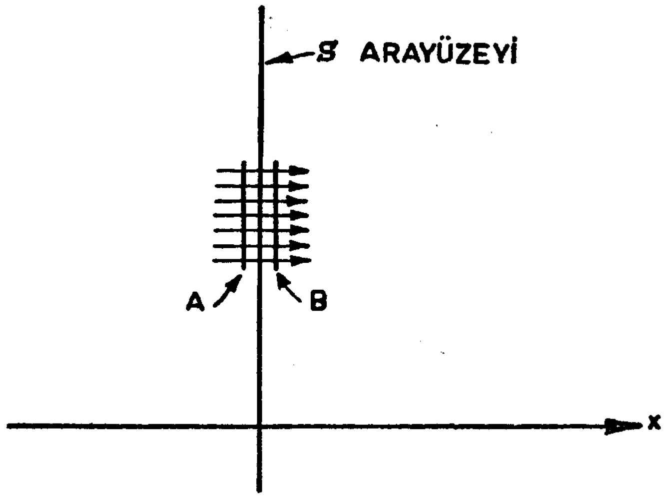
II) *Değişik difüzleme kabiliyetini haiz bitişik iki ortamın arayüzeyinde nötron akımları sürekli olarak değişmelidir.*

III) *Etrafı boşlukla çevrili bir ortama dışardan hiçbir nötron avdet edemez.*

Bu üç şarttan birincisi âşikârdır: göz önünde bulundurulan ortam içinde difüzyon denkleminin bir çözümü olan ϕ ne kadar büyük değer alırsa alsın sonsuz olamaz. Kezâ ϕ negatif de olamaz, zirâ fizikî olarak hem nötronların hızı ve hem de yoğunlukları ancak pozitif veyâ sıfır olabilen büyüklüklerdir.

İkinci şartın anlamını daha iyi görebilmek için bir S düzlemiyle ayrılmış iki ortam göz önüne alalım (Şekil: VII. 1), ve S nin her iki yanında, birbirine eşit ve S ye çok yakın iki küçük A ve B düzlemleri tasarlayalım.

Önce ortamda x ekseni doğrultusundaki J nötron akımının zamana tâbî olmadığını farzedelim.



Şekil: VII.1

Pozitif x ler yönünde A yı ve S yi kateden bütün nötronların S ye sonsuz yakın B yi aynı yönde katedecekleri açıktır. Şu hâlde J_{A+} nötron akım yoğunluğu $x=x_0$ için J_{B+} nötron akım yoğunluğuna eşit olmalıdır. Aynı düşünüş tarzını J_{A-} ve J_{B-} nötron akım yoğunlukları için de söyliyebiliriz, yâni:

$$\left.\begin{aligned} J_{A+}(x_0) &= J_{B+}(x_0) \\ J_{A-}(x_0) &= J_{B-}(x_0) \end{aligned}\right\} \qquad \text{(VII.1.1)}$$

olur.

(VI.1.4) ve (VI.1.4′) yardımıyla (VII.1.1) bağıntıları:

$$\begin{aligned} &\frac{1}{2}\frac{\Sigma_{s,A}}{\Sigma_{top,A}}\phi_A(x_0) - \frac{1}{3}\frac{\Sigma_{s,A}}{\Sigma^2_{top,A}}\left(\frac{d\phi_A(x)}{dx}\right)_{x=x_0} \\ &\qquad = \frac{1}{2}\frac{\Sigma_{s,B}}{\Sigma_{top,B}}\phi_B(x_0) - \frac{1}{3}\frac{\Sigma_{s,B}}{\Sigma^2_{top,B}}\left(\frac{d\phi_B(x)}{dx}\right)_{x=x_0} \\ &\frac{1}{2}\frac{\Sigma_{s,A}}{\Sigma_{top,A}}\phi_A(x_0) + \frac{1}{3}\frac{\Sigma_{s,A}}{\Sigma^2_{top,A}}\left(\frac{d\phi_A(x)}{dx}\right)_{x=x_0} \\ &\qquad = \frac{1}{2}\frac{\Sigma_{s,B}}{\Sigma_{top,B}}\phi_B(x_0) - \frac{1}{3}\frac{\Sigma_{s,B}}{\Sigma^2_{top,B}}\left(\frac{d\phi_B(x)}{dx}\right)_{x=x_0} \end{aligned} \qquad \text{(VII.1.2)}$$

şeklini alırlar. Bunları biribirlerinden taraf tarafa çıkartacak olursak:

$$\boxed{\frac{\Sigma_{s,A}}{\Sigma^{2}_{top,A}}\left(\frac{d\phi_A(x)}{dx}\right)_{x=x_0}=\frac{\Sigma_{s,B}}{\Sigma_{top,B}}\left(\frac{d\phi_B(x)}{dx}\right)_{x=x_0}} \tag{VII.1.3}$$

şeklini elde ederiz. Eğer (VII . 1 . 2) ifâdeleri bir kere de taraf tarafa toplanacak olurlarsa:

$$\boxed{\frac{\Sigma_{s,A}}{\Sigma_{top,A}}\phi_A(x_0)=\frac{\Sigma_{s,B}}{\Sigma_{top,B}}\phi_B(x_0)} \tag{VII.1.4}$$

ifâdesi bulunur.

Eğer göz önüne aldığımız ortam için

$$\Sigma_a \ll \Sigma_s \tag{VII.1.5}$$

ise, bu takdirde

$$\frac{\Sigma_s}{\Sigma_{top}}\cong 1 \quad \text{ve} \quad \frac{\Sigma_s}{3\Sigma^2_{top}}\cong D$$

demek olacağından (VII . 1 . 3) ve (VII . 1 . 4) ifâdeleri

$$\boxed{D_A\left(\frac{d\phi_A(x)}{dx}\right)_{x=x_0}=D_B\left(\frac{d\phi_B(x)}{dx}\right)_{x=x_0}} \tag{VII.1.6}$$

ve

$$\boxed{\phi_A(x_0)=\phi_B(x_0)} \tag{VII.1.7}$$

şekline girerler.

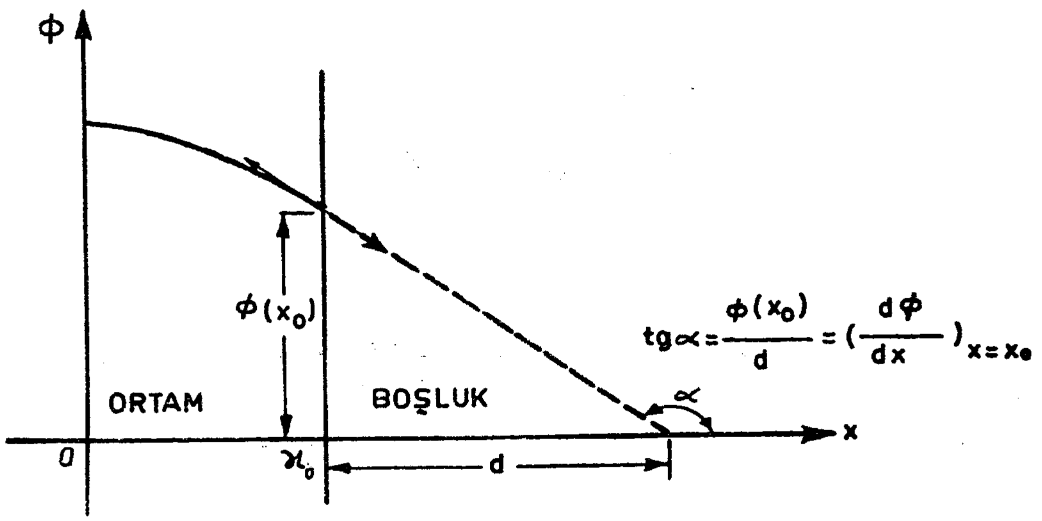
Son (VII . 1 . 7) bağıntısı, göz önünde bulundurulan şerait tahtında, arayüzeylerde nötron akımlarının sürekli olarak değişmesi keyfiyetinden başka nötron akılarının da sürekli olarak değişeceğini göstermektedir.

Bundan sonra derslerimizde daima (VII . 1 . 5) şartının sağlanmış olduğunu kabul edip D için de her zaman transport teorisinden elde edilen tashih edilmiş (VI . 3 . 1) değerini kullanacağız.

Üçüncü sınır şartına gelince, bunun için, boşlukla çevrelenmiş bir ortam düşünelim. Bu ortam çoğaltkan veyâ sırf difüzleyici bir ortam ise içindeki nötronlar ortamın dış yüzeyinden dışarı sızabilirler; fakat ortam boşlukla çevrili olduğundan dışarıdan bu ortama yansıma yoluyla hiçbir nötron dâhil olamaz. Başka bir deyişle, dışarıdan ortamın içine doğru hiçbir nötron akımı vuku bulmaz. Buna binâen dışardan ortama doğru nötron akımının $x = x_0$ arayüzeyinde sıfır olduğunu yazacak olursak:

$$J_-(x_0) = \frac{1}{4}\phi(x_0) + \frac{\lambda_{tr}}{6}\left(\frac{d\phi(x)}{dx}\right)_{x=x_0} = 0 \qquad \text{(VII.1.8)}$$

olur.



Şekil: VII.2 Uzatılmış (ekstrapole) uzunluğun târifi

$\phi(x)$ esâsen pozitif veyâ sıfır değerler alan ve $x = x_0$ a doğru azalan bir fonksiyon olduğundan (VII.1.8) denkleminden $\left(\frac{d\phi}{dx}\right)_{x=x_0}$ ın negatif olduğu neticesi çıkar. Öte yandan Şekil: VII.2 den ve kolayca görüleceği üzere, eğer ϕ akısı, x ekseniyle yaptığı açının teğeti $\left(\frac{d\phi}{dx}\right)_{x=x_0}$ değerini haiz olan bir doğrultuyla **uzatılırsa (ekstrapole edilirse)**, bu doğrunun x ekseniyle kesiştiği noktanın apsisi $x_0 + d$ olmak üzere

$$\frac{\phi(x_0)}{d} = -\left(\frac{d\phi}{dx}\right)_{x=x_0} = \frac{3}{2}\,\frac{\phi(x_0)}{\lambda_{tr}}$$

bağıntıları cârî olur. Bu son bağıntılardan d **uzatılmış (ekstrapole) uzunluğu** için

$$\boxed{d=\frac{2}{3}\lambda_{tr}} \qquad \text{(VII.1.9)}$$

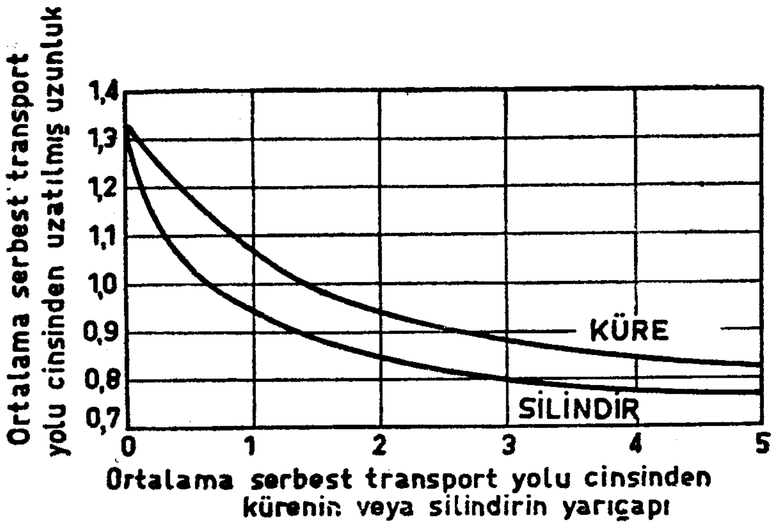
bulunur.

Nötron akısının bu **lineer uzatılması (ekstrapolasyonu)** esas olarak alınacak olursa ϕ nötron akısı ancak fizikî sınırın ötesinde $\frac{2}{3}\lambda_{tr}$ kadar uzatılmış olan bir sınırda yâni $x=x_0+\frac{2}{3}\lambda_{tr}$ da sıfır oluyor demektir:

$$\boxed{\phi(x_0+d)=0.} \qquad \text{(VII.1.10)}$$

Burada ϕ nötron akısı ile $\vec{J}$ nötron akımı arasındaki farkı iyice tebârüz ettirebilmek için uzatılmış sınırın ötesindeki bir noktada sıfır olmasına karşılık içeriden dışarıya J_+ kısmî akım yoğunluğunun sıfırdan farklı olacağını ve göz önüne alınan noktaya konacak olan bir nötron detektörünün de ortamı terkeden nötronları sayacağını ifâde edelim.

d uzunluğunun bir taraftan ortamın dış yüzeyinin şekline, diğer taraftan da ortamdaki nötronların enerjilerine bağlı olduğuna hemen işâret edelim. d büyüklüğü, eğri yüzeyler için daha büyük değerler almaktadır; pek gerçek bir hâle tekâbül etmemekle beraber bir ortamın eğ-



Şekil: VII.3 Eğri dışyüzeyler için uzatılmış (ekstrapole) uzunluğunun değişimi.

riliği sonsuza gittiği zaman d nin de asimtotik olarak $\frac{4}{3}$ λ_{tr} ye gideceğini söyleyelim.

Şekil: VII . 3 de ortalama serbest transport yollarının fonksiyonu olarak bir küre ile bir silindirin uzatılmış uzunluklarını veren eğrileri görmektesiniz.

d nin doğrudan doğruya λ_{tr} a yâni $1/\Sigma_{tr}$ a ve dolayısıyla σ_{tr} a bağlı olması ve tesir kesitlerinin de nötronların enerjilerinin fonksiyonları olması keyfiyeti, d nin nötronların enerjilerine ne türlü bağlı olduğunu açıklar. Buna göre, difüzleyici ortamdaki nötronlar meselâ biri hızlı, diğeri yavaş olmak üzere iki gurup hâlinde mütâleâ edilirlerse her gurup için ayrı bir uzatılmış sınır bulunacaktır. İleride çok guruplu nötron difüzyonu teorisini incelerken bu keyfiyetin hesaplar için nasıl bir zorluk doğuracağını göreceğiz.

Şurasına da işâret edelim ki d nin (VII . 1 . 9) ile verilen ifâdesi ancak yaklaşık bir ifâdedir. Bu hususta en doğru neticeyi **Nötronların Göç (Transport) Teorisi** vermektedir. Bu teori nötronların difüzyonunu matematik bakımından en sıhhatli bir şekilde inceler ve nötronların âdî difüzyon teorisini ancak hususî bir hâl olarak kabul eder. Derslerimizin sonunda kısaca temas edeceğimiz bu teoriye göre düzlemsel bir dış yüzey için

$$\boxed{d = 0{,}7104\ \lambda_{tr}} \qquad \text{(VII.1.11)}$$

dir. (Bk. 2. Cild, XII. DERS, S. 255 - 264).

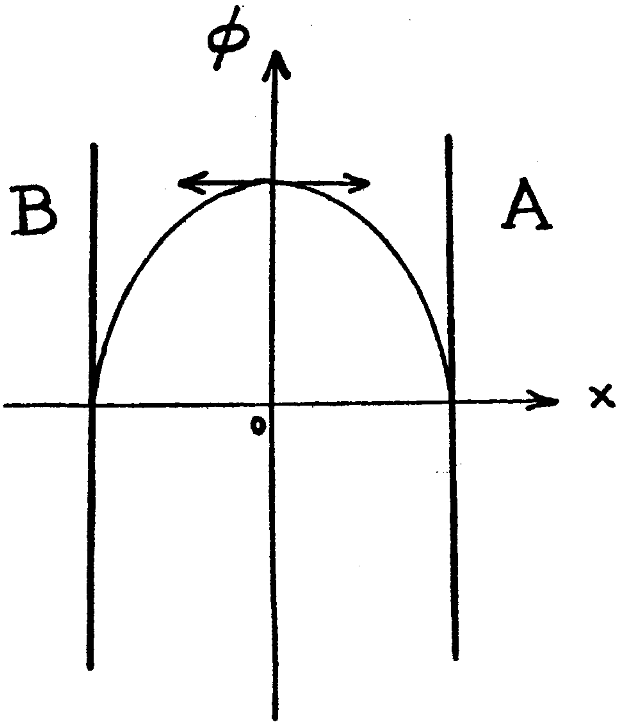
Şimdi artık bu üç sınır şartını derlitoplu bir tarzda ifâde edebiliriz:

I) *Difüzyon denkleminin tatbik olunduğu her bölgede nötrön akısı sonludur ve negatif değerler alamaz.*

II) *Değişik difüzleme kabiliyetini haiz bitişik iki ortamın arayüzeyinde eğer bu ortamların her biri için de $\Sigma_s \gg \Sigma_a$ ise, toplam nötron akımı ve nötron akısı sürekli olarak değişirler.*

III) *Boşlukla çevrili bir ortamdaki nötron akısını gösteren fonksiyon, ortamla boşluk arasında geometrik bir sınır teşkil eden arayüzeyin biraz dışında, uzatılmış (ekstrapole) bir sınırda sıfır olur.*

Bunlardan başka bu şartlara, düzgün simetri arzeden sonlu çoğaltkan ortamlar için, bir de simetri şartı ilâve edilebilir. Eğer göz önüne alınan çoğaltkan ortam paralelyüzlü, küre, silindir, elipsoyit, paraboloyit v.s. gibi düzgün simetri arzeden konveks bir ortamsa bu takdirde simetri yerlerinde nötron akısı maksimum olur. Bunu bir misâlle tecessüm ettirmek kolaydır. Meseleyi basitleştirmek için tek boyutlu bir ortam göz önüne alalım (Bk. Şekil: VII. 3). Böyle bir ortam $x=0$ da bir simetri ekseni arzetmektedir.



Şekil: VII. 4 Nötron akısının simetrik dağılımı hakkında.

Öte yandan bu ortamda nötron akısı uzatılmış (ekstrapole) sınırda sıfır olmaktadır. Uzatılmış sınıra yakın bölgelerde nötron akısının zayıf olmasının sebebi nötronların, ortamın dış yüzeyine yakın olmaları dolayısıyla, ortamdan dışarı sızmaları için büyük bir şansa sâhip olmalarıdır. Nötronları ortamın dışyüzeyinden ayıran uzaklık ne kadar büyük olursa bunların ortamda kalacak şekilde saçılmaları veyâ absorplanmaları ihtimâlleri de o kadar büyük olur. Dolayısıyla uzatılmış (ekstrapole) sınırdan içeri girildikçe ortamdaki nötron akısının şiddeti de o nisbette artacaktır.

Pozitif (negatif) x lerden hareketle negatif (pozitif) x ler istikametinde gidildikçe nötron akısı ortamın A yüzeyinden (B yüzeyinden) uzaklaştıkça artacaktır. Ancak ortamın simetri eksenini biraz geçince B yüzeyine (A yüzeyine) olan uzaklık A ya yakın olan uzaklıktan (B ye olan uzaklıktan) daha küçük olacağından aynı istikamette hareket etmekle nötron akısının gene artması umulamaz. Bilâkis aynı istikâmette devam ettikçe yüzeye yaklaşmaktan mütevellid nötron akısı azalmağa başlayacaktır. Böylece simetri ekseninin bu ortam için nötron akısının maksimum değerine eriştiği yer olduğu görülmüş olur. Aynı muhakeme kolaylıkla bütün diğer düzgün simetriyi haiz konveks ortamla için de tekrarlanabilir. Böylece artık bu simetri şartını da IV. bir sınır şartı olarak şöyle ifâde edebiliriz:

IV) *Düzgün bir simetri arzeden konveks çoğaltkan ortamlarda, fisyon nötronlarından başka bir yabancı nötron kaynağı bulunmadığı hâllerde, nötron akısı ortamdaki simetri yerine (veyâ yerlerine) göre simetrik olup buralarda ekstremum değerine ulaşır.*

2. **Zamana Bağlı Difüzyon Denklemi İçin Sınır Şartları.** — Şimdi ϕ nötron akısının gene zamanın fonksiyonu olduğunu kabul edelim. 1. bölümdeki (VII.1.1) ifâdelerinin bu şart altında

$$\left.\begin{aligned} J_{A+}(x_0, t) &= J_{B+}(x_0, t) \\ J_{A-}(x_0, t) &= J_{B-}(x_0, t) \end{aligned}\right\} \tag{VII.2.1}$$

şekillerine girecekleri açıktır. (VII.1.4) şartının gerçekleşmesi hâlinde bu bağıntılar, (VI.1.5) ve (VI.1.5') nin de yardımıyla

$$\begin{aligned} &\frac{1}{4}\phi_A(x_0, t) + \lambda_A\left[-\frac{1}{6}\left(\frac{\partial\phi_A(x, t)}{\partial x}\right)_{x=x_0} - \frac{1}{4v}\,\frac{\partial\phi_A(x_0, t)}{\partial t}\right] = \\ &= \frac{1}{4}\phi_B(x_0, t) + \lambda_B\left[-\frac{1}{6}\left(\frac{\partial\phi_B(x, t)}{\partial x}\right)_{x=x_0} - \frac{1}{4v}\,\frac{\partial\phi_B(x_0, t)}{\partial t}\right] \\ &\frac{1}{4}\phi_A(x_0, t) + \lambda_A\left[\frac{1}{6}\left(\frac{\partial\phi_A(x, t)}{\partial x}\right)_{x=x_0} - \frac{1}{4v}\,\frac{\partial\phi_A(x_0, t)}{\partial t}\right] = \\ &= \frac{1}{4}\phi_B(x_0, t) + \lambda_B\left[\frac{1}{6}\left(\frac{\partial\phi_B(x, t)}{\partial x}\right)_{x=x_0} - \frac{1}{4v}\,\frac{\partial\phi_B(x_0, t)}{\partial t}\right] \end{aligned} \tag{VII.2.2}$$

şeklini alırlar. Bunları bir kere taraf tarafa biribirlerinden çıkararak ve bir kere de taraf tarafa toplayarak:

$$\frac{\lambda_A}{3}\left[\frac{\partial\phi_A(x, t)}{\partial x}\right]_{x=x_0} = \frac{\lambda_B}{3}\left[\frac{\partial\phi_B(x, t)}{\partial x}\right]_{x=x_0} \tag{VII.2.3}$$

$$\phi_A(x_0, t) - \frac{\lambda_A}{v}\,\frac{\partial\phi_A(x_0, t)}{\partial t} = \phi_B(x_0, t) - \frac{\lambda_B}{v}\,\frac{\partial\phi_B(x_0, t)}{\partial t} \tag{VII.2.4}$$

bulunur.

Eğer difüzleyici ortam boşlukla sınırlanmışsa, boşluktan ortama herhangi bir nötron akımı vuku bulmayacağından dolayı

$$J_-(x_0, t) = \frac{1}{4}\phi(x_0, t) + \frac{\lambda}{6}\left[\frac{\partial\phi(x, t)}{\partial x}\right]_{x=x_0} - \frac{\lambda}{4v}\frac{\partial\phi(x_0, t)}{\partial t} = 0$$

olacaktır. Gene Şekil: VII . 2 yi göz önünde tutarsak

$$\frac{1}{2} - \frac{\lambda}{3d} = \frac{\lambda}{2v\cdot\phi(x_0, t)}\frac{\partial\phi(x_0, t)}{\partial t} \tag{VII.2.5}$$

bulunur.

Eğer göz önüne alınan ortamın absorplama kaabiliyeti ihmâl edilemiyorsa (VII . 2 . 5) in

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{3d\,\Sigma_{top}} = \frac{1}{2v\,\Sigma_{top}\,\phi(x_0, t)}\frac{\partial\phi(x_0, t)}{\partial t} \tag{VII.2.6}$$

olacağı kolayca tahkik olunur.

Bu son iki ifâdenin sağ yanları t yi açıkça ihtivâ ettiklerinden d uzatılmış uzunluğunun da t ye bağlı olabileceği akla gelebilir. Fakat şayet, difüzyon denkleminin bir çözümü olan $\phi(x, t)$ daimâ

$$\phi(x, t) = X(x)\cdot\exp(ct) \tag{VII.2.7}$$

şeklinde ifâde edilebiliyorsa, bu takdirde (VII . 2 . 5) veyâ (VII . 2 . 6) ile târif edilen d nin t ye bağlı olmayacağı kolayca tahkik olunur.

İleride IX. Derste eşitenerjili nötronlar için zamana bağlı difüzyon denklemini çözdüğümüzde, genel çözümün daima (VII . 2 . 7) şeklinde ifâde edilebileceğini göreceğiz. d nin bu hâle tekâbül eden açık ifâdesini de bu vesileyle tesis etmiş olacağız.

VIII. DERS

Difüzyon Denkleminin Basit Çözümleri

L difüzyon uzunluğu - Noktasal nötron kaynağı ve sonsuz ortam için çözüm - Ortalama absorplanma yolu ve bunun karesiyle L arasındaki bağıntılar - Sonsuz düzlemsel kaynak için çözüm - Sonsuz düzlemsel kaynak, sonlu tek boyutlu ortam için çözüm - Tek boyutlu yapışık iki ortam için çözüm - 3 boyutlu sonlu bir ortam için çözüm - Dirac fonksiyonu - Dik (ortogonâl) fonksiyonlar.

1. Difüzyon Uzunluğu. — Bu bahiste VI. derste tesis etmiş olduğumuz difüzyon denkleminin basit çözümlerini arayacağız. Bunun için önce, nötronların içinde bulunduğu ortamın çoğaltkan olmadığını kabul edelim. Ayrıca ortamda herhangi bir nötron kaynağının da bulunmadığını farzedecek olursak difüzyon denklemindeki $K(\vec{r}, t)$ kaynak terimi sıfır olur. Meseleyi daha da basitleştirmek için önce ϕ nin t ye tâbî olmadığı hâlleri göz önüne alacağız.

Bu basitleştirmeler neticesinde (VI . 2 . 5) difüzyon denklemi

$$D\nabla^2\phi(\vec{r}) - \Sigma_a\phi(\vec{r}) = 0 \qquad \text{(VIII.1.1)}$$

veyâhut da

$$\frac{\Sigma_a}{D} = \frac{1}{L^2} = x^2 \qquad \text{(VIII.1.2)}$$

vazederek,

$$\nabla^2\phi(\vec{r}) - x^2\phi(\vec{r}) = 0 \qquad \text{(VIII.1.3)}$$

şekline girer. (VIII . 1 . 2) ile târif olunan

$$L = \sqrt{\frac{D}{\Sigma_a}} = \sqrt{\frac{\lambda_{tr}\lambda_1}{3}} \qquad \text{(VIII.2.2')}$$

büyüklüğüne *«difüzyon uzunluğu»* adı verilir. Müteakip bölümde bu büyüklüğün fizikî anlamını daha açık bir şekilde ortaya koyacağız.

2. Noktasal Nötron Kaynağı İçin Sonsuz Ortamda Difüzyon Denkleminin Çözümü. — Şimdi izotrop olarak saniyede K adet nötron neşreden noktasal bir kaynak göz önüne alalım, ve bu kaynaktan intişâr eden nötronların dağılımını, (VIII . 1 . 3) ü çözmek suretiyle tesbit edelim.

Kaynak noktasal olduğu için problem küresel simetriyi haizdir. Kaynağın intişârının izotrop olduğu da göz önünde bulundurulacak olursa küresel koordinatlarda ∇^2 lâplasyen operatörünün sâdece r ye tâbî olduğu kolayca anlaşılır ve böylelikle ∇^2 sâdece

$$\nabla^2 = \frac{d^2}{dr^2} + \frac{2}{r}\frac{d}{dr}$$

ifâdesine müncer olur. Bu suretle (VIII . 1 . 3) denklemi

$$\frac{d^2\phi}{dr^2} + \frac{2}{r}\frac{d\phi}{dr} - \varkappa^2\phi = 0 \qquad \text{(VIII.2.1)}$$

şekline girer.

Bu denklemi göz önüne alınan ortam ve kaynak için çözebilmek üzere problemimizin fizikî şartlarının tesbiti lâzımdır. Problemimize uygun sınır şartları şu türlü ifâde olunabilirler:

(1) ϕ nötron akısı $r=0$ kaynak noktası hâriç her yerde pozitif ve sonlu değeri haizdir.

(2) Nötron kaynağını merkez olarak kabul eden r yarıçaplı bir kürenin $4\pi r^2$ alanını haiz dış yüzeyini 1 saniyede kateden nötronların sayısı $r \rightarrow 0$ için kaynağın şiddetine eşittir. (*Kaynak şartı*).

Eğer $J(r)$ ile nötron akımını ve K ile de kaynağın şiddetini gösterirsek kaynak şartı matematik olarak

$$\lim_{r\to 0} 4\pi r^2 \cdot J(r) = K \qquad \text{(VIII.2.1)}$$

bağıntısıyla ifâde olunur.

Şimdi (VIII . 2 . 1) i çözmek için $\phi(r)=\frac{f(r)}{r}$ dönüşümünü yapalım. Bu takdirde (VIII . 2 . 1) den

$$\frac{d^2f}{dr^2}-\varkappa^2 f=0 \tag{VIII.2.3}$$

elde edilir. Bu denklemin genel çözümünün, a ve b iki parametre olmak üzere,

$$f(r)=a\exp(-\varkappa r)+b\exp(\varkappa r)$$

olduğu mâlûmdur; veyâ ϕ yi göz önünde tutarak

$$\phi(r)=a\frac{\exp(-\varkappa r)}{r}+b\frac{\exp(\varkappa r)}{r} \tag{VIII.2.4}$$

bulunur.

(1) şartına göre ϕ nin sonlu olması icâbetmektedir; hâlbuki (VIII . 2 . 4) e göre, $r\to\infty$ için $\phi\to\infty$ olacağından ϕ nin sonlu kalmasını temin edebilmek için $b=0$ olması lâzım geldiği bulunur.

a parametresinin, göz önüne aldığımız problemde alacağı değeri tâyin etmek için de kaynak şartından faydalanalım. Belirli bir r noktasındaki nötron akım yoğunluğunun ifâdesi için FİCK Kanununa göre

$$J(r)=-D\frac{d\phi(r)}{dr}=D\cdot a\exp(-\varkappa r)\cdot\left(\frac{1+\varkappa r}{r^2}\right)$$

bulunur. Buradan (VIII . 2 . 2) vâsıtasıyla

$$\lim_{r\to 0} 4\pi r^2 J(r)=\lim_{r\to 0} 4\pi D a(1+\varkappa r)\cdot\exp(-\varkappa r)=K$$

ve

$$a=\frac{K}{4\pi D}$$

elde edilir. Böylece (VIII . 2 . 1) in çözümü

$$\boxed{\phi(r)=\frac{K}{4\pi D}\frac{\exp(-\varkappa r)}{r}} \tag{VIII.2.5}$$

olur.

Bu ifâdeden $1/\varkappa = L$ difüzyon uzunluğunun nötronların difüzyonu için bir nev'i relâksasyon uzunluğu olduğu neticesi çıkmaktadır.

Bu L büyüklüğünün fizikî anlamını daha iyi kavrayabilmek için bir kaynak nötronunun absorplanıncaya kadar katettiği ortalama $\bar{r}$ yolunu hesaplıyalım.

Bu $\bar{r}$ ortalama yolu, ihtimâller hesabı vâsıtasıyla kolayca hesaplanır. Filhakika kaynaktan itibâren r uzaklığında $(r, r+dr)$ aralığı, yâni r yarıçapını ve dr kalınlığını haiz küresel bir tabaka içinde bir nötronun absorplanması ihtimâlinin bir ölçüsü, bu bölgede 1 sâniyede absorplanan nötron sayısıdır; yâni başka bir deyişle $(r, r+dr)$ aralığının teşkil ettiği küresel tabakada bir nötronun absorplanması ihtimâli orada 1 saniyede absorplanan nötronların sayısıyla orantılıdır.

Göz önüne alınan küresel tabakada 1 saniyede absorplanan nötron sayısının

$$\Sigma_a \phi(r) \cdot 4\pi r^2 dr$$

olduğu âşikârdır. Şu hâlde $\vec{r}$ yi hesaplamak için r nin $\Sigma_a \phi(r) \cdot 4\pi r^2 dr$ üzerinden ortalamasını almak lâzımdır.

$$\bar{r} = \frac{\int_0^\infty r \cdot \Sigma_a \phi(r)\, 4\pi r^2 dr}{\int_0^\infty \Sigma_a \phi(r)\, 4\pi r^2 dr}$$

Öte yandan $\phi(r)$ nin (VII.2.5) ile verilmiş olan ifâdesi göz önünde tutulursa $\bar{r}$ için

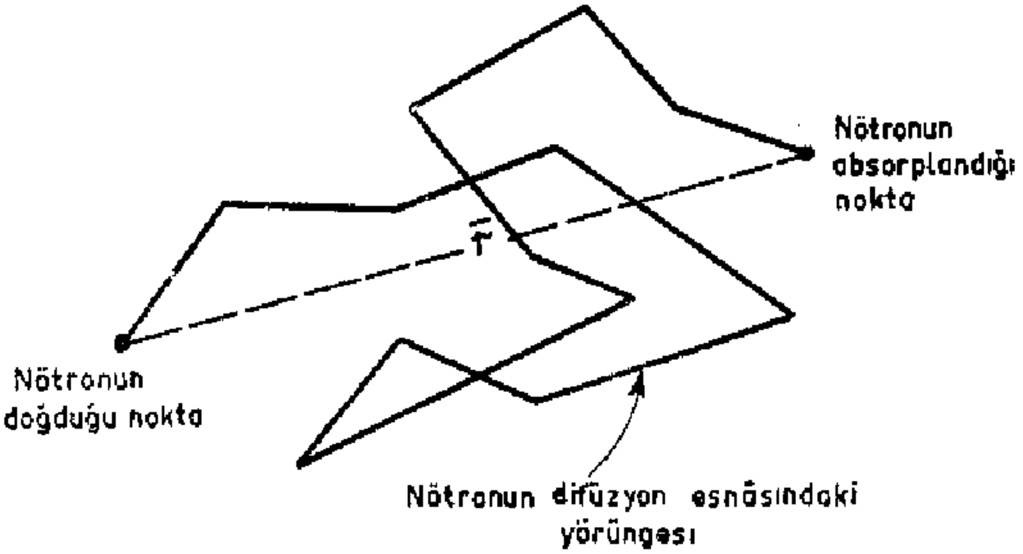
$$\boxed{\bar{r} = 2L} \qquad \text{(VIII.2.6)}$$

Benzer şekilde bir hesap $\bar{r^2}$ ortalama kuvadratik yol için de tatbik olunabilir; ve böylece

$$\bar{r^2} = 6L^2$$

elde edilir.

Şimdi L difüzyon uzunluğu ile λ_a absorplama ortalama serbest yolunu karşılaştıralım. Bunlardan birincisi, (VIII.2.6) mûcibince, bir nötronun doğduğu yerden abrorplandığı yere kadar olan difüzlenme mesafesinin yarısını, ikincisi de bir nötronun doğduğu yerden absorplanıncaya kadar katettiği yolun uzunluğunu gösterir.



Şekil: VIII.1

Âşikâr olarak $\lambda_a > L$ dir; zirâ nötron absorplanıncaya kadar birçok çekirdekler tarafından saptırılır. (Bk. Şekil: VIII.1). Bir misâlle bunun böyle olduğunu tahkik edelim: grafit için $\lambda_{tr} = 2{,}74$ cm, $\lambda_a = 2760$ cm dir. Buna tekabül eden L

$$L = \sqrt{\frac{\lambda_{tr}\,\lambda_a}{3}} = 50 \text{ cm}$$

olur.

3. **Sonsuz Düzlemsel Nötron Kaynağı İçin Sonsuz Ortamda Difüzyon Denkleminin Çözümü.** — Şimdi sonsuz yaygınlığı haiz düzlemsel bir nötron kaynağının $x = 0$ noktasına yerleştirilmiş olduğunu farzedelim. Bu takdirde problem tek boyutlu bir probleme ircâ olmuş olur ve difüzyon denklemi de

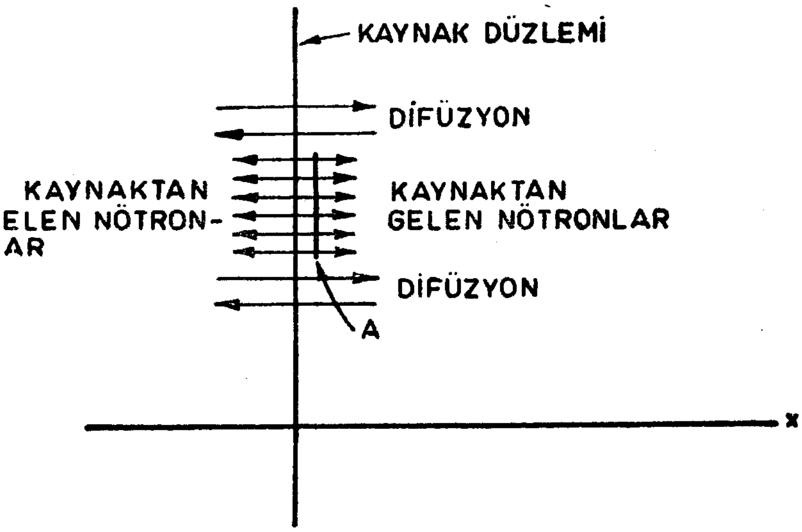
$$\frac{d^2\phi(x)}{dx^2} - \varkappa^2\phi(x) = 0 \qquad \text{(VIII.3.1)}$$

şekline girer. Bunun genel çözümü

$$\phi(x) = a\exp(-\varkappa x) + b\exp(\varkappa x) \qquad \text{(VIII.3.2)}$$

dir.

$\phi(x)$ in her yerde sonlu kalması şartı x in pozitif değerleri göz önüne alındığı takdirde b sâbitinin, x in negatif değerleri göz önüne alındığı takdirde de a sâbitinin özdeş olarak sıfır olmasını intâceder. İntegrasyon sâbitlerinden birisi bu şarta istinâden ifnâ edildi miydi diğeri «kaynak şartından» faydalanarak tâyin edilebilir.



Şekil: VIII.2

Şimdi nötron kaynağının cm² başına saniyede K nötron neşrettiğini farzedelim. Buna göre ister pozitif ve isterse negatif x ler istikametinde olsun, cm² ve saniye başına K/2 nötron neşrediliyor demektir. Yâni kaynak şartı matematik olarak

$$\lim_{x\to 0} J(x) = \frac{K}{2} \tag{VIII.3.3}$$

şeklinde ifâde edilecektir.

(VIII.3.2) de göz önünde tutulmak suretiyle kaynak şartından hareketle

x in pozitif değerleri için $a = \frac{K}{2Dx}$, ve

x in negatif değerleri için $b = \frac{K}{2Dx}$

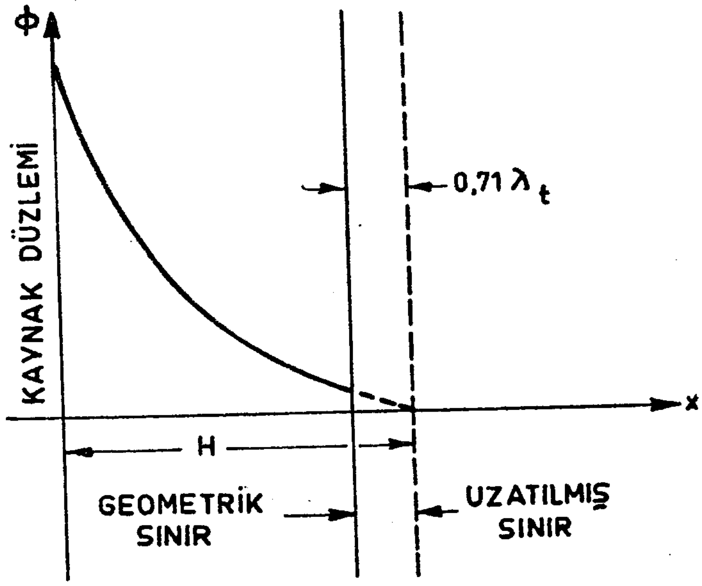
bulunur. Böylece sonsuz düzlemsel bir nötron kaynağı ihtivâ eden sonsuz bir ortamdaki nötron akısı, x ne cins değer alırsa alsın

$$\boxed{\phi(x)=\frac{K}{2D\varkappa}\exp(-\varkappa|x|)} \tag{VIII.3.4}$$

ifadesiyle belirlenmiş olur.

4. **Sonsuz Düzlemsel Nötron Kaynaklı ve Sonlu Kalınlıktaki Ortam.** — Şimdi belirli bir kalınlığı haiz bir ortam göz önüne alalım ve bunun kenarlarından birine tatbik olunmuş sonsuz yaygınlıktaki düzlemsel bir nötron kaynağının bu ortamda doğurduğu nötron akısını hesaplayalım.

Problem âşikâr olarak tek boyutlu bir problem gibi mütâlea edilecektir. Tek boyuttaki difüzyon denklemini (VIII . 3 . 1), ve bunun genel çözümünü de (VIII . 3 . 2) ile vermiştik. Şimdi göz önüne almış bulunduğumuz problemi çözmek için (VIII . 3 . 2) genel çözümündeki a ve b sâbitlerini bu probleme has kaynak ve sınır şartlarından faydalanarak tesbit etmemiz gerekmektedir.



Şekil: VIII . 3

Ortamı boşlukla çevrili farzedersek $\phi(x)$ nötron akısı ortamın uzatılmış (ekstrapole) kenarında, VII. derste görmüş olduğumuz veçhile, sıfır olacaktır. Ortamın geometrik kalınlığına H′ dersek $H=H'+0{,}7104\lambda_{tr}$ ortamın uzatılmış (ekstrapole) kalınlığı olacak ve $x=H$ için

$$\phi(H)=0$$

değerini alacaktır. Buradan

$$\phi(\mathrm{H}) = a \cdot \exp(-\varkappa \mathrm{H}) + b \cdot \exp(\varkappa \mathrm{H}) = 0$$

ve dolayısıyla

$$b = -a \cdot \exp(-2\varkappa \mathrm{H})$$

bulunur ve böylece

$$\phi(x) = a\left\{\exp(-\varkappa x) - \exp[\varkappa(x - 2\mathrm{H})]\right\} \qquad \text{(VIII.4.1)}$$

olur. Bu ifâdedeki a integrasyon sâbitinin tesbîti de gene kaynak şartından istifâde etmek sûretiyle olacaktır. Şâyet sonsuz düzlemsel kaynak ortama, cm^2 ve saniye başına K nötron gönderiyorsa

$$\lim_{x \to 0} \mathrm{J}(x) = \mathrm{K}$$

ve (VIII . 4 . 1) göz önünde tutularak

$$\lim_{x \to 0} \mathrm{J}(x) = \lim_{x \to 0}\left(-\mathrm{D}\frac{d\phi}{dx}\right) = \lim_{x \to 0} \mathrm{D}\varkappa a\left\{\exp(-\varkappa x) + \exp[\varkappa(x - 2\mathrm{H})]\right\}$$

$$= \mathrm{D}\varkappa a[1 + \exp(-2\varkappa \mathrm{H})] = \mathrm{K}$$

yâni

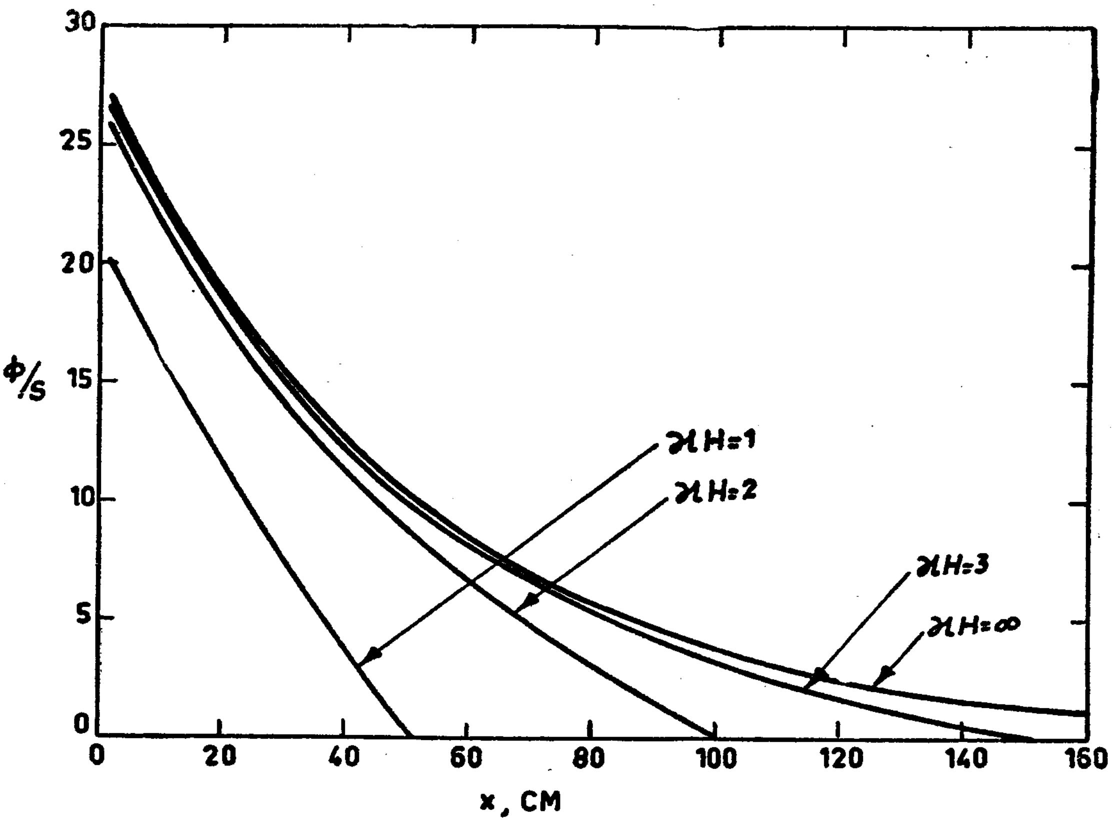
$$a = \frac{\mathrm{K}}{\mathrm{D}\varkappa\,]1 + \exp(-2\varkappa \mathrm{H})]}$$

olur. Böylece bu ortamdaki nötron akısı

$$\boxed{\phi(x) = \frac{\mathrm{K}\, sh[\varkappa(\mathrm{H} - x)]}{\mathrm{D}\varkappa\, ch\, \varkappa \mathrm{H}}} \qquad \text{(VIII.4.2)}$$

şekline girmiş olur.

Şekil: VIII . 4, (VIII . 4 . 2) nin $\varkappa \mathrm{H} = \mathrm{H}/\mathrm{L}$ nin H nın fonksiyonu olarak iktisâbettiği muhtelif değerler için değişimlerini vermektedir. Burada dikkat edilecek en mühim nokta, $\varkappa \mathrm{H} = \mathrm{H}/\mathrm{L} = 3$ için, yâni göz önüne alınan ortamın uzatılmış (ekstrapole) kalınlığının ortamın difüzyon uzunluğunun en az 3 katı olduğu zamanki $\phi(x)$ nötron akısının hemen hemen sonsuz bir ortamdaki (: $\mathrm{H}/\mathrm{L} = \infty$) nötron akısı gibi olduğu keyfiyetidir.



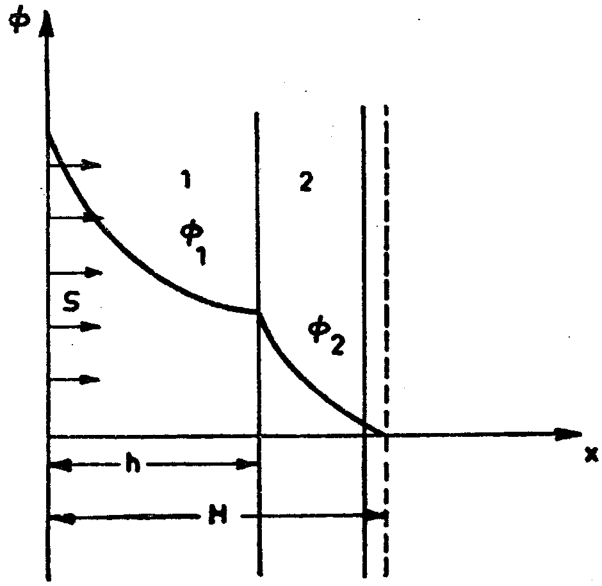
Şekil: VIII.4

Sonsuz yaygınlığı haiz bir difüzleyici ortam için nötron sızıntısından bahsetmek abestir; fakat sonlu ortamlarda tabiatiyle nötron sızıntısı vuku bulacaktır. Ancak, Şekil: VIII. den de anladığımız gibi, eğer ortamın boyutları ortamın difüzyon uzunluğunun 3 veyâ daha fazla katı iseler nötronların çoğu ortamın kenarına kadar gelip de dışarı sızmaya fırsat bulamadan ortamın içine doğru geri saptırılırlar veyâ absorplanırlar; ve böylece de dışarıya nötron sızıntısı az olduğundan, ortamın dış yüzeylerden uzak iç kısımlarında nötron akısı hemen hemen, sonsuz yaygınlığı haiz bir difüzleyici ortamın haiz olacağı nötron akısı gibi davranır.

5. Sonsuz Düzlemsel Nötron Kaynağı ve Sonlu Kalınlığı Haiz Yapışık İki Ortam İçin Difüzyon Denkleminin Çözümü. — Şimdi $x=0$ apsisini haiz sonsuz düzlemsel bir nötron kaynağı ve bunlardan itibâren h ve $H'-h$ kalınlıklarını haiz yanyana konmuş, farklı nükleer vasıflara sâhip iki ortam düşünelim. (Bk. Şekil: VIII.5). Nötron kaynağının bu ortamlara yolladığı nötron adedi gene cm^2 ve sâniye başına K olsun. Problemin, bu şartlar altında, tek boyutlu bir problem olduğu âşikârdır. Ortamların boşlukla çevrili olduğunu farzetmekteyiz. Sisteme tekabül eden uzatılmış kalınlık da

$$H = H' + 0{,}7104\,\lambda_{tr}$$

olacaktır.



Şekil: VIII . 5. Değişik nükleer vasıfları haiz yapışık tek boyutlu iki ortamda, sonsuz düzlemsel nötron kaynağının doğurduğu nötron akıları.

Bu ortamlara sırasıyla 1 ve 2 indislerini verecek ve, kezâ bunlara ait büyüklükleri de bu indislerle tefrik edecek olursak problemimizin çözümü, herbir ortamda nötron akısının tâbî olacağı

$$\left.\begin{aligned} \frac{d^2\phi_1}{dx^2} - \varkappa_1^2\phi_1 = 0 \\ \frac{d^2\phi_2}{dx^2} - \varkappa_2^2\phi_2 = 0 \end{aligned}\right\} \qquad \text{(VIII.5.1)}$$

denklemlerinin çözülmesine bağlı olacaktır. Bu denklemlerin genel çözümlerinin

$$\left.\begin{aligned} \phi_1(x) = a_1 \exp(-\varkappa_1 x) + b_1 \exp(\varkappa_1 x) \\ \phi_2(x) = a_2 \exp(-\varkappa_2 x) + b_2 \exp(\varkappa_2 x) \end{aligned}\right\} \qquad \text{(VIII.5.2)}$$

olduğu mâlûmdur. Ancak fizikî bir çözüm elde edebilmek için bu denklemlerdeki 4 integrasyon sâbitinin problemin kaynak ve sınır şartları vâsıtasıyla tâyin edilmesi gerekmektedir. Bu şartların, VII. ders daimâ hatırda tutularak, şunlar olduklarını görmek kolaydır:

1) *Kaynak şartı:* $\lim_{x \to 0} J_1(x) = K$

2) *Sınır şartları:* a) $\phi_1(h) = \phi_2(h)$

b) $J_1(h) = J_2(h)$

c) $\phi_2(H) = 0$

Kolayca görüleceği üzere bu 4 şart a_1, a_2, b_1, b_2 cinsinden 4 adet lineer cebirsel denklemden müteşekkil, ve homogen olmayan bir denklem sistemi teşkil ederler. Bu sistemin çözülmesi bize açık olarak a_1, a_2, b_1 ve b_2 nin değerlerini verir ki bunların (VIII . 5 . 2) denklemlerine ikâmesiyle problemimiz de çözülmüş olur.

6. Sonlu Bir Difüzleyici Ortamda Nötron Difüzyonu. — Şimdiye kadar basit nötron difüzyonu denklemini hep, ya sonsuz, ya da sonlu bir tek boyutlu haiz ortamlar için çözdük. Bu kısımda ise, uzatılmış (ekstapole) uzunlukları da ihtivâ etmek şartıyla, boyutları a, b, c olan ve yüzeylerinden birinin ortasında noktasal bir nötron kaynağını haiz bir paralelyüzlü içindeki nötron difüzyonunu incelemek istiyoruz. Bu nötron kaynağının gene saniye başına ortam içinde K adet nötron göndermekte olduğunu farzediyoruz.

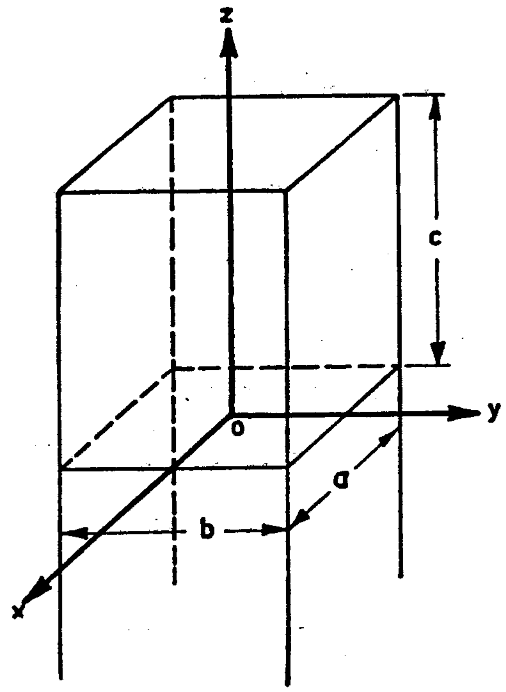
Meseleyi kolaylaştırmak için koordinat eksenlerinin başlangıç noktasını kaynağın bulunduğu nokta olarak seçelim (Bk. Şekil: VIII . 6). Nötronlar bu difüzleyici ortamda

$$\nabla^2 \phi(x, y, z) - \varkappa^2 \phi(x, y, z) = 0$$

difüzyon denklemine uygun olarak dağılacaklardır. Seçmiş olduğumuz dik kartezyen referans sistemi dolayısıyla bu denklem:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} - \varkappa^2 \phi = 0 \qquad \text{(VIII.6.1)}$$

şekline girer. Bu denklemin çözümünün tahkik etmesi gereken fizikî şartlar şöyle sıralanabilir:



Şekil: VIII . 6

1) *Kaynak şartı:* Orijindeki noktasal kaynak ortama saniye başına K adet nötron yollamaktadır

2) *Fizikî anlam şartı:* $\phi(x, y, z)$ nötron akısı ortamın hiçbir noktasında sonsuz veyâ negatif olamaz.

3) *Simetri şartı:* Nötron kaynağı ortamın tabanının simetri merkezinde bulunduğundan $\phi(x, y, z)$ nötron akısı gerek x ve gerekse y ekseni boyunca z eksenini simetri ekseni olarak kabul edecektir. Bundan başka, nötron akısının, sınıra gidildiğinde gitgide azaldığı göz önünde tutulacak olursa $\phi(x, y, z)$ nin z ekseni üzerinde maksimum olacağı derhâl anlaşılır; dolayısıyla:

$$\left.\begin{aligned} \left(\frac{\partial \phi}{\partial x}\right)_{x=0} &= 0 \\ \left(\frac{\partial \phi}{\partial y}\right)_{y=0} &= 0 \end{aligned}\right\} \qquad \text{(VIII.6.2)}$$

olmalıdır:

4) *Sınır şartları*:

$$\left.\begin{aligned} &\phi\left(\pm\frac{a}{2}, y, z\right) = 0 \\ &\phi\left(x, \pm\frac{b}{2}, z\right) = 0 \\ &\phi(x, y, c) = 0 \end{aligned}\right\} \qquad \text{(VIII.6.3)}$$

(VIII . 6 . 1) difüzyon denklemini çözebilmek için *«değişkenlere ayrışım metodu»* tatbik edilir. Buna göre

$$\phi(x, y, z) = X(x) \cdot Y(y) \cdot Z(z) \qquad \text{(VIII.6.4)}$$

vazedilir. Bu, (VIII . 6 . 1) e yerleştirildiğinde

$$\frac{1}{X}\frac{d^2X}{dx^2} + \frac{1}{Y}\frac{d^2Y}{dy^2} + \frac{1}{Z}\frac{d^2Z}{dz^2} = x^2 \qquad \text{(VIII.6.5)}$$

bulunur. Bu ifâdenin sol yanı, herbiri birer müstakil değişkenin fonksiyonu olan ifâdelerin toplamı, sağ tarafı ise sâdece bir sâbitten ibârettir. Bu ifâdenin cârî olabilmesi için sol yandaki terimlerinin muhakkak birer sâbite eşit olmaları lâzımdır; aksi hâlde x, y, z arasında cebrik veyâ transandant bir bağıntı mevcûdolur ve bu da x, y, z nin bağımsız değişkenler olması keyfiyetiyle çelişik olurdu. Şu hâlde:

$$\left.\begin{aligned} &\frac{1}{X}\frac{d^2X}{dx^2} = -\alpha^2 \\ &\frac{1}{Y}\frac{d^2Y}{dy^2} = -\beta^2 \\ &\frac{1}{Z}\frac{d^2Z}{dz^2} = \gamma^2 \end{aligned}\right\} \qquad \text{(VIII.6.6)}$$

olmalıdır. Buna göre (VIII . 6 . 5) de gözönüne alınırsa

$$-\alpha^2 - \beta^2 + \gamma^2 = x^2 \qquad \text{(VIII.6.7)}$$

olması lâzım geldiği görülür. İleride $X(x)$, $Y(y)$ ve $Z(z)$ nin ifâdelerini tesis ettiğimiz zaman α^2 ve β^2 nin niçin negatif ve γ^2 nin pozitif olmaları lâzım geldiği kendiliğinden anlaşılacaktır. Filhakika α^2 veyâ β^2 nin işâretinin pozitif veyâ γ^2 ninkinin negatif olmasının problemimizin simetri şartını ihlâl edeceği görülecektir.

(VIII . 6 . 6) denklemlerine tekabül eden genel çözümler:

$$\left.\begin{aligned} X(x) &= A_1 \cos \alpha x + C_1 \sin \alpha x \\ Y(y) &= A_2 \cos \beta y + C_2 \sin \beta y \\ Z(z) &= A_3 \exp(-\gamma z) + C_3 \exp(\gamma z) \end{aligned}\right\} \qquad \text{(VIII.6.8)}$$

Simetri şartlarından dolayı $C_1 = C_2 = 0$ olduğu derhâl tahkik olunur. Bunun akabinde (VIII . 6 . 8) e sınır şartlarının tatbiki de m ve n keyfî sayılar olmak üzere

$$X\left(\pm \frac{a}{2}\right) = 0 \longrightarrow \alpha = \frac{(2m+1)\pi}{a}$$

$$Y\left(\pm \frac{b}{2}\right) = 0 \longrightarrow \beta = \frac{(2n+1)\pi}{b}$$

ve kezâ

$$C_3 = -A_3 \exp(-2\gamma c)$$

verir. Böylece

$$\begin{aligned} X_m(x) &= A_1 \cos \frac{(2m+1)\pi x}{a} \\ Y_n(y) &= A_2 \cos \frac{(2n+1)\pi y}{b} \qquad \text{(VIII.6.9)} \\ Z\ (z) &= A_3 \exp(-\gamma z) \left\{ 1 - \exp[-2\gamma(c-z] \right\} \end{aligned}$$

olur.

α ve β nın açık ifâdelerini (VIII . 6 . 7) ye taşıyacak olursak γ^2 yi m ve n nin fonksiyonu olarak

$$\gamma^2_{mn} = \varkappa^2 + \left[\frac{(2m+1)\pi}{a}\right]^2 + \left[\frac{(2n+1)\pi}{b}\right]^2 \qquad \text{(VIII.6.10)}$$

şeklinde tâyin etmiş oluruz.

Buna göre her γ^2_{mn} ye tekabül eden $Z_{mn}(z)$ de

$$Z_{mn}(z) = A_3 \exp(-\gamma_{mn} z)\left\{1 - \exp[-2\gamma_{mn}(c-z)]\right\} \qquad \text{(VIII.6.11)}$$

olur. Şu hâlde

$$\phi_{mn}(x, y, z) = X_m(x)\, Y_n(y)\, Z_{mn}(z) \qquad \text{(VIII.6.12)}$$

ifâdesi, m ve n indisleri hangi değeri alırlarsa alsınlar, (VIII . 6 . 1) denkleminin özel bir çözümünü teşkil edecektir. Buna göre (VIII . 6 . 1) in ∞^1 adet özel çözümü var demektir. Buna binâen de bu denklemin genel çözümü, A_{mn} ile bir takım katsayılar göstermek üzere:

$$\phi(x, y, z) = \sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty} A_{mn}\phi_{mn}(x, y, z) = \sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty} A_{mn} X_m(x) Y_n(y) Z_{mn}(z)$$

$$= \sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty} A_{mn} \cos\frac{(2m+1)\pi x}{a} \cos\frac{(2n+1)\pi y}{b} \times$$

$$\times \exp(-\gamma_{mn} z)\left\{1 - \exp[-2\gamma_{mn}(c-z)]\right\} \qquad \text{(VIII.6.13)}$$

ifâdesiyle verilecektir.

m ve n nin muayyen birer değeri için toplam işâretinin içindeki ifâdenin aldığı şekle difüzleyici ortamdaki nötron dağılımının (m, n) modu adı verilir. Görüldüğü üzere esas nötron akısı ∞^2 modun toplamı şeklinde ortaya çıkmaktadır.

Nötron akısının nihaî ifâdesini tesis edebilmek için yapılacak son iş buradaki A_{mn} sâbit katsayılarının tâyinidir. Bunun için kaynak şartından faydalanacağız. Yalnız bunun için ithâl edeceğimiz lûzumlu yeni birkaç matematik kavram üzerinde durmamız gerekmektedir.

Bu kavramlardan biri $\delta(x-x_0)$ DİRAC fonksiyonudur. $\delta(x-x_0)$, $x \neq x_0$ olan her yerde sıfır ve

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x-x_0)\,dx = 1$$

olacak şekilde $x=x_0$ daki değeri sonsuz olmak üzere târif edilmiş bir fonksiyondur. Bunun en mütemâyiz vasfı, $f(x)$ muayyen bir $\mathcal{B}$ bölgesinde târif edilmiş bir fonksiyon ve $x_0 \in \mathcal{B}$ olduğunda

$$\int_{\mathcal{B}} f(x)\,\delta(x-x_0)dx = f(x_0)$$

olmasıdır. Hassaten $x_0=0$ alınacak olursa bu son ifâdenin

$$\int_{\mathcal{B}} f(x)\,\delta(x)dx = f(0)$$

olacağı âşikârdır.

Benzer şekilde $\delta(x-x_0,\ y-y_0)$ gibi iki değişkene veyâ tamâmen genel bir şekilde lâlettâyin sayıda değişkene tâbî olan DİRAC fonksiyonları târif edilir. Bunların özellikleri ve târifleri $\delta(x-x_0)$ için verdiklerimizin genelleştirilmiş hâlleridir. Meselâ $f(x,\ y)$ bir $\mathcal{B}$ bölgesinde târif edilmiş bir fonksiyon ve $(0{,}0) \in \mathcal{B}$ ise

$$\int_{\mathcal{B}} f(x,y)\,\delta(x,y)\,dxdy = f(0,0)$$

olacaktır.

İthâl edeceğimiz ikinci önemli matematik kavram da **dik (ortogonâl)** *fonksiyon ailesi* kavramıdır. Dik fonksiyon ailesi diye öyle bir $\left\{ f_m(\vec{r}) \right\}$ fonksiyon ailesine denir ki $f_m(\vec{r})$ ve $f_n(\vec{r})$ bu aileye ait iki fonksiyon olmak üzere bunların $\mathcal{B}$ târif bölgelerinde

$$\int_{\mathcal{B}} f_m(\vec{r}) f_n(\vec{r})\,d\vec{r} = \begin{cases} 0 & \text{eğer } m \neq n \text{ ise} \\ C = \text{sâbit} & \text{eğer } m=n \text{ ise} \end{cases}$$

olsun. Hususiyle C = 1 ise $\left\{ f_m(\vec{r}) \right\}$ fonksiyon ailesine *ortonormâl fonksiyon ailesi* adı verilir. Meselâ $\left\{ \cos \frac{(2m+1)\pi x}{a} \right\}$ fonksiyon ailesi $-\frac{a}{2} \leq x \leq +\frac{a}{2}$ bölgesinde dik (ortogonâl) bir fonksiyon ailesi meydana getirir. Filhakika

$$\int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \cos \frac{(2m+1)\pi x}{a} \cos \frac{(2k+1)\pi x}{a} \, dx = \begin{cases} 0 & \text{eğer } m \neq k \text{ ise} \\ \frac{a}{2} & \text{eğer } m = k \text{ ise} \end{cases}$$

bulunur. Keza

$$\left\{ \cos \frac{(2m+1)\pi x}{a} \cos \frac{(2n+1)\pi y}{b} \right\}$$

fonksiyon ailesi de

$$\left(-\frac{a}{2} \leq x \leq +\frac{a}{2} \, ; \, -\frac{b}{2} \leq y \leq +\frac{b}{2} \right)$$

bölgesinde dik bir fonksiyon ailesi meydana getirir zirâ:

$$\int_{-\frac{a}{2}}^{+\frac{a}{2}} \int_{-\frac{b}{2}}^{+\frac{b}{2}} \cos \frac{(2m+1)\pi x}{a} \cos \frac{(2n+1)\pi y}{b} \cos \frac{(2n+1)\pi x}{a} \cos \frac{(2l+1)\pi y}{b} dx dy =$$

$$= \begin{cases} 0 & \text{eğer } m \neq k \text{ veyâ } n \neq l \text{ ise} \\ \frac{ab}{4} & \text{eğer } m = k, \text{ ve } n = l \text{ ise} \end{cases}$$

bağıntıları cârîdir.

Dik fonksiyonların en önemli faydaları, kendi târif bölgelerinde târif edilmiş herhangi bir $g(\vec{r})$ fonksiyonunun kendileri cinsinden bir açılımını, yâni $g(\vec{r})$ nin bu dik fonksiyonların lineer bir kombinezonu şeklinde ifâde edilebilmesini mümkün kılmalarıdır. Filhakika $\mathcal{B}$ bölgesinde târif edilmiş $\left\{f_m(\vec{r})\right\}$ diye bir dik fonksiyon ailesi ve bir de $g(\vec{r})$ fonksiyonu olduğunda, $g(\vec{r})$ yi $\mathcal{B}$ de $f_m(\vec{r})$ ler cinsinden bir seriye açmak demek a_m ler belirli katsayılar olduklarında

$$g(\vec{r}) = \sum_{m=0}^{\infty} a_m f_m(\vec{r}) \tag{VIII.6.14}$$

yazabilmek demektir. $f_m(\vec{r})$ ler belli olduklarından eğer a_m leri hesaplayacak bir usûl bulursak (VIII . 6 . 14) ü bihakkın yazabiliriz demektir.

Şimdi (VIII . 6 . 14) ü her iki yanından $f_n(\vec{r})$ ile çarpıp $\mathcal{B}$ târif bölgesi üzerinden integrâl alalım:

$$\int_{\mathcal{B}} g(\vec{r})\, f_n(\vec{r}) d\vec{r} = \int_{\mathcal{B}} \sum_{m=0}^{\infty} a_m f_m(\vec{r})\, f_n(\vec{r})\, d\vec{r} = \int_{\mathcal{B}} a_n f_n(\vec{r})\, f_n(\vec{r})\, d\vec{r} = a_n \mathrm{C}$$

Yâni:

$$a_n = \frac{1}{\mathrm{C}} \int_{\mathcal{B}} g(\vec{r})\, f_n(\vec{r}) d\vec{r} \tag{VIII.6.15}$$

bulunur. Katsayılar böylece tesbit edilince bahis konusu seriye açılım da tek bir şekilde tâyin edilmiş olur.

Şimdi biz, difüzleyici ortamımıza ve bilhassa bunun tabanının simetri merkezinde bulunan noktasal nötron kaynağına avdet edelim. Kaynak terimini doğrudan doğruya bir seriye açmağa kalkarsak bunun imkânsız olacağı âşikârdır. Zirâ K gibi bir sâbitin seriye açılımı gene K gibi bir sâbit verir. Bu mahzuru ortadan kaldırmak için K yı $\delta(x, y)$ DİRAC fonksiyonu ile çarpalım. Filhakika

$$\int_{-\frac{a}{2}}^{+\frac{a}{2}} \int_{-\frac{b}{2}}^{+\frac{b}{2}} \mathrm{K} . \delta(x, y)\, dx dy = \mathrm{K}$$

dır. Üstelik $\mathrm{K} . \delta(x, y)$ seriye de açılabilir; filhakika

$$\left(-\frac{a}{2} \leq x \leq +\frac{a}{2}\,;\,-\frac{b}{2} \leq y \leq +\frac{b}{2}\right)$$

bölgesinde dik bir fonksiyon ailesi meydana getiren

$$\left\{\cos\frac{(2m+1)\pi x}{a}\cos\frac{(2n+1)\pi y}{b}\right\}$$

fonksiyon ailesini göz önüne alalım:

$$\mathrm{K}\cdot\delta(x,y)=\sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty}\mathrm{K}_{mn}\cos\frac{(2m+1)\pi x}{a}\cos\frac{(2n+1)\pi y}{b} \qquad \text{(VIII.6.16)}$$

yazılabilir ve bu açılımdaki K_{mn} katsayılarının (VIII . 6 . 15) e binaen

$$\mathrm{K}_{mn}=\frac{4\mathrm{K}}{ab} \qquad \text{(VIII.6.17)}$$

oldukları kolayca tesbit edilir.

Şimdi kaynak şartını göz önüne alacak olursak onu şu türlü ifâde edebiliriz:

$z=0$ düzlemini (kaynağın bulunduğu düzlemi) kateden (m, n). moddaki nötronların akım şiddeti aynı modda kaynak tarafından üretilen nötronların sayısına eşit olacaktır, yani:

$$\lim_{z\to 0}\mathrm{J}_{mn}(z)=\lim_{z\to 0}\left(-\mathrm{D}\frac{\partial\phi_{mn}}{dz}\right)=\frac{4\mathrm{K}}{ab}\cos\frac{(2m+1)\pi x}{a}\cos\frac{(2n+1)\pi y}{b}$$

Buradan, (VIII . 6 . 13) ün yardımıyla

$$\lim_{z\to 0}\mathrm{D}\mathrm{A}_{mn}\gamma_{mn}\exp(-\gamma_{mn}z)\cos\frac{(2m+1)\pi x}{a}\cos\frac{(2n+1)\pi y}{b}\times$$

$$\times\left\{1+\exp[-2\gamma_{mn}(c-z)]\right\}=\frac{4\mathrm{K}}{ab}\cos\frac{(2n+1)\pi x}{a}\cos\frac{(2n+1)\pi y}{b}$$

ve nihayet:

$$\mathrm{A}_{mn}=\frac{4\mathrm{K}}{ab\cdot\mathrm{D}\gamma_{mn}[1+\exp(-2\gamma_{mn}c)]} \qquad \text{(VIII.6.18)}$$

bulunur. Böylece:

$$\phi(x, y, z) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{4K}{abD\gamma_{mn}[1+\exp(-2\gamma_{mn}c)]} \times$$

$$\times \cos\frac{(2m+1)\pi x}{a} \cos\frac{(2n+1)\pi y}{b} \cdot \exp(-\gamma_{mn}z) \left\{1 - \exp[-2\gamma_{mn}(c-z)]\right\}$$

(VIII.6.19)

olur.

$\phi(x, y, z)$ nötron akısı görüldüğü üzere ∞^2 modun bileşkesidir. Ancak şurasına da işâret etmek gerekir ki, (VIII . 6 . 19) dan da anlaşıldığı veçhile, her mod muayyen bir $1/\gamma_{mn}$ rölâksasyon uzunluğuyla sönmektedir. (VIII . 6 . 10) dan da kolayca görülebileceği gibi m ve n arttıkça γ_{mn} de artmakta ve tekâbül eden mod da esas (0,0) moduna nisbetle o kadar sür'atli sönmektedir. Nötron kaynağından epeyi uzak bir mesafede $\phi(x, y, z)$ nötron akısının, böylece, sarih bir şekilde, sâdece esas (0,0) modu tarafından temsil edilebileceğini görmüş olmaktayız. Burada, göz önüne alınan difüzleyici ortamın c yüksekliği kâfî derecede büyük olduğu takdirde (VIII . 6 . 20) ifâdesinin,

$$\phi(x, y, z) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{4K}{abD\gamma_{mn}} \cos\frac{(2n+1)\pi x}{a} \cos\frac{(2n+1)\pi y}{b} \exp(-\gamma_{mn} z)$$

ye ircâ olunabileceğine de işaret edelim.

ALIŞTIRMALAR:

1. 5. paragraftaki ortam için nötron akılarının nihaî ifâdelerini bilfiil hesaplayınız.

2. 6. paragraftaki problemi kaynağın ortamın simetri merkezinde olması hâlinde çözünüz.

3. Sonsuz bir ortamda, cm ve saniye başına eşyönlü bir şekilde K adet nötron neşreden, sonsuz uzun bir doğru şeklindeki bir nötron kaynağının doğurduğu nötron akısını hesaplayınız.

4. H kalınlığındaki tek boyutlu bir ortamda $K(x) = K\cos\frac{\pi x}{H}$ şek-

lindeki düzlem bir eşyönlü nötron kaynağının doğurduğu nötron akısını tâyin ediniz.

5. Çoğaltkan olmayan sonsuz bir ortamda $\vec{r}_i$ noktasındaki K_i şiddetini haiz bir kaynağın bir $\vec{r}$ noktasında doğurduğu kararlı nötron akısı ile verilir. [Formül: (VIII . 2 . 5) ile karşılaştırınız].

$$\phi_i(r) = \frac{K_i \exp(-|\vec{r}-\vec{r}_i|/L)}{4\pi D\,|\vec{r}-\vec{r}_i|}$$

(a) $i=1$ ve 2 için iki ayrı nötron kaynağının $\vec{r}$ noktasında doğurdukları kararlı nötron akısının ifâdesini tesis ediniz ve bulduğunuz sonucu açıklayınız.

(b) Aynı şeyi $i=1, 2, 3 ......$, n olmak üzere n adet münferit kaynak için yapınız.

(c) Nötron kaynakları ortamda $K(x)$ gibi sürekli bir dağılımı haizlerse $\vec{r}$ noktasındaki $\phi(\vec{r})$ nötron akısını veren ve (b) şıkkının sürekli hâle bir teşmili olan formülü tesis ediniz.

6. Çoğaltkan olmayan sonsuz bir ortamdaki sonsuz doğrusal bir nötron kaynağının ρ kadar uzakta tevlîdettiği nötron akısı, S ile kaynak şiddetini göstererek

$$\phi(\rho) = \frac{S \cdot K_0(\rho/L)}{2\pi D}$$

ile verildiğine göre (Bk. Alıştırma: VIII . 1), kaynak nötronları uzayda sürekli bir dağılımı haizseler ρ noktasındaki nötron akısının ifâdesini tesis ediniz. [$K_0(x)$ fonksiyonu için EK: III e bakınız].

IX. DERS

Nötronların Çoğaltkan Ortamlardaki Difüzyonu

Maddesel akıbüküm - Eşitenerjili nötronlar için zamana bağlı difüzyon denkleminin çözümü - Geometrik akıbüküm - Maddesel ve geometrik akıbükümler ve bunlarla ortamın reaktifliği arasındaki bağıntılar - Kritiklik denklemi - Difüzyon denkleminin muhtelif geometrilerde çözümleri - Nötronların sonlu ortamdan dışarı sızmamaları ihtimâli - Zamana bağlı nötron akısı için sınır şartı.

1. Difüzyon Denklemindeki Kaynak Terimi ve «Maddesel Akıbüküm» Kavramı. — Geçen derste nötronların sâdece difüzleyici ve absorplayıcı ortamlardaki yayılmalarını incelemiştik. Bu derste nötronların çoğaltkan ortamlardaki difüzyonuna bir giriş yapacağız.

Bir ortamın çoğaltkan olması demek, bu ortamda nötronların üretilmekte olması demektir. Buna göre (VI.2.6) difüzyon denkleminde $K(\vec{r}, t) > 0$ olacaktır. Meseleyi basitleştirmek için önce ϕ nötron akısının zamana tâbî olmadığı hâlleri, yâni nötron akısının kararlı (stasyoner) bulunduğu hâlleri göz önünde tutalım. Bu gibi hâllerin, ortamda fisyon nötronlarından maadâ herhangi başka bir nötron kaynağı bulunmadığı takdirde, çoğaltkan ortamın kritik durumuna tekâbül ettiğini IV. dersten bilmekteyiz. Bu ise, daha açık olarak, çoğaltkan ortamda absorplanma veyâ ortamdan dışarı sızma yoluyla ortam için kaybolmuş olan her nötronun yerini bir fisyon nötronunun alması, yâni ortamdaki nötron sayısının sâbit kalması demektir. Bu şartlar altında (VI.2.6) denklemi

$$D\nabla^2 \phi(\vec{r}) - \Sigma_a \phi(\vec{r}) + K(\vec{r}) = 0 \qquad \text{(IX.1.1)}$$

şekline müncer olur.

İlk amacımız kaynak nötronlarının sâdece ânî fisyon nötronları olduğunu kabul ederek $K(\vec{r})$ kaynak terimini tâyin etmektir. Şu hâlde, çoğaltkan ortamda yabancı nötron kaynaklarının bulunmadığını ve gecikmiş nötronların da ihmâl edilebilir olduklarını kabul etmiş oluyoruz.

Mâlûm olduğu üzere $\vec{r}$ noktasını çevreleyen 1 cm^3 lük bir hacım içinde 1 saniyede absorplanan ılık nötronların sayısı $\Sigma_a\phi(\vec{r})$ ile verilir. Bu $\Sigma_a\phi(\vec{r})$ adet absorplanmış ılık nötronun, doğumlarına sebep olduğu yeni ılık nötronların sayısı, k_∞ ile çoğalma çarpanını göstererek,

$$k_\infty \Sigma_a \phi(\vec{r}) \qquad \text{(IX.1.2)}$$

olur. Bu ifâde, 1 cm^3 de 1 saniyede üreyen ılık nötronların sayısını göstermesi hasebiyle doğrudan doğruya $K(\vec{r})$ kaynak terimini teşkil eder. Yalnız şurasına işâret edelim ki absorplanan $\Sigma_a\phi(\vec{r})$ ılık nötronun $k_\infty\Sigma_a\phi(\vec{r})$ adet yeni ılık nötron vermesi ânî değil, fakat belirli bir süre içinde vuku bulmaktadır, zirâ absorplanan ılık nötronlar önce hızlı nötronları doğururlar ve bu sonuncular da ancak yavaşlatıcının çekirdekleriyle yaptıkları çarpışmalar neticesinde ılıklaşabilirler, ve gâyet tabiî bu ameliye de zamana mütevakkıftır.

Şu hâlde biz bir taraftan difüzyon denkleminin zamana tâbî olmadığını ve diğer taraftan da nötron kaynağı teriminin $k_\infty\Sigma_a\phi(\vec{r})$ ile verildiğini kabul etmek suretiyle, esâsında nötronların yavaşlama işleminin ânî vuku bulmakta olduğunu da zımmen ifâde etmiş olmaktayız. İleride *FERMİ' nin çağ teorisini* incelerken nötronların sürekli bir şekilde, ve *çok enerji guruplu nötron difüzyonu teorisini* incelerken de nötronların kademe kademe, münferit enerji fasılalarıyla yavaşladıklarını farzedeceğiz.

(IX . 1 . 1) difüzyon denklemi, (IX . 1 . 2) kaynak terimini de göz önünde tutmak ve

$$B^2_m = \frac{(k_\infty - 1)\Sigma_a}{D} = \frac{k_\infty - 1}{L^2} \qquad \text{(IX.1.3)}$$

vazetmek suretiyle,

$$\nabla^2 \phi(\vec{r}) + B_m{}^2 \phi(\vec{r}) = 0 \qquad \text{(IX.1.4)}$$

şekline girer. Matematik-fizikte bu tip bir denkleme HELMHOLTZ tipi diferansiyel denklem denir.

Nötronların difüzyon teorisinde $B_m{}^2$ ye **«maddesel akıbüküm»** adı verilir. Bu isimlendirme

$$-\frac{\nabla^2 \phi(\vec{r})}{\phi(\vec{r})} = B_m{}^2$$

büyüklüğünün ortamın bir $\vec{r}$ noktasındaki nötron akısının bükümü (eğriliği) için bir ölçü teşkil etmesinden ileri gelmektedir. Diğer taraftan maddesel akıbükümün sâdece, çoğaltkan ortamın nötron çoğaltma, absorplama ve difüzleme kabiliyetlerine, yâni k_∞, Σ_a ve D ye tâbî olduğuna da işâret edelim.

2. **Sonlu Ortamlarda Zamana Bağlı Nötron Akısı ve «Geometrik Akıbüküm» Kavramı.** — Şimdi çoğaltkan bir ortamda nötron akısının zamanla değiştiğini farzedelim. Bu hâle tekabül eden difüzyon denklemi

$$D\nabla^2 \phi(\vec{r}, t) - \Sigma_a \phi(\vec{r}, t) + k_\infty \Sigma_a \phi(\vec{r}, t) = \frac{1}{v} \frac{\partial \phi(\vec{r}, t)}{\partial t} \qquad \text{(IX.2.1)}$$

veyâ, bir taraftan (IX . 1 . 3) ile verilen maddesel akıbüküm târifini göz önünde tutarak, ve diğer taraftan da

$$l^* = \frac{1}{v\Sigma_a}$$

nötronların çoğaltkan ortamdaki ömürleri olmak üzere

$$\frac{1}{vD} = \frac{\Sigma_a}{D} \cdot \frac{1}{v\Sigma_a} = \frac{l^*}{L^2}$$

olduğuna dikkat ederek:

$$\nabla^2 \phi(\vec{r}, t) + B_m{}^2 \phi(\vec{r}, t) = \frac{l^*}{L^2} \frac{\partial \phi(\vec{r}, t)}{\partial t} \qquad \text{(IX.2.2)}$$

şeklini alır. Bu denklemi çözmek için *değişkenlere ayrışım metodunu* tatbik edelim ve bunun için de

$$\phi(\vec{r}, t) = R(\vec{r}) \cdot T(t) \qquad \text{(IX.2.3)}$$

vazedelim. Bu takdirde (IX . 2 . 2)

$$\frac{\nabla^2 R(\vec{r})}{R(\vec{r})} + B_m^2 = \frac{l^*}{L^2} \frac{1}{T(t)} \frac{d\,T(t)}{dt}$$

şekline girer. Bu eşitliğin bir yanı sâdece $\vec{r}$ nin, diğer yanı ise sâdece t nin fonksiyonudur. Şu hâlde her iki taraf arasında eşitliğin vuku bulması ancak bunların değerlerinin β^2 gibi bir sâbite eşit olmasıyla mümkün olabilir. Bu şart bize:

$$\left.\begin{aligned} &\nabla^2 R(\vec{r}) + (B_m^2 - \beta^2)\, R(\vec{r}) = 0 \\ &\frac{d\,T(t)}{T(t)} = \beta^2 \frac{L^2}{l^*}\, dt \end{aligned}\right\} \qquad \text{(IX.2.4)}$$

denklemini verir. Bunlardan birinci denklem lâplâsyen operatörünün özdeğer probleminin formülâsyonundan başka birşey değildir. Buradaki $-(B^2_m - \beta^2)$, lâplâsyenin özdeğerini temsil etmektedir. Şimdi kısaca

$$\beta^2 = B_m^2 - B_g^2$$

vaz'edelim. Böylece:

$$B_m^2 - \beta^2 = B_g^2 \qquad \text{(IX.2.5)}$$

olur.

Öte yandan lineer operatörler teorisinde lâplâsyen operatörünün $B^2_{g,k}$ ($k = 0, 1, 2, \ldots\ldots$) diye, herbiri problemin sınır şartlarıyla belirlenen sonsuz tâne özdeğeri haiz olduğu ispatlanır. Buna binâen (IX . 2 . 4) denklemleri

$$\left.\begin{aligned} &\nabla^2 R_k(\vec{r}, B^2_{g,k}) + B^2_{g,k} R_k(\vec{r}, B^2_{g,k}) = 0 \\ &\frac{d\,T_k(t)}{T_k(t)} = \frac{L^2 (B^2_m - B^2_{g,k})}{l^*} dt \\ &(k = 0, 1, 2, 3, \ldots\ldots) \end{aligned}\right\} \tag{IX.2.6}$$

şekillerini alırlar. Muayyen bir k indisi için

$$\begin{aligned} \phi_k(\vec{r},t) &= R_k(\vec{r},B^2_{g,k})\, T_k(t,B^2_{g,k}) \\ &= R_k(\vec{r},B^2_{g,k}) \cdot \exp\left[\frac{L^2(B^2_m - B^2_{g,k})}{l^*}\, t\right] \end{aligned} \tag{IX.2.7}$$

bulunur. Öte yandan (IX . 2 . 2) denklemi lineer olduğundan her k değerine tekabül eden (IX . 2 . 7) şeklindeki bir çözüm (IX . 2 . 2) nin bir çözümüdür. Buna binâen (IX . 2 . 2) nin genel çözümü (IX . 2 . 7) şeklindeki çözümlerin lineer bir kombinezonu olacaktır. Lineer kombinezon katsayılarını da R_k lara yedirerek

$$\begin{aligned} \phi(\vec{r},t) = R(\vec{r})\, T(t) &= \sum_{k=0}^{\infty} \phi_k(\vec{r},t) = \sum_{k=0}^{\infty} R_k(\vec{r})\, T_k(t) \\ &= \sum_{k=0}^{\infty} R_k(\vec{r},B^2_{g,k}) \cdot \exp\left[\frac{L^2(B^2_m - B^2_{g,k})}{l^*}\, t\right] \end{aligned} \tag{IX.2.8}$$

ifâdesi bulunur. Buradaki $R_k(\vec{r}, B^2_{g,k})$ fonksiyonları gözönüne alınmış olan çoğaltkan ortamın uzatılmış (ekstrapole) uzunluğunda sıfır olan LAPLACE denkleminin $B^2_{g,k}$ özdeğerlerine tekabül eden fonksiyonlarıdır.

Göz önüne alınan çoğaltkan ortamın nükleer vasıfiarına bağlı B^2_m maddesel akıbükümüyle, ortamın sınırlarıyla (yâni boyutları ve şekliyle) belirlenen $B^2_{g,k}$ ler arasında şu üç türlü bağıntıdan biri mevcut olacaktır:

a) B_m^2 *bütün* $B^2_{g,k}$ *($k = 0, 1, 2, \ldots.$) lerin hepsinden küçüktür:* bu takdirde (IX. 2. 8) ifâdesindeki bütün üstel terimlerin argümentleri negatif olur ve $\phi(\vec{r}, t)$ nötron akısı gözönüne alınan ortamda zamanla asimtotik olarak söner, yâni sıfıra gider.

b) B_m^2, *hiç olmazsa bir* $B^2_{g,k}$ *den daha büyüktür ;* bu takdirde $k<l$ için bütün $B^2_{g,k}$ ler B^2_m den küçük ve $k>l$ için de, belki $k=l+1$ için eşitlik hâli ihtimâli hariç, bütün $B^2_{g,k}$ ler B^2_m den büyük olur. Netice itibariyle $k>l$ için üstel ifâdelerin argümentleri pozitif olacağından $\phi(\vec{r}, t)$ nötron akısı göz önüne alınan çoğaltkan ortamda zamanla asimtotik olarak artar.

c) *Ve nihâyet* B_m^2, *lâplâsyen operatörünün özdeğerlerinden en küçük olan* $B^2_{g,0}$ *a eşit olabilir ; bu takdirde de* $k=0$ a tekabül eden üstel terimin argümenti sıfır olur ve

$$\phi(\vec{r}, t)=R_0(\vec{r}, B^2_m)+\sum_{k=1}^{\infty} R_k(\vec{r}, B^2_{g,k})\cdot \exp\left[\frac{L^2(B^2_m-B^2_{g,k})}{l^*}\, t\right] \quad \text{(IX.2.9)}$$

yazılabilir. Fakat öte yandan $k>0$ için daima $B^2_m-B^2_{g,k}<0$ olacağından (IX.2.9) dan

$$\lim_{t\to\infty} \phi(\vec{r},t)=\lim_{t\to\infty}\left\{R_0(\vec{r},B^2_m)+\sum_{k=1}^{\infty} R_k(\vec{r},B^2_{g,k})\times\right.$$

$$\left.\times\exp\left[\frac{L^2(B^2_m-B^2_{g,k})}{l^*}\, t\right]\right\}=R_0(\vec{r},B^2_m) \quad \text{(IX.2.10)}$$

olur.

Yukarıda sıraladığımız her üç ihtimâlden yalnız sonuncusu yâni

$$\boxed{B^2_{g,0}=B^2_m} \quad \text{(IX.2.11)}$$

hâline tekabül edeni (asimtotik olarak) zamana bağlı olmayan bir nötron akısı dağılımı vermektedir. Diğer taraftan, eğer ortam kritikse $\partial\phi/\partial t=0$ olduğunu bilmekteyiz. Şu hâlde

$$\phi(\vec{r})=R_0(\vec{r},B^2_{g,0}=B^2_m) \quad \text{(IX.2.12)}$$

ifâdesi kritik bir ortamda nötron akısının dağılımını gösteren ifâdedir.

Buradan görüldüğü üzere eğer göz önüne alınan ortam **kritik** ise nötron akımının temel modu hariç diğer bütün modlar, l^* ın haiz olduğu çok küçük değer hasebiyle ($l^* \sim 10^{-9} - 10^{-3}$ saniye) çok kısa bir zaman sonra (takriben $2\,l^*$ veyâ $3\,l^*$ saniye sonra) sönmektedirler. Binâenaleyh kritik bir ortamdaki nötron dağılımı $B^2_{g,k}$ ların (B^2_m ye eşit olan) en küçük değeriyle belirlenir. Bu sebeple (IX . 2 . 11) denklemine «**kritiklik denklemi**» adı verilir. Problemin sınır şartlarıyla belirlenen $B^2_{g,k}$ ların en küçük değeri olan $B^2_{g,0}$ a da «**geometrik akıbüküm**» denir. Herhangi bir karışıklık bahis konusu olmadığı takdirde geometrik akıbükümü sâdece B_g^2 ile göstereceğiz. Aşağıdaki paragraflarda B_g^2 nin dilim şeklinde, küresel, silindirik ve paralelyüzlü ortamlar için ifâdelerini tesis edeceğiz ve her bir hâl için geometrik akıbükümün göz önüne alınan ortamın şekline ve boyutlarına nasıl tâbî olduğunu göreceğiz. Böylece (IX . 2 . 11) kritiklik denkleminin önemi âşikârdır. Filhakika muayyen bir çoğaltkan ortam için B_m^2 mâlûmdur; kezâ B_g^2 nin de şekli malûm olur, B_g^2 ortamın boyutlarına bağlıdır. Eğer biz ortamın kritik olmasını istiyorsak, bunun boyutlarını (IX . 2 . 11) i tahkik edecek şekilde seçmeliyiz. Göstermiş bulunuyoruz ki, tersine olarak, ortamın boyutları (IX . 2 . 11) in cârî olabileceği şekilde seçilmişse ortam kritiktir yâni ortamdaki nötron akısının dağılımı zamana tâbî değildir.

Kısacası, (IX . 2 . 11) kritiklik denklemi bize kritik olarak inşâ etmek istediğimiz sonlu yaygınlığı haiz bir çoğaltkan ortamın kritik boyutlarını önceden tesbit etmemizi sağlamaktadır.

Maddesel akıbüküm ile geometrik akıbüküm arasındaki bağıntılar kısaca şöyle özetlenebilirler:

1) $B^2_m > B^2_g$ ise $\lim\limits_{t \to \infty} \phi(\vec{r},t) \to \infty$, ve ortam üstkritiktir.

2) $B^2_m = B^2_g$ ise $\lim\limits_{t \to \infty} \phi(\vec{r},t) \to \phi(\vec{r})$, ve ortam kritiktir.

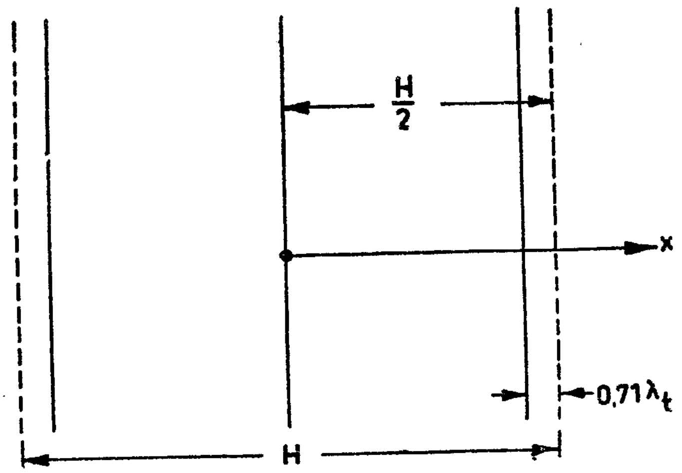
3) $B^2_m < B^2_g$ ise $\lim\limits_{t \to \infty} \phi(\vec{r},t) \to 0$, ve ortam altkritiktir.

3. **Difüzyon Denkleminin Dilim Şeklindeki Bir Kritik Çoğaltkan Ortam için Çözümü.** — x ekseni doğrultusunda H genişliğini haiz dilim şeklinde bir çoğaltkan ortam tasarlayalım ve Şekil: IX . 1 deki gibi bunun

simetri ekseninin, x apsis ekseninin orijininden geçtiğini farzedelim. Bu takdirde (IX . 2 . 2) difüzyon denkleminin

$$\frac{\partial^2\phi(x,t)}{\partial x^2}+B_m^2\phi(x,t)=\frac{l^*}{L^2}\frac{\partial\phi(x,t)}{\partial t} \tag{IX.3.1}$$

şeklini alacağı âşikârdır. 2. bölümdeki metoda göre değişken ayrışımı yapıldıktan sonra $\phi(x, t)$ nin uzay kısmının (IX . 2 . 6) ya binâen



Şekil: IX . 1 Dilim şeklindeki ortam.

$$\frac{d^2R_k(x)}{dx^2}+B^2_{g,k}R_k(x)=0 \tag{IX.3.2}$$

$$(k = 0,\ 1,\ 2,\ldots.)$$

şeklinde denklemlerin çözümleri vâsıtasıyla verildiği görülür. Buradan kolayca

$$R_k(x)=a_k \cos B_{g,k}x+b_k \sin B_{g,k}x \tag{IX.3.3}$$

elde edilir. Sınır şartı dolayısıyla $R_k(x)$ fonksiyonlarının ortamın sınırında yâni $x=\pm H/2$ için sıfır olmaları lâzımdır. Öte yandan nötron akısının ancak sıfır veyâ pozitif değerler alabilmesinden ötürü ortamda $R_k(x)$ ler negatif de olamazlar; şu hâlde ortamda $R_k(x)$ ler uzatılmış (ekstrapole) sınıra doğru sıfıra giden pozitif değerler alacaklardır. Bu ise $R_k(x)$ lerin ortamda bir maksimumu haiz olacaklarını gösterir. Ortamın homogen oluşu hasebiyle bu maksimumun $x=0$ simetri ekseni üzerinde vuku bulacağı bedihîdir.

Buna binâen simetri şartı:

$$\left[\frac{dR_k(x)}{dx}\right]_{x=0}=0$$

yâni

$$b_k=0$$

olmalıdır. Şu hâlde:

$$R_k(x)=a_k \cos B_{g,k}x \tag{IX.3.4}$$

olur. Sınır şartını bu ifâdeye tatbik edecek olursak

$$\cos B_{g,k}\frac{H}{2}=\cos\left(-B_{g,k}\frac{H}{2}\right)=0 \tag{IX.3.5}$$

ve buradan da

$$B_{g,k}\frac{H}{2}=(2k+1)\frac{\pi}{2} \tag{IX.3.6}$$

bulunur. (IX . 3 . 6) dan $B^2_{g,k}$ ler için

$$B^2_{g,k}=\left[(2k+1)\frac{\pi}{H}\right]^2 \tag{IX.3.7}$$

değerleri elde edilir.

Geçen bölümde ortamın kritiklik şartının

$$B^2_{g,0}=B^2_m \tag{IX.2.11}$$

olduğunu ispat etmiştik. Şu hâlde göz önüne almış olduğumuz dilim şeklindeki ortamın kritik olabilmesi için (IX . 2 . 11) ve (IX . 3 . 7) vâsıtasıyla

$$\boxed{\left(\frac{\pi}{H}\right)^2=B^2_m} \tag{IX.3.8}$$

olması lâzım geldiği ve buna tekabül eden uzatılmış (ekstrapole) kritik genişliğin ise

$$H = \frac{\pi}{B_m} \qquad \text{(IX.3.9)}$$

ile verildiği anlaşılmaktadır. Dolayısıyla bu kritik ortamdaki nötron dağılımı da

$$\boxed{\phi(x) = a_0 \cdot \cos \frac{\pi x}{H}} \qquad \text{(IX.3.10)}$$

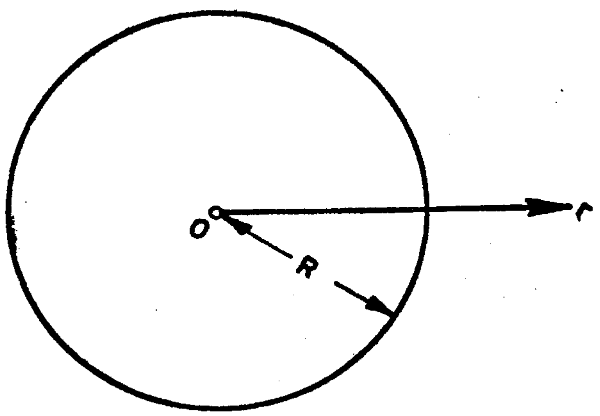
şeklinde olacaktır. Buradaki a_0 ın $x=0$ daki nötron akısını gösterdiği yâni $a_0=\phi(0)$ olduğu kolayca tahkik edilir.

4. **Difüzyon Denkleminin Küresel Bir Kritik Çoğaltkan Ortam İçin Çözümü.** — Küresel bir çoğaltkan ortam için zamana tâbî difüzyon denkleminin şekli

$$\frac{\partial^2\phi(r,t)}{\partial r^2} + \frac{2}{r}\,\frac{\partial\phi(r,t)}{\partial r} + B_m{}^2\phi(r,t) = \frac{l^*}{L^2}\,\frac{\partial\phi(r,t)}{\partial t} \qquad \text{(IX.4.1)}$$

dir.

Göz önüne almış olduğumuz ortamı, her zaman olduğu gibi, zımnen homogen kabul etmemiz ϕ nötron akısının sâdece r merkezî uzaklığına



Şekil: IX.2 Küresel ortam.

tâbî olmasını intâcetmiş bulunmaktadır. Değişken ayrışımı yaptıktan sonra $\phi(r,t)$ nin uzay kısmının

$$\frac{d^2R_k(r)}{dr^2}+\frac{2}{r}\,\frac{dR_k(r)}{dr}+B^2_{g,k}R_k(r)=0 \qquad \text{(IX,4.2)}$$

$$(k=0,\ 1,\ 2,\ldots)$$

a müncer olduğu görülür. Eğer

$$R_k(r)=\frac{f_k(r)}{r} \qquad \text{(IX.4.3)}$$

vazedilecek olursa (IX . 4 . 2) denklemi

$$\frac{d^3f_k(r)}{dr^2}+B^2_{g,k}f_k(r)=0 \qquad \text{(IX.4.4)}$$

a ircâ olunur ki bunun çözümünün

$$f_k(r)=a_k\cos B^2_{g,k}r+b_k\sin B_{g,k}r \qquad \text{(IX.4.5)}$$

olduğu mâlûmdur. Şu hâlde (IX . 4 . 3) vazı dolayısıyla

$$R_k(r)=a_k\,\frac{\cos B_{g,k}r}{r}+b_k\,\frac{\sin B_{g,k}r}{r}$$

olduğu görülür. Nötron akısını verecek olan $R_k(r)$ nin fizikî bir anlamı haiz olması için $a_k\equiv 0$ olması lâzım geldiği bulunur. Buna göre

$$R_k(r)=b_k\,\frac{\sin B_{g,k}r}{r} \qquad \text{(IX.4.6)}$$

ifâdesi elde edilir. Öte yandan ortam kritikse

$$B^2_{g,0}=B^2_m$$

ve

$$\lim_{t\to\infty}\phi(r,t)=R_0(r,B^2_{g,0})$$

olduğundan, kritik bir ortam için

$$\phi(r)=b_0\cdot\frac{\sin B_r r}{r}$$

bulunur. Sınır şartının tatbiki, R ile ortamın yarıçapını göstermek üzere, bize

$$\boxed{B^2_m = B^2_g = \left(\frac{\pi}{R}\right)^2} \tag{IX.4.7}$$

verir. Şu hâlde nötron akısı, $b = \phi(0)$ olduğuna da işâret ederek,

$$\boxed{\phi(r) = \phi(0) \cdot \frac{\sin \frac{\pi r}{R}}{r}} \tag{IX.4,8}$$

şeklinde olacaktır.

5. **Difüzyon Denkleminin Sonlu Yüksekliği Haiz Silindirik Bir Kritik Ortam İçin Çözümü.** — Şimdi uzatılmış H yüksekliğini ve uzatılmış R yarıçapını haiz bir silindirik çoğaltkan ortam tasavvur edelim. Ortamın homogen oluşu ϕ nötron akısının sâde ρ ve z ye tâbî olmasını intâceder ve böylece bir ortam için (IX . 2 . 2) difüzyon denklemi

$$\frac{\partial^2\phi(\rho, z, t)}{\partial\rho^2} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial\phi(\rho, z, t)}{\partial\rho} + \frac{\partial^2\phi(\rho, z, t)}{\partial z^2} + B^2_m\phi(\rho, z, t) =$$

$$= \frac{l^*}{L^2}\frac{\partial\phi(\rho, z, t)}{\partial t} \tag{IX.5.1}$$

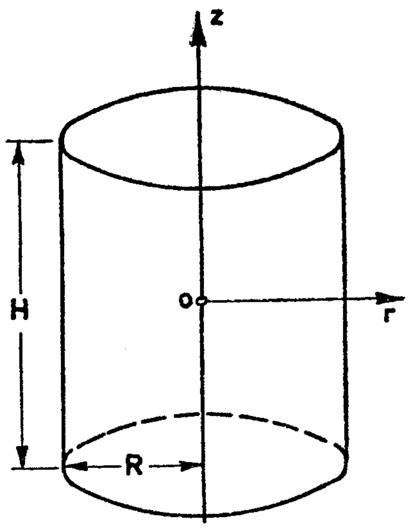
şekline girer. Değişken ayrışımı yaptıktan sonra $\phi(\rho, z, t)$ nötron akısının uzay kısmının

$$Z(z)\frac{d^2R(\rho)}{d\rho^2} + \frac{Z(z)}{\rho}\frac{dR(\rho)}{d\rho} + R(\rho)\frac{d^2Z(z)}{dz^2} + B^2_g R(\rho)Z(z) = 0 \tag{IX.5.2}$$

denklemiyle verildiği görülür. Bu denklemden de gene değişken ayrışımı metoduyla

$$\left.\begin{aligned} &\frac{d^2R(\rho)}{d\rho^2} + \frac{1}{\rho}\frac{\rho R(\rho)}{d\rho} + (B^2_g - \alpha^2)R(\rho) = 0 \\ &\frac{d^2Z(z)}{dz^2} + \alpha^2 Z(z) = 0 \end{aligned}\right\} \tag{IX.5.3}$$

denklemleri çıkarılır. Burada gerek α^2 ve gerekse $B^2_g - \alpha^2$ sınır şartlarıyla tâyin olunacak olan sâbitlerdir. Bu iki denklemden z ye bağlı olanının



Şekil: IX.3 Silindirik ortam.

$$Z_k(z) = a_k \cos \alpha_k z + b_k \sin \alpha_k z \qquad \text{(IX.5.4)}$$

şeklinde çözümleri olduğu ve simetri mülâhazasıyla $b = 0$ olduğu ve sınır şartlarının tatbikiyle de

$$\alpha_k^2 = \left[(2k+1)\frac{\pi}{H}\right]^2 \qquad \text{(IX.5.5)}$$

bağıntısının câri olduğu kolayca görülür.

Denklemlerden $R(\rho)$ ye tâbî olana gelince bu, çok daha genel bir denklem olan

$$\frac{d^2 f}{d\rho^2} + \frac{1}{\rho}\frac{df}{d\rho} + \left(\beta^2 - \frac{\nu^2}{\rho^2}\right) f = 0 \qquad \text{(IX.5.6)}$$

şeklindeki BESSEL denkleminin $\nu = 0$ için özel bir hâlidir. BESSEL denklemi $J_\nu(\beta\rho)$ ve $Y_\nu(\beta\rho)$ ile gösterilen ve sırayla 1. ve 2. cins BESSEL fonksiyonları adını alan iki çeşit müstakil fonksiyon tarafından tatbik edilir. (Bk. EK: III) Dolayısıyla (IX.5.6) nın genel çözümü

$$f(\rho)=A\cdot J_{\nu}(\beta\rho)+C\cdot Y_{\nu}(\beta\rho) \qquad (IX.5.7)$$

şeklindedir.

$$\lim_{\rho\to 0} Y_0(\beta\rho) \longrightarrow -\infty$$

olması hasebiyle, nötron akısının sonlu kalması şartına binâen ve

$$\beta^2=B^2_g-\alpha^2 \qquad (IX.5.8)$$

vazetmek suretiyle, (IX . 5 . 3) denklemlerinden birincisinin çözümü

$$R_l(\rho)=A_l\cdot J_0(\beta_l\rho) \qquad (IX.5.9)$$

ye müncer olur. Bu ifâdelere sınır şartlarının tatbiki, yânî $\rho=R$ için $R_l(R)=0$ olması keyfiyeti, $c_l\,(l=1, 2,\ldots\ldots)$ ile, l indisinin aldığı değerlere göre küçükten büyük değerlere gitmek üzere J_0 ın haiz olduğu sıfırları göstermek suretiyle, bize

$$\beta_l R=c_l$$

veyâ

$$\beta_l=\frac{c_l}{R} \qquad \text{veyâhut da} \qquad \beta_l^2=\left(\frac{c_l}{R}\right)^2 \qquad (IX.5.10)$$

verir. (IX . 5 . 3), (IX . 5 . 8) ve (IX . 5 . 10) a binâen

$$B^2_{g,kl}=\alpha^2_k+\beta_l^2=\left[\frac{(2k+1)\pi}{H}\right]^2+\left(\frac{c_l}{R}\right)^2 \qquad (IX.5.11)$$

bulunur. Buradaki ∞^2 adet $B^2_{g,kl}$ büyüklüğü içinde en küçüğü şüphesiz $B^2_{g,01}$ dir zirâ gerek k ve gerekse l nin artan değerleri için hem α_k^2 ve hem de β^2_l artmaktadırlar. Şu hâlde, eğer göz önüne almış olduğumuz ortam kritikse, kritiklik şartının maddesel akıbükümün $B^2_{g,kl}$ lerin en küçüğü olan $B^2_{g,01}$ geometrik akıbükümüne eşit olmasını derpiş etmesi hasebiyle,

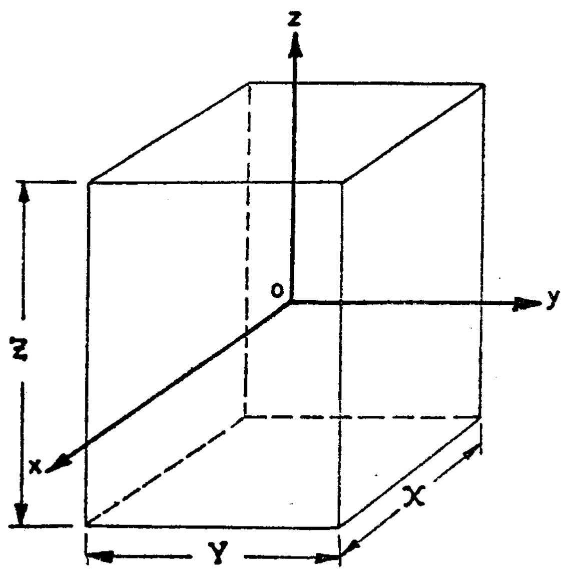
$$\boxed{\begin{aligned} B^2_m = B^2_{g,01} &= \left(\frac{\pi}{H}\right)^2 + \left(\frac{c_1}{R}\right)^2 \\ &= \left(\frac{\pi}{H}\right)^2 + \left(\frac{2{,}405}{R}\right)^2 \end{aligned}} \qquad (IX.5.12)$$

olur ve kritik ortamdaki nötron akısı dağılımının da (IX . 2 . 10) a binâen artık

$$\boxed{\phi(\rho, z) = \phi(0) \,.\, J_0\left(\frac{2{,}405\rho}{R}\right) \cos\frac{\pi z}{H}} \qquad (IX.5.13)$$

ifâdesiyle verileceği anlaşılmış olur.

6. **Difüzyon Denkleminin Paralelyüzlü Şeklindeki Bir Kritik Çoğaltkan Ortam İçin Çözümü.** — Paralelyüzlü şeklindeki bir çoğaltkan ortamın simetri merkezi, Şekil: IX . 4 de görüldüğü gibi eksenleri yüzlerini dik olarak delen dik bir kartezyen referans sisteminin orijiniyle çıkışsın. Uzatılmış (ekstrapole) boyutları sırasıyla X, Y ve Z olan bu ortam için (IX . 2 . 2) difüzyon denklemi



Şekil: IX . 4 Paralelyüzlü ortam.

$$\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\phi}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\phi}{\partial z^2}+B^2_m\phi=\frac{l^*}{L^2}\frac{\partial\phi}{\partial t} \tag{IX.6.1}$$

şeklini alır. Geçen paragraflarda izah olunduğu gibi, değişkenlere ayrışım metodunu tatbik etmek suretiyle ve $B^2_g=\alpha^2+\beta^2+\gamma^2$ olmak üzere

$$\left.\begin{aligned}&\frac{d^2X(x)}{dx^2}+\alpha^2X(x)=0\\&\frac{d^2Y(y)}{dy^2}+\beta^2Y(y)=0\\&\frac{d^2Z(z)}{dz^2}+\gamma^2Z(z)=0\end{aligned}\right\} \tag{IX.6.2}$$

denklemleri bulunur. Burada değişkenlere ayrışım sabitleri olarak α^2, β^2, γ^2 alınmış olması simetri şartlarından ötürüdür. Ayrıca ancak sâbitleri bu türlü seçmek suretiyle üstel terimlerden kurtulup kararlı çözümlere yol açan simetrik terimler elde edilebileceğine de işâret edelim. Simetri ve sınır şartlarının tatbikiyle de

$$\left.\begin{aligned}&X_k(x)=a_k\cos\frac{(2k+1)\pi x}{X}\\&Y_l(y)=b_l\cos\frac{(2l+1)\pi y}{Y}\\&Z_p(z)=c_p\cos\frac{(2p+1)\pi z}{Z}\end{aligned}\right\} \tag{IX.6.3}$$

ve

$$B^2_{g,klp}=\left[\frac{(2k+1)\pi}{X}\right]^2+\left[\frac{(2l+1)\pi}{Y}\right]^2+\left[\frac{(2p+1)\pi}{Z}\right]^2 \tag{IX.6.4}$$

elde edilir.

Eğer göz önüne almış olduğumuz çoğaltkan ortam kritikse ortamın $B_m{}^2$ maddesel akıbükümü $B^2_{g,klp}$ lerin en küçük değerine eşittir demektedir. Bu ise $B^2_{g,000}$ dır. Şu hâlde

$$\boxed{B^2_m=B^2_{g,000}=\left(\frac{\pi}{X}\right)^2+\left(\frac{\pi}{Y}\right)^2+\left(\frac{\pi}{Z}\right)^2} \tag{IX.6.5}$$

olur ve ortamdaki kararlı nötron akısının dağılımı da, (IX . 2 . 10) a binâen ve ϕ_0 ile de orijindeki nötron akısını göstermek üzere

$$\boxed{\phi(x, y, z) = \phi_0 \cos\frac{\pi x}{X} \cos\frac{\pi y}{Y} \cos\frac{\pi z}{Z}} \qquad \text{(IX.6.6)}$$

şekline ircâ olunur.

7. **Nötronların Sonlu Bir Ortamdan Dışarı Sızmamaları İhtimali.** — Aynı nükleer vasıfları haiz, fakat biri sonlu, diğeri sonsuz iki ortam göz önüne alalım. V hacmını haiz ve kritik olduğunu ($k_{et}=1$) farzedeceğimiz sonlu çoğaltkan ortamda muayyen bir t ânındaki fisyon nötronlarının sayısını N ile gösterelim. Sonsuz ortamda da öyle bir V′ hacmını haiz bir bölge sınırlayalım ki bunun içinde de t ânında tam N adet fisyon nötronu bulunsun (Bk. Şekil: IV . 1). Müteakip nötron neslini göz önüne alacak olursak V de gene N adet nötron olmasına karşılık V′ de k_∞N adet nötron buluruz. $k_\infty > 1$ olması hasebiyle

$$k_\infty N > N$$

olur. Bu iki nötron topluluğu arasındaki fark âşikâr olarak sonlu ortamın S dış yüzeyinden sızan $N_{sız}$ nötronun mevcudiyetinden ileri gelmektedir. Şu hâlde:

$$k_\infty N = N + N_{sız} \qquad \text{(IX.7.1)}$$

yazılabilir. Buradan da

$$1 = \frac{k_\infty}{1 + \frac{N_{sız}}{N}} \qquad \text{(X.7.2)}$$

yazmak kabildir. $N_{sız}/N$ oranının, sonlu ortamdaki bir fisyon nötronunun ortamdan kaçma ihtimâlini gösterdiği âşikârdır. Şimdi bu oranı hesaplayalım. Ortamdan dışarı sızan nötronların sayısı, $\vec{J}(\vec{r})$ nötron akımının S üzerinden integraline eşittir. Öte yandan ortamın kritik olması hasebiyle, ortamda mevcut bulunan fisyon nötronlarının N sayısı da ortamda absorplanan nötronların sayısına eşittir. Buna göre:

$$\frac{N_{siz}}{N} = \frac{\iint\limits_{S} \vec{J}(\vec{r}) \cdot d\vec{S}}{\iiint\limits_{V} \Sigma_a \phi(\vec{r}) d\vec{r}} \qquad \text{(IX.7.3)}$$

olur.

Bir taraftan nötron akımının FİCK kanunuyla verilen

$$\vec{J}(\vec{r}) = -D \, \overrightarrow{\text{grad}} \; \phi(\vec{r})$$

ifâdesini ve diğer taraftan da (IX . 1 . 4) ile verilen difüzyon denklemini göz önüne almak ve (IX . 7 . 3) ün payındaki alan integralini GAUSS formülü vâsıtasıyla bir hacım integraline dönüştürmek suretiyle

$$\frac{N_{siz}}{N} = L^2 B^2_m \qquad \text{(IX.7.4)}$$

bulunur ki (IX . 7 . 2) ifâdesi böylece

$$\boxed{1 = \frac{k_\infty}{1 + L^2 B^2_m}} \qquad \text{(IX.7.5)}$$

ye ircâ olur. Bu ifâdeye dahi, çok kere, **«kritiklik denklemi»** denildiği vâkîdir.

Aynı bağıntıyı B^2_m nin (IX . 1 . 3) ile vermiş olduğumuz târifinden de elde etmek kaabildir; ancak bu bağıntının delâlet ettiği derîn mânâ ancak bu bölümdeki düşünüş tarzı sâyesinde ortaya çıkabilmektedir.

(IX . 1 . 3) ve (IX . 7 . 4) vâsıtasıyla $N_{siz}/N = L^2 B_m^2 = k_\infty - 1 = \delta k_\infty$ yazılabilmesi hasebiyle bir nötronun sonlu bir ortamdan dışarıya sızması ihtimâlinin doğrudan doğruya mütekaabil sonsuz ortamın δk_∞ reaktiflik fazlasıyla belirlenebileceği anlaşılmaktadır.

(IX . 7 . 5) ifâdesinden, $L^2 B_m^2$ nin kâfi derecede küçük olması hâlinde,

$$P(B^2_m) = \frac{1}{1 + L^2 B^2_m} \cong 1 - L^2 B^2_m \qquad \text{(IX.7.6)}$$

yazılabilir. Yukarıda $L^2B_m^2$ nin, sonlu ortamdaki bir fisyon nötronunun ortamdan dışarı sızma ihtimâlini temsil ettiği anlaşıldığından $(1-L^2B_m^2)$ ifâdesinin de aynı nötronun sonlu ortamdan dışarı sızmama ihtimâlini gösterdiği anlaşılır.

Eğer göz önüne aldığımız sonlu çoğaltkan ortam kritik olmuş olmasaydı, yâni $k_{et} \neq 1$ olmuş olsaydı, (IX . 7 . 1) ifâdesinin tesis edilebilmesini intâcedenlere benzer mülâhazalarla bu hâl için (IX . 7 . 1) yerine

$$k_\infty N = k_{et}(N + N_{sız}) \qquad \text{(IX.7.7)}$$

ve buradan da

$$k_{et} = \frac{k_\infty}{1 + \dfrac{k_{et}N_{sız}}{k_{et}N}} \qquad \text{(IX.7.8)}$$

yazılabileceğini görmek mümkündür. Buradaki $k_{et}N_{sız}/k_{et}N$ nin tefsiri gene bu ifâdenin, sonlu ortamdan dışarı bir fisyon nötronunun sızması ihtimaline delâlet ettiği merkezindedir. Bu ihtimâli açık olarak hesaplamak için bir taraftan FİCK kanununun (VI . 1 . 8) ifâdesini, diğer taraftan da (IX . 2 . 2) difüzyon denklemini göz önüne almak ve GAUSS integrâl formülünü de tatbik etmek lâzımdır. Buna göre

$$\frac{k_{et}N_{sız}}{k_{et}N} = \frac{\iint_S \vec{J}(\vec{r},t)d\vec{s}}{\iiint_V \Sigma_a \phi(\vec{r},t)d\vec{r}} = \frac{\iiint_V -D\nabla^2\phi(\vec{r},t)d\vec{r}}{\iiint_V \Sigma_a \phi(\vec{r},t)d\vec{r}} =$$

$$= \frac{-\dfrac{Dl^*}{L^2}\iiint_V \dfrac{\partial\phi(\vec{r},t)}{\partial t}d\vec{r} + DB^2_m \iiint_V \phi(\vec{r},t)d\vec{r}}{\iiint_V \Sigma_a \phi(\vec{r},t)d\vec{r}} =$$

$$= -l^*\frac{\partial}{\partial t}\left[\mathrm{Ln} \iiint_V \phi(\vec{r},t)d\vec{r}\right] + L^2B^2_m \qquad \text{(IX.7.9)}$$

bulunur.

(IX . 2 . 2) nin genel çözümü (IX . 2 . 8) ifâdesiyle verilmiştir. Kolaylıkla gösterilebilir ki $k_{et} \neq 1$ olduğu hâllerde $\phi(\vec{r}, t)$ nötron akısının ifâdesi için (IX . 2 . 8) in yalnız birinci terimiyle iktifâ olunabilir. Buna binâen (IX . 7 . 9) ifâdesi hesaplanırsa, derhâl:

$$\frac{k_{et}N_{sız}}{k_{et}N} = L^2B^2_g \qquad \text{(IX.7.10)}$$

olduğu görülür. Binaenaleyh (IX . 7 . 8) ifâdesi de

$$\boxed{k_{et} = \frac{k_\infty}{1+L^2B^2_g}} \qquad \text{(IX.7.11)}$$

şekline girer.

Tıpkı yukarıdaki gibi bir fisyon nötronunun kritik olmayan bir çoğaltkan ortamdan dışarı sızmamasının ihtimâli olan $P(B^2_g)$ nin **büyük bir takibiyetle** (niçin?)

$$P(B^2_g) = \frac{1}{1+L^2B^2_g}$$

olduğu, yâni

$$\boxed{k_{et} = P(B^2_g) \cdot k_\infty} \qquad \text{(IX.7.12)}$$

yazılabileceği görülebilir.

8. **Zamana Bağlı Nötron Akıları İçin Sınır Şartı: Uzatılmış Uzunluğun ifâdesi.** — VII. dersin 2. bölümünde ϕ nötron akısı bir ortamda zamana tâbi olduğu takdirde, bu ortamın kenarında ϕ nin ne gibi bir şarta tâbi olduğu araştırılmış ve $\bar{d}$ uzatılmış uzunluğunun, bu takdirde

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{3\bar{d}\Sigma_{top}} = \frac{1}{2v\,\Sigma_{top}\,\phi(x_0,t)}\,\frac{\partial\phi(x_0,t)}{\partial t} \qquad \text{(VII.2.6)}$$

ile verildiğini görmüştük. Zamana tâbî nötron akılarının (IX . 2 . 8) şeklinde olduklarını göstermiş ve pratikte (IX . 2 . 8) ifâdesinin birinci teriminin $\phi(\vec{r}, t)$ yi kâfi derece yaklaşıklıkla temsîl edebileceğini söylemiştik. Buna binâen $\phi(x_0, t)$ ve $\partial\phi(x_0,t)/\partial t$ ifâdeleri (VII . 2 . 6) daki yerlerine ikâme edilirlerse, $\bar{d}$ uzatılmış (ekstrapole) uzunluğunun, en genel hâl için

$$\boxed{\bar{d}=\frac{\frac{2}{3\,\Sigma_{top}}}{1-L^2\,(B^2_m-B^2_g)}} \qquad \text{(IX.8.1)}$$

ifâdesiyle verilmiş olduğu görülür.

ALIŞTIRMALAR:

1. Paralelyüzlü ve silindirik kritik ortamlardan minimum hacmı haiz olanları tâyin ederek, bu ortamlardaki nötron akılarının dağılımlarını biribirleriyle ve küresel bir ortamınkiyle mukayese ediniz.

2. Belli bir (nükleer yakıt/yavaşlatıcı) oranı göz önüne alındığında, silindirik bir ortamın yarıçapı muayyen bir minimum R_m değerinden küçükse, yüksekliği hangi değeri alırsa alsın bu ortamın hiçbir zaman kritik olamıyacağını gösteriniz.

3. Kritik bir sonlu silindirik ortamda üreyen nötronların ne kadarı silindirin eğri dış yüzeyinden dışarıya sızar?

4. İçinde fisyonluk maddenin homogen bir tarzda dağılmış olduğu küresel bir ortamın merkezinde K_0 şiddetinde bir de münferit bir nötron kaynağı bulunmaktadır.

a) Ortamdaki kararlı $\phi(r)$ nötron akısının ifâdesini

$$B^2_m=\frac{k_\infty-1}{L^2}$$

cinsinden tesis ediniz.

b) R ile uzatılmış (ekstrapole) yarıçapı ve B_g^2 ile de geometrik akıbükümü göstermek suretiyle

$$B^2_g=\left(\frac{\pi}{R}\right)^2, \quad B^2_g=0\,, \quad k_\infty=0$$

özel hâlleri için $\phi(r)$ nin ifâdelerini tesis ediniz.

c) Maddesel akıbükümün

$$B^2_m > \left(\frac{\pi}{R}\right)^2, \quad 0 < B^2_m < \left(\frac{\pi}{R}\right)^2, - L^2 < B^2_m < 0$$

eşitsizliklerini tahkik eden değerlerine tekabül eden fizikî durumları izah ediniz ve yalnız fisyon nötronlarını göz önüne alarak sistemin üstkritik mi, kritik mi, altkritik mi olduğunu belirleyiniz.

5. Pu istihsâl eden fabrikalarda emniyet tedbirleri alabilmek gayesiyle âdi su içindeki bir Pu tuzu eriyiğinin küresel bir geometri için kritik parametrelerinin incelenmesi isteniyor. Bunun için eriyiğin problemimizi ilgilendiren vasıflarında yalnız Pu nun ve âdi suyun rôl oynadığı, ve, âdi suyun içindeki Pu nun suyun yoğunluğunu ve difüzyon hassalarını değiştirmediği farzedilmektedir. Bundan başka $k_\infty = \eta f$ kabul edilmektedir. $(\varepsilon p = 1)$

Pu nun su içindeki C konsantrasyonu: 15 gr/litre $\leqq C \leqq$ 40 gr/litre arasında değerler aldığında minimum kritik Pu kütlesini C nin fonksiyonu olarak hesaplayınız.

6. Homogen bir ortam ve bu ortamda bir $\vec{r}_0$ noktasında K şiddetini haiz noktasal ve eşyönlü bir nötron kaynağı verildiğinde ϕ nötron akısının $\vec{r}$ noktasında haiz olduğu değer göz önüne alınmaktadır.

Nötron kaynağıyla nötron akısının $\phi(\vec{r})$ değerinin ölçüldüğü $\vec{r}$ noktası değiş tokuş edildiği takdirde, yâni nötron kaynağının $\vec{r}$ noktasına ve ϕ akısının ölçüldüğü nokta da $\vec{r}_0$ noktasına götürüldükleri takdirde, ölçülen nötron akısının değerinin değişmeyeceğini, başka bir deyişle bu tarzda bir dönüşüm yapıldığı vakit nötron akısının invaryant kalacağını gösteriniz.

7. Zamana bağlı

$$\nabla^2\phi(\vec{r},t) + B^2_m\phi(\vec{r},t) = \frac{l^*}{L^2}\frac{\partial\phi(\vec{r},t)}{\partial t}$$

difüzyon denklemindeki $B^2_m\phi(\vec{r},t)$ terimini uygun bir dönüşümle ifnâ ederek ısı iletimi denklemi tipindeki

$$\nabla^2\Phi(\vec{r}, \eta) = \frac{\partial\Phi(\vec{r}, \eta)}{\partial\eta}$$

denklemini elde ediniz. Buradaki Φ fonksiyonuyla ϕ nötron akısı arasında ne gibi bir bağıntı olacaktır? t zaman değişkeninin yerini tutan η değişkeni t ye nasıl bağlıdır? η nın boyutu nedir?

8. Geçen alıştırmada târif edilmiş olan $\Phi(\vec{r}, \eta)$ fonksiyonu için sınır şartlarını tesis ediniz.

9. k_{et} etkin çoğalma katsayısını haiz bir çoğaltkan ortam olsun. Bu ortam kritik olduğu zaman bir nötronun ortamdan dışarıya sızmaması ihtimâlini de $P(B_m^2)$ ile gösterelim. Eğer $k_{et} \neq 1$ ise ortamın ρ reaktifliğinin

$$\rho = L^2(B_m^2 - B_g^2) \cdot P(B_m^2)$$

formülüyle ifâde edilebileceğini gösteriniz.

X. DERS

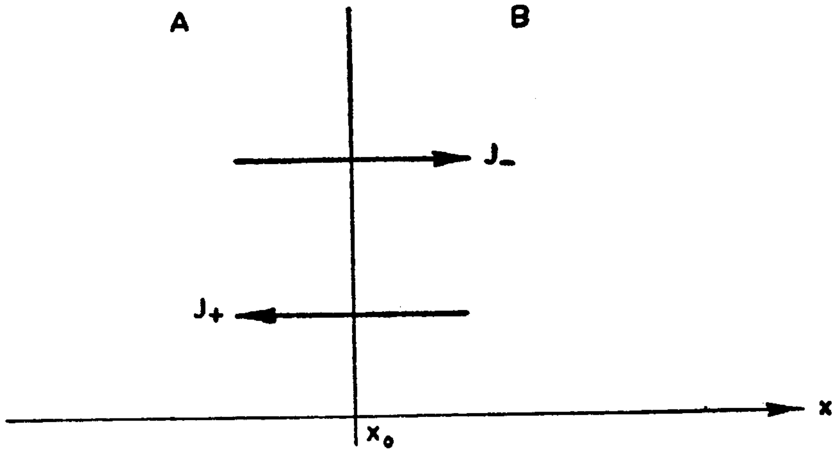
Yansıtıcı İle Çevrili Ortamlarda Eşit Enerjili Nötronların Difüzyonu

Albedo kavramı - Basit hâller için albedo hesabı - Yansıtıcının önemi - Tek uzay değişkenine tâbî hâller için nötron akılarının yansıtıcıdaki dağılımları - Yansıtma tasarrufu - Birden fazla uzay değişkenine tâbî hâllere tekâbül eden yansıtılmış ortamların hesabına giriş - Yansıtılmış ortamın etkin çoğalma katsayısının hesabı - Yansıtılmış çoğaltkan ortamların reaktiflik tasarrufu - Nötronların yansıtılmış ortamlardan dışarı sızmaları ihtimâli.

1. **Albedo Kavramı.** — Biribirlerinden bir A arayüzeyi ile ayrılmış biri çoğaltkan, diğeri de difüzleyici iki ortam olsun. Çoğaltkan ortamdan difüzleyici ortama doğru muayyen bir nötron akımı vuku bulacaktır. Difüzleyici ortama geçen nötronların bir kısmının da buradaki atomlarla çarpışmaları neticesinde gene çoğaltkan ortama avdet edebilecekleri âşikârdır. Eğer çoğaltkan ortamdan difüzleyici ortama doğru yönelmiş olan nötron akımının A daki değerine J_+ ve difüzleyici ortamdan da çoğaltkan ortama doğru yönelmiş olan nötron akımının A daki değerine de J_- deyecek olursak

$$\beta = \frac{J_-}{J_+} \tag{X.1.1}$$

ile târif edeceğimiz büyüklük bize, yansıma yoluyla difüzleyici ortamdan çoğaltkan ortama avdet eden nötronların difüzleyici ortama geçen nötronlara oranını gösterir. Bunun çoğaltkan ortamı terkeden bir nötronun tekrar oraya avdeti ihtimâli olarak da tefsir olunabileceği âşikârdır. β ya kısaca **albedo** veyâ yansıtıcının **yansıma katsayısı** adı verilir.



Şekil: X.1

Şek. X.1 deki gibi sonsuz iki yarım düzlem alacak olursak (VI.1.4 ve 4′) ile verilen nötron akımı ifâdelerinden istifâdeyle, kararlı hâl için,

$$\beta = \frac{1 + \dfrac{2}{3\Sigma_{top}} \left[\dfrac{1}{\phi} \dfrac{d\phi}{dx} \right]_{x=x_0}}{1 - \dfrac{2}{3\Sigma_{top}} \left[\dfrac{1}{\phi} \dfrac{d\phi}{dx} \right]_{x=x_0}} \qquad (X.1.2)$$

bulunur. Nötron akılarının A arayüzeyinde sürekli olmaları dolayısıyla (X.1.2) de köşeli parantezler içindeki ifâdeleri ister çoğaltkan ortamdaki, isterse de difüzleyici ortamdaki nötron akısının A da aldığı değeri göz önünde tutarak hesaplamak kâbildir. Yalnız hangi ortama ait nötron akısı göz önüne alınıyorsa Σ_{top} da aynı ortamın toplam makroskopik tesir kesidi olarak hesaplanmalıdır.

Eğer çoğaltkan ortamın etrafı bir yansıtıcıyla çevrilecek yerde boşlukla çevrilmiş olsaydı, bu suretle dışarıya sızan nötronların hiçbiri avdet etmeyeceğinden $\beta = 0$ olması iktizâ ederdi. Filhakika VII. derste etrafı boşlukla çevrili bir ortam için

$$\frac{3\Sigma_{top}}{2} = -\left[\frac{1}{\phi} \frac{d\phi}{dx} \right]_{x=x_0} = \frac{1}{d} \qquad (X.1.3)$$

olduğunu görmüştük. Buna göre, etrafı boşlukla çevrili bir ortam için hakikaten $\beta = 0$ olduğu âşikârdır. d ile çoğaltkan ortamın **boşluğa göre uzatılmış (ekstrapole) uzunluğunu** ve ϕ_c ile de çoğaltkan ortamdaki nötron akısını göstermek üzere

$$\beta = \frac{1 + d\left[\dfrac{1}{\phi_ç}\dfrac{d\phi_ç}{dx}\right]_{x=x_0}}{1 - d\left[\dfrac{1}{\phi_ç}\dfrac{d\phi_ç}{dx}\right]_{x=x_0}} \qquad (X.1.2')$$

yazabiliriz.

Şayet çoğaltkan ortamdaki nötron akısı zamana tâbî ise bir yandan (VI.1.4) ve (VI.1.4') den istifâde ederek, öbür yandan da zamana bağlı nötron difüzyon denkleminin genel çözümünün ilk terimini göz önünde bulundurarak

$$\beta = \frac{1 - L^2(B^2_m - B^2_g) + \dfrac{2}{3\Sigma_{top}}\left[\dfrac{1}{R}\dfrac{dR}{dx}\right]_{x=x_0}}{1 - L^2(B^2_m - B^2_g) - \dfrac{2}{3\Sigma_{top}}\left[\dfrac{1}{R}\dfrac{dR}{dx}\right]_{x=x_0}} \qquad (X.1.3)$$

elde edilir. Fakat zamana bağlı nötron akılarının sınır şartı olan (IX.8.1) ifâdesi göz önüne getirilirse, $\bar{d}$ ile çoğaltkan ortamın etrafı boşlukla çevrili olduğu takdirde haiz olacağı uzatılmış uzunluk ve $R_ç$ ile de etrafı yansıtıcıyla çevrili çoğaltkan ortamdaki nötron akısının uzay kısmı gösterilmek üzere

$$\beta = \frac{1 + \bar{d}\left[\dfrac{1}{R_ç}\dfrac{dR_ç}{dx}\right]_{x=x_0}}{1 - \bar{d}\left[\dfrac{1}{R_ç}\dfrac{dR_ç}{dx}\right]_{x=x_0}} \qquad (X.1.4)$$

bulunur.

Nötron akısı ortamın geometrisine sıkı sıkıya bağlı olduğundan β nın da geometriye bağlı olacağı âşikârdır. Biz bu derste ancak bazı birkaç basit geometri için β yı hesaplıyacağız.

2. **Sonsuz Kalınlığı Haiz Dilim Şeklinde Yansıtıcı.** — Problemin tek değişkene tâbi olduğu ve yansıtıcı içinde de nötron akısının $\exp(-\varkappa x)$ gibi söneceği açıktır. Buna göre (X.1.2) den

$$\beta = \frac{1 - \dfrac{2\varkappa}{3\Sigma_{top}}}{1 + \dfrac{2\varkappa}{3\Sigma_{top}}} \tag{X.2.1}$$

bulunur. $\dfrac{\varkappa}{3\,\Sigma_{top}} \ll 1$ olması hâlinde

$$\beta \approx 1 - \frac{4\varkappa}{3\,\Sigma_{top}} \tag{X.2.2}$$

yazmak da mümkündür.

3. **Sonlu Kalınlığı Haiz Dilim Şeklindeki Yansıtıcı.** — Böyle bir ortamda nötron akısının (VIII . 4 . 2) ye binâen, C bir sâbiti ve T de ortamın uzatılmış uzunluğu hâvî genişliğini göstermek üzere

$$\phi(x) = \mathrm{C}\,\mathrm{sh}\,\varkappa(\mathrm{T} - x) \tag{X.3.1}$$

şeklinde yazılabileceğini biliyoruz. Buna göre albedonun (X . 1 . 2) ile verilen ifâdesini göz önüne alarak

$$\beta = \frac{1 - \dfrac{2\varkappa}{3\,\Sigma_{top}}\coth \varkappa\mathrm{T}}{1 + \dfrac{2\varkappa}{3\,\Sigma_{top}}\coth \varkappa\mathrm{T}} \tag{X.3.2}$$

bulunur. Eğer $\mathrm{T} \to \infty$ addedilirse $\lim\limits_{\mathrm{T}\to\infty} \coth \varkappa\mathrm{T} \to 1$ olacağından, beklendiği gibi, gene (X . 2 . 1) elde edilir.

4. **Küreyi Çevreleyen Sonsuz Yansıtıcı İçin β nın Değeri.** — Bu hâl için yansıtıcı içinde

$$\phi(r) = \mathrm{C}\,\frac{\exp(-\varkappa r)}{r}$$

olduğu kolayca tesbit edilebilir. Buna göre, R ile kürenin yarıçapını göstermek üzere

$$\beta = \frac{1 - \frac{2}{3\Sigma_{top}}\left(\varkappa + \frac{1}{R}\right)}{1 + \frac{2}{3\Sigma_{top}}\left(\varkappa + \frac{1}{R}\right)} \qquad (X.4.1)$$

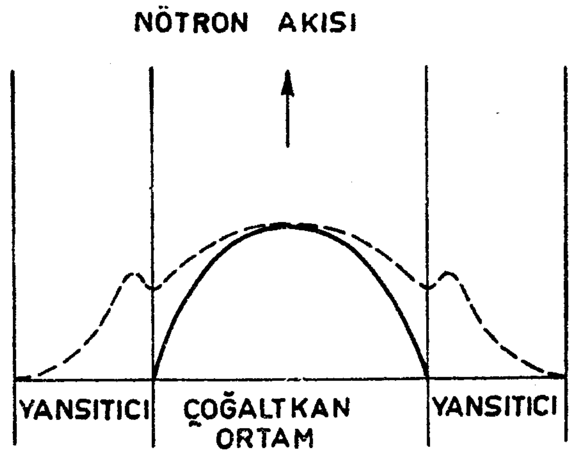
elde edilir.

5. **Yansıtıcının Önemi.** — Çıplak bir çoğaltkan ortamda fisyon dolayısıyla üreyen nötronların bir kısmının reaksiyon zincirine dâhil olmadan, ister istemez ortamın dış yüzeyinden dışarı sızıp gittiklerine işâret etmiştik. Böyle bir nötron sızıntısının ortamdaki nötron dengesine ve dolayısıyla ortamın kritik hacmına ve nükleer yakıtın kritik kütlesine tesiri âşikârdır. Halbuki bu sızan nötronlardan hiç olmazsa bir kısmının geriye, ortam içine dönmesi sağlanabilmiş olsa bunların nötron dengesine iştirâkleri ortamın kritiklik şartlarının tâdilini, ve meselâ nükleer yakıtın kritik kütlesinin azalmasını intâcedecektir. Filhakika çıplak bir kritik ortam göz önüne alalım. Buna dışarıdan devamlı bir şekilde sâbit bir mikdar nötron ithâl edecek olursak ortamın kritikliği artar ve üstkritik olur. Bu takdirde, ortamın gene eski kritik hâline ircâı için ortamda nötron doğuran nükleer yakıtın birazını dışarı almak lâzım gelir.

İşte eğer çıplak bir kritik ortamı nötron yansıtma kabiliyetine sâhip H_2O, D_2O, Parafin, Berilyum, Grafit gibi bir maddeyle çevreleyecek olursak çoğaltkan ortamdan dışarı sızan nötronların bir kısmı (β oranı kadarı) yansıtıcı tarafından yansıtılarak tekrar çoğaltkan ortama avdet edeceklerdir. Böylelikle kritik ortama dışarıdan sâbit bir miktarda devamlı bir nötron ithâli vuku bulmuş olacaktır. Bundan dolayı da kritik ortam üstkritik bir hâle gelecektir. Şu hâlde bu yansıtılmış nötronları göz önüne alarak çoğaltkan ortamı buna göre altkritik yapmak ve sonra etrafını bir yansıtıcıyla çevrelemek, ortamın bu suretle kritik olmasını intâcedebilecektir. Çoğaltkan ortamın altkritik olarak inşaı da nükleer yakıttan tasarruf etmemizi sağlayacaktır.

Çoğaltkan ortamın yansıtıcı ile çevrelenmesinin bir diğer avantajı da, nötron akısı artık çoğaltkan ortamın sınırında değil de yansıtıcının uzatılmış (ekstrapole) sınırında sıfır olacağından, çoğaltkan ortamdaki nötron akısının daha yayvan bir hâl alması ve çoğaltkan ortamda üretilen gücün daha homogen bir tarzda dağılarak ortamın herhangi iki noktasındaki ısı farkının çıplak ortamdakine nazaran daha düşük kalabilmesidir.

Şekil: X . 2 bir yansıtıcı ile çevrelenmiş dilim şeklindeki çoğaltkan bir ortamdaki nötron akısının dağılımıyla çıplak bir çoğaltkan ortamdaki



Şekil: X . 2
Çıplak ve yansıtılmış ortamlardaki nötron akılarının mukayesesi.

nötron akısının dağılımı arasındaki farkı pek güzel ifâde etmektedir. Burada her iki nötron akısı da simetri ekseni üzerinde bire ircâ edilmiş bulunmaktadır.

6. **Yansıtıcı İle Çevrili Dilim Şeklindeki Reaktörde Nötron Akısı.** — Şimdi kendisi H kalınlığını haiz ve her iki tarafından da T kalınlığında birer yansıtıcı ile çevrelenmiş dilim şeklinde bir çoğaltkan ortam göz önüne alalım (Bk. Şekil: X . 3).

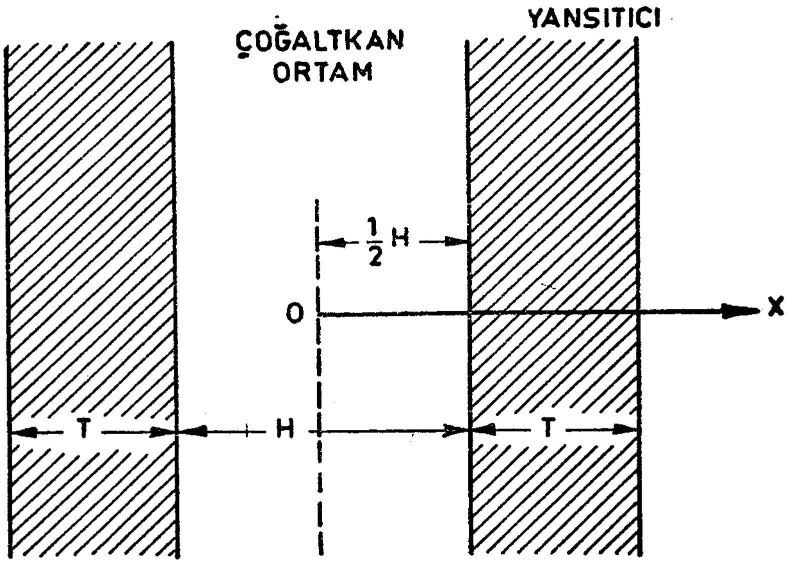
Çoğaltkan ortamda üreyen nötronlar, burada difüzyona mâruz kalırlar; bunların bir kısmı absorplanmadan evvel yansıtıcıya geçerler. Yansıtıcıya geçen nötronların bir kısmı burada yollarına devam ederlerken diğer bir kısmı da yansıtılarak tekrar çoğaltkan ortama dönerler.

Hem çoğaltkan ortam ve hem de yansıtıcı içinde nötron difüzyonu vuku bulduğundan her iki ortam için de ayrı bir difüzyon denklemi yazmak lâzımdır. Yalnız, yansıtıcının çoğaltkan bir ortam olmadığı göz önünde bulundurularak bunun içindeki nötron dağılımını verecek olan denklemde kaynak terimi, tabiî bulunmayacaktır.

Şimdi asıl meselemiz, yansıtıcı ile çevrelenmiş olan bu çoğaltkan ortamın kritiklik denklemini tesis etmektir. Bunun için k indisiyle reaktörün kalbine ve y indisiyle de yansıtıcıya ait fizikî büyüklükleri göstermek üzere difüzyon denklemlerini yukarıdaki mülâhazaların ışığı altında yazalım:

$$\left.\begin{aligned} D_k \nabla^2 \phi_k(x) - \Sigma_{a,k}\, \phi_k(x) + k_\infty\, \Sigma_{a,k}\, \phi_k(x) = 0 \\ D_y \nabla^2 \phi_y(x) - \Sigma_{a,y}\, \phi_y(x) = 0 \end{aligned}\right\} \qquad (X.6.1)$$

Bu denklemleri sınır şartlarını göz önünde bulundurarak çözmek lâzımdır. Sınır şartları ise:



Şekil: X.3
Yansıtıcı ile çevrili dilim şeklindeki çoğaltkan ortam.

a) Nötron akımının çoğaltkan ortamla yansıtıcı arasındaki arayüzeyde sürekli olduğunu,

b) Nötron akısının da gene aynı arayüzeyde sürekli olduğunu, ve

c) Yansıtıcıdaki $\phi_y(x)$ nötron akısının uzatılmış (ekstrapole) kenarda sıfır olacağını beyân ederler.

Matematik olarak sıfır şartlarının ifâdeleri

$$D_k \left[\frac{d\phi_k(x)}{dx}\right]_{x=\frac{H}{2}} = D_y \left[\frac{d\phi_y(x)}{dx}\right]_{x=\frac{H}{2}} \qquad (X.6.2a)$$

$$\phi_k\left(\pm \frac{H}{2}\right) = \phi_y\left(\pm \frac{H}{2}\right) \qquad (X.6.2b)$$

$$\phi_y\left(\frac{H}{2}+T+0{,}7104\,\lambda_y\right)=0\ , \tag{X.6.2c}$$

şeklini alacaklardır. Öte yandan (X . 6 . 1) denklemlerinin genel çözümlerini, kısaca

$$\left.\begin{aligned} B^2_m &= (k_\infty - 1)\frac{\Sigma_{a,k}}{D_k} \\ \varkappa^2_y &= \frac{\Sigma_{a,y}}{D_y} \end{aligned}\right\} \tag{X.6.3}$$

vazetmek suretiyle,

$$\left.\begin{aligned} \phi_k(x) &= a.\ \cos B_m x + b.\ \sin B_m x \\ \phi_y(x) &= c.\ \mathrm{ch}\ \varkappa_y + d.\ \mathrm{sh}\ \varkappa_y x \end{aligned}\right\} \tag{X.6.4}$$

şeklinde olduğu kolayca tahkik olunur. Nötron akısının, problemin arzettiği simetriden ötürü, çoğaltkan ortamın simetri ekseni üzerinde bir maksimum arzedeceği âşikârdır. Bu şart $\phi_k(x)$ ın

$$\phi_k(x) = a.\ \cos B_m x \tag{X.6.5}$$

şekline girmesini intâceder.

$\frac{H}{2}+T+0{,}7104\ \lambda_y=\frac{H}{2}+\widetilde{T}$ vazederek (X. 6. 2 c) ve (X. 6. 4) den

$$\phi_y\left(\frac{H}{2}+\widetilde{T}\right)=c.\ \mathrm{ch}\left[\varkappa_y\left(\frac{H}{2}+\widetilde{T}\right)\right]+d.\ \mathrm{sh}\left[\varkappa_y\left(\frac{H}{2}+\widetilde{T}\right)\right]$$

ve dolayısıyla

$$c=-d.\ \mathrm{th}\left[\varkappa_y\left(\frac{H}{2}+\widetilde{T}\right)\right]$$

bulunur. Böylece yansıtıcıdaki nötron akısı, A yeni bir sâbit olmak üzere

$$\phi_y(x)=A.\ \mathrm{sh}\left[\varkappa_y\left(\frac{H}{2}+\widetilde{T}-x\right)\right] \tag{X.6.6}$$

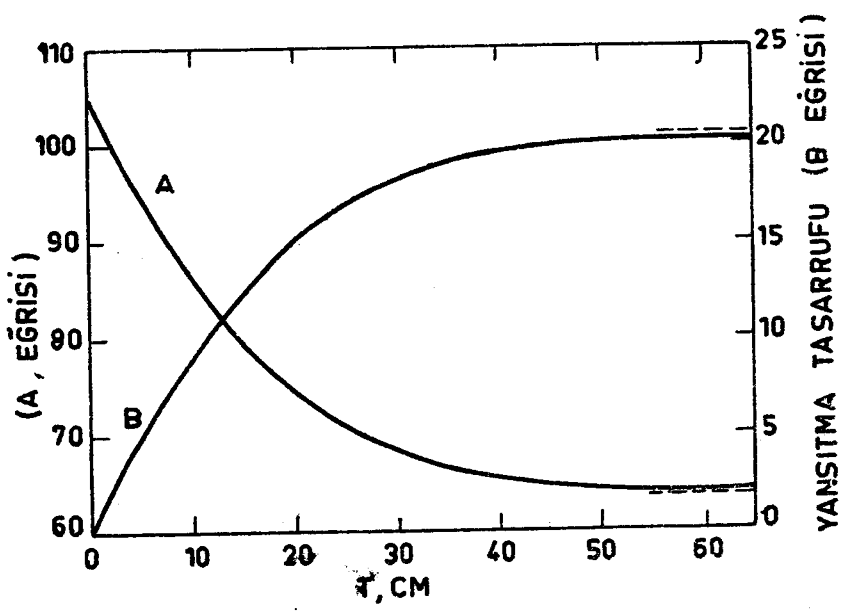
olur. Şimdi (X . 6 . 2 a) ve (X . 6 . 2 b) sınır şartlarını göz önüne alacak olursak

$$\left.\begin{aligned} a.\ D_k B_m \sin\left(\frac{B_m H}{2}\right) &= A.\ D_y \varkappa_y \operatorname{ch}(\varkappa_y \overset{\frown}{T}) \\ a.\ \cos\left(\frac{B_m H}{2}\right) &= A.\ \operatorname{sh}(\varkappa_y \overset{\frown}{T}) \end{aligned}\right\} \qquad (X.6.7)$$

bulunur. Bu iki bağıntıyı taraf tarafa bölecek olursak

$$\boxed{D_k B_m \operatorname{tg}\left(\frac{B_m H}{2}\right) = D_y \varkappa_y \coth(\varkappa_y \overset{\frown}{T})} \qquad (X.6.8)$$

elde edilir. Bu ifâde dilim şeklinde ve bir yansıtıcıyla çevrelenmiş çoğaltkan bir ortam için kritiklik şartıdır. Filhakika nükleer yakıtın B^2_m ile belirlenmiş özellikleri ve yansıtıcının T ile belirlenmiş muayyen bir kalınlığı için bu transandant denklemden çoğaltkan ortamın kritik olması, yâni nötron akısının zamana tâbî olmaması için haiz olması gereken H kalınlığını bulmak mümkündür.



Şekil: X.4

Dilim şeklindeki kritik bir ortam için yansıtıcının kalınlığının fonksiyonu olarak kritik kalınlık ve yansıtma tasarrufunun değişimleri.

Şekil: X . 4, (X . 6 . 8) kritiklik denkleminden hareketle nükleer özellikleri sâbit tutulan muayyen bir çoğaltkan ortamın kritik H kalınlığının yansıtıcının T kalınlığının fonksiyonu olarak değişimini göstermektedir.

Bu şekilden açıkça görülmektedir ki T büyüdükçe H gözle görülür bir tarzda azalmakta ve fakat T nin muayyen bir değerinden itibaren tamamen sâbit bir değer almaktadır. Bunun sebebi, VIII. derste de gördüğümüz gibi, boyutları difüzyon uzunluğunun 2 ilâ 3 katı olan ortamlarda eşitenerjili nötronların difüzyonunun sonsuz yaygınlıktaki bir ortamın içindeki nötronların difüzyonuyla hemen hemen aynı davranışı haiz olmasıdır.

7. **Yansıtma Tasarrufu.** — Bir yansıtıcı sâyesinde çıplak bir çoğaltkan ortamın kritik boyutlarının küçülme mikdarına **«yansıtma tasarrufu»** adı verilir. Bu târife göre geçen paragrafta göz önüne aldığımız kritik çoğaltkan ortama tekabül eden yansıtma tasarrufu olarak, H_0 ile mütekabil çıplak çoğaltkan ortamın kalınlığını göstermek suretiyle,

$$\delta = \frac{H_0}{2} - \frac{H}{2} \qquad \text{(X.7.1)}$$

vazedilebilir.

Öte yandan kritik bir çıplak çoğaltkan ortam için $B^2_m = B^2_g = \left(\frac{\pi}{H_0}\right)^2$ olacağından (X. 7. 1), kezâ

$$\frac{H}{2} = \frac{\pi}{2B_m} - \delta \qquad \text{(X.7.2)}$$

şeklinde de yazılabilir. H/2 nin (X . 7 . 2) ile verilen değerini (X . 6 . 8) kritiklik denklemine ikaame ettiğimizde

$$D_k B_m \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} - B_m\delta\right) = D_y \varkappa_y \coth(\widehat{\varkappa_y T})$$

veyâ

$$D_k B_m \operatorname{cotg}(B_m\delta) = D_y \varkappa_y \coth(\widehat{\varkappa_y T})$$

bulunur. Buradan da

$$\operatorname{tg}(B_m\delta) = \frac{D_k B_m}{D_y \varkappa_y} \operatorname{th}(\varkappa_y \widehat{T})$$

ve dolayısıyla

$$\boxed{\delta = \frac{1}{B_m} \operatorname{arc\,tg}\left[\frac{D_y B_m}{D_y \varkappa_y} \operatorname{th}(\varkappa_y \widehat{T})\right]} \tag{X.7.3}$$

elde edilir. Bu formülden hareketle muayyen bir çoğaltkan ortam için, muhtelif T değerlerine tekâbül eden δ yansıtma tasarrufları Şekil: X . 4 de gösterilmiş bulunmaktadırlar.

(X . 7 . 3) ifâdesinden bir takım neticeler çıkarmak kaabildir.

$\widehat{T}$ kâfi derecede küçükse δ da küçüktür. H büyükse B_m küçük demektir. Her iki hâlden biri tahakkuk ediyorsa B_m küçük olur; bu ise $\operatorname{tg}(B_m\delta) \approx B_m\delta$ yazılmasını intâceder; bu takdirde (X . 7 . 3) ün

$$\delta \backsimeq \frac{D_k}{D_y \varkappa_y} \operatorname{th}(\varkappa_y \widehat{T}) \tag{X.7.4}$$

şeklinde yazılabileceği âşikârdır. $\varkappa_y = 1/L_y$ olduğu düşünülür ve $D_k \approx D_y$ kabul edilirse (X . 7 . 4)

$$\delta \backsimeq L_y \operatorname{th} \frac{\widehat{T}}{L_y} \tag{X.7.5}$$

olur. Eğer yansıtıcının L_y difüzyon uzunluğu yansıtıcının kalınlığına nisbetle büyükse: $\operatorname{th}\frac{\widehat{T}}{L_y} \backsimeq \frac{\widehat{T}}{L_y}$ yazılabileceğinden (X. 7. 4) ifâdesi

$$\delta \backsimeq \frac{D_k}{D_y} \widehat{T} \tag{X.7.6}$$

ve $D_k = D_y$ hâli için de

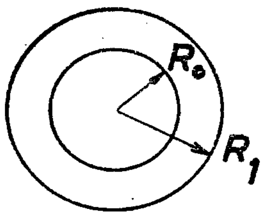
$$\delta \backsimeq \widehat{T} \tag{X.7.7}$$

olur.

Cetvel: X. 1

1. Küre:

$$D_k (B_g R_0 \operatorname{cotg} B_g R_0 - 1) =$$
$$= - D_y [\varkappa_y R_0 \coth \varkappa_y (\widetilde{R}_1 - R_0) + 1]$$

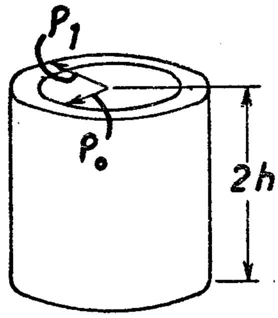


2. Yandan Yansıtılmış Silindir:

$$\frac{D_k J_0'(\lambda_k \rho_0)}{J_0(\lambda_k \rho_0)} = \frac{D_y L_0'(\rho_0)}{L_0(\rho_0)}$$

$$L_0(\rho) \equiv I_0(\widetilde{\lambda_y \rho_1}) K_0(\lambda_y \rho) - I_0(\lambda_y \rho) K_0(\widetilde{\lambda_y \rho_1})$$

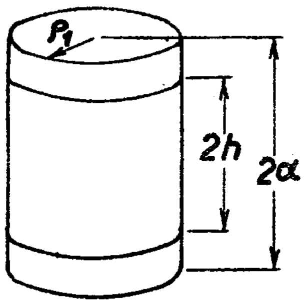
$$B_g^2 = \lambda_k^2 + \left(\frac{\pi}{2\bar{h}}\right)^2; \quad \lambda_y^2 = \varkappa_y^2 + \left(\frac{\pi}{2\bar{h}}\right)^2$$



3. Uçlarından Yansıtılmış Silindir:

$$D_k \mu_k \operatorname{tg} \mu_k h = D_y \mu_y \coth \mu_y (\widetilde{a} - h)$$

$$\mu_y^2 = \varkappa_y^2 + \left(\frac{2{,}405}{\bar{\rho}_1}\right)^2; \quad B_g^2 = \mu_k^2 + \left(\frac{2{,}405}{\bar{\rho}_1}\right)^2$$

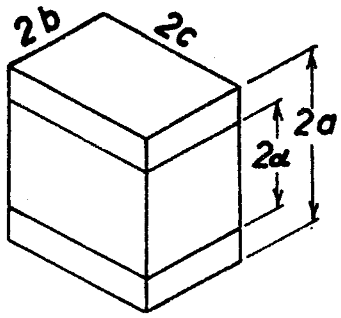


4. İki Uçtan Yansıtılmış Paralelyüzlü:

$$D_k \lambda_1 \operatorname{tg} \lambda_1 a = D_y \mu_1 \coth \mu_1 (\widetilde{d} - a)$$

$$\mu_1^2 = \varkappa_y^2 + \left(\frac{\pi}{2\bar{b}}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{2\bar{c}}\right)^2$$

$$B_g^2 = \lambda_1^2 + \left(\frac{\pi}{2\bar{b}}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{2\bar{c}}\right)^2$$



$\widehat{T}$ nin çok büyük değerleri için: $\lim\limits_{\widehat{T}\to\infty} \mathrm{th}\,\dfrac{\widehat{T}}{L_y} \to 1$ olduğundan bu

hâl için (X. 7. 4) bağıntısının

$$\delta \approx \frac{D_k}{D_y} L_y \qquad \text{(X.7.8)}$$

şeklinde olduğu, yâni yansıtma tasarrufunun yansıtıcının kalınlığına bağlı olmadığı anlaşılır. Bu, Şekil: X. 4 de δ nın T nin artan değerleri için sâbit bir değere asimtotik olarak yaklaşmakta olduğunu teyid eder.

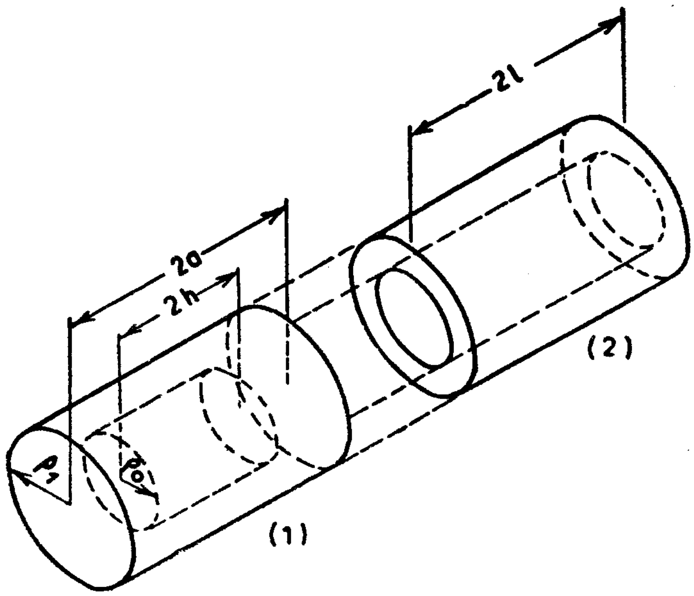
Burada uzun uzadıya diğer muhtelif geometriler için yansıtıcı hesaplarının ve yansıtıcı tasarrufunun teferruatına girmiyeceğiz. Yalnız şurasına işâret etmemiz gerekmektedir ki her taraftan yansıtılmış bir çoğaltkan ortamın ve yansıtıcının içindeki nötron akıları için analitik ifâdeler bulmak imkânsızdır. Analitik çözümler elde etmek ancak yansıtılmış küresel çoğaltkan ortam veyâ X. 6 paragrafında gördüğümüz gibi dilim şeklindeki bir ortam veyâhut da sâdece yan tarafından veyâ sâdece altından ve üstünden yansıtılmış silindirik ortam v.s. gibi ancak tek bir uzay değişkenini ilgilendiren geometrik düzenler için mümkündür. Bu gibi hâllere tekabül eden kritiklik denklemleriyle akıbükümlerin ifâdesi Cetvel: X. 1 de verilmiştir.

Her tarafından yansıtılmış ortamlar için ancak başka metotlara dayanan yaklaşık çözümler verilebilir. Müteakip iki paragraf bu metotlardan ikisine tahsis edilmiştir.

8. **Her Tarafından Yansıtılmış Ortamların Kritiklik Hesaplarına Giriş.** — Geçen paragrafta birden fazla uzay değişkenine tâbî ve her taraftan yansıtılmış ortamlar için genel bir analitik çözüm elde etmenin mümkün olmadığından bahsetmiştik. Bu takdirde ancak yaklaşık metotlara müracaat edilebilmektedir. **«Eşdeğer çıplak çoğaltkan ortam metodu»** bunlardan biridir.

Bu metoda bir misâl teşkil etmek üzere Şekil: X. 5 de (1) ile gösterildiği gibi kendisi ρ_0 yarıçapını ve $2h$ yüksekliğini haiz, ve, yansıtıcıyla birlikte de yarıçapı ρ_1, yüksekliği de $2a$ olan silindirik bir çoğaltkan ortam göz önüne alalım. Mesele, böyle bir sistemin boyutları ve nükleer vasıfları bilindiğinde sistemi kritik kılacak olan N_f nükleer yakıt yoğunluğunu tâyin etmektir.

Bu meseleyi çözmek için ilkönce, sâdece yanlarından yansıtılmış ve esas sistemle aynı ρ_0, ρ_1 yarıçaplarını ve aynı nükleer yakıt yoğunluğunu haiz bir ortam alalım (Bk. Şekil: X.5). Bu şartlar tahtında bu ortamın kritik olabilmesi için acaba $2l$ uzunluğunun değeri ne olmalıdır?



Şekil: X.5

(2) nin $2l$ uzunluğunu tâyin edebilmek için biraz dolambaçlı bir yol tâkip edeceğiz. Bunun için Şekil: X.6 da (3) ve (4) ile gösterilen ve her ikisi de aynı bir keyfî seçilmiş nükleer yakıt yoğunluğunu haiz kritik iki ortam seçelim. (3) ortamı sâdece uçlarından yansıtılmış olup δ_1 yarıçapını ve $2a$ uzunluğunu, çoğaltkan kısmının uzunluğu da $2h$ değerini haiz bulmaktadır. (4) ortamı ise (3) ile aynı konsantrasyona sahip olup ρ_1 yarıçapını ve $2l$ yüksekliğini haiz tamamen çıplak bir ortamdır.

Şimdi (3) ortamının akıbükümü, Cetvel: X.1 i de göz önünde bulundurarak:

$$B^2_{(3)} = \left(\frac{2{,}405}{\rho_1}\right)^2 + \mu^2_k \qquad (X.8.1)$$

dır. (4) ortamının maddesel akıbükümü ise, (3) ortamınınkine eşittir. Zirâ her iki ortam da aynı nükleer yakıt yoğunluğunu haiz olarak kritiktirler. Dolayısıyla

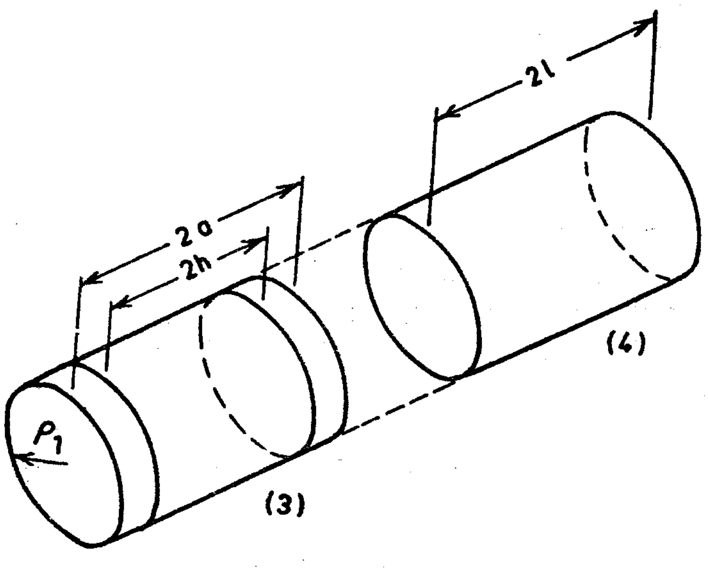
$$B^2_{(3)} = B^2_{(4)} = \left(\frac{\pi}{2\widetilde{l}}\right)^2 + \left(\frac{2{,}405}{\widetilde{\rho}_1}\right)^2 \qquad (X.8.2)$$

olur. $B^2_{(3)}$ ün (X . 8 . 1) ile verilen ifâdesi $B^2_{(4)}$ ün (X . 8 . 2 ile verilen ifâdesiyle karşılaştırılırsa derhâl

$$\widetilde{l} = \frac{\pi}{2\mu_k} \qquad (X.8.3)$$

olduğu görülür.

Artık $\widetilde{l}$ nin değerini bildiğimize göre (2) ortamının akıbükümünü hesaplayabiliriz.



Şekil: X . 6

Filhakika, gene Cetvel: X . 1 göz önünde tutularak,

$$B^2_{(2)} = \left(\frac{\pi}{2\widetilde{l}}\right)^2 + \lambda^2_k \qquad (X.8.4)$$

olduğu mâlûmdur. λ_k^2 nin değeri hesaplanabildiğinden ve artık $\breve{l}$ de, (X . 8 . 3) ile tesbit edilmiş olduğundan $B^2_{(2)}$ de mâlûmdur demektir. Hâlbuki (2) ortamı (1) kritik ortamıyla aynı nükleer yakıt yoğunluğunu haiz olmak suretiyle kritik olacak şekilde seçilmişti. Şu hâlde

$$\frac{k_\infty - 1}{L^2} = B^2_m = B^2_{(2)} \tag{X.8.5}$$

dir. $B^2_{(2)}$ nin değeri (X . 8 . 4) ile tesbit edilmiş bulunmaktadır. Diğer taraftan

$$B^2_m = \frac{k_\infty - 1}{L^2}$$

ifâdesinde gerek k_∞ ve gerekse L^2 nin terkibine giren N_F nükleer yakıt yoğunluğu meçhuldür. Buna göre (X . 8 . 5) ifâdesi bize (1) ortamını kritik kılan N_F nükleer yakıt yoğunluğunun değerini temin eder.

Yalnız burada şuna nazar-ı dikkati çekmek lâzımdır ki (X . 8 . 4) ve (X . 8 . 5) i tahkik eden hakikaten bir $\breve{l}$ nin mevcut olmasına karşılık bunun (X . 8 . 2) ve (X . 8 . 3) vâsıtasıyla tesbit edilmesi ancak bir takribiyet olup bunun ne dereceye kadar sıhhatle câri olduğunun tâyini pek müphem kalmaktadır.

9. **Her Taraftan Yansıtılmış Ortamların k'_{et} Etkin Çoğalma Katsayısı.** — IX . 7 de nötronların sonlu bir ortamdan dışarı sızmamaları ihtimâlini hesaplarken $N_{sız}$ ile ortamdan dışarı sızan nötronların sayısını göstermiştik. k_{et} i bulmak için o paragrafta yürütmüş olduğunuz düşünce tarzı etrafı yansıtıcıyla çevrili ortamlar için de câridir; ancak bu çeşit ortamlar için, ortamdan dışarı sızdıktan sonra yansıtıcı vâsıtasıyla ortama gene girebilen nötronların mevcûdiyetini de hesaba katmak lâzımdır.

Şu hâlde etrafı bir yansıtıcıyla çevrili bir ortam için de, k'_{et} ile bunun etkin çoğalma katsayısını ve $\breve{N}_{sız}$ ile de ortamdan dışarı sızıp da bir daha ortama yansıtılma suretiyle dönmeyecek olan nötronların sayısını göstermek üzere, X . 7 deki düşünce tarzına uygun olarak (IX . 7 . 7) ye benzer şekilde:

$$k_\infty N = k'_{et}(N + \breve{N}_{sız}) \tag{X.9.1}$$

yazabiliriz. Mesele buradaki $\widetilde{N}_{sız}$ büyüklüğünü tâyin edebilmektir.

Eğer ortam bir yansıtıcıyla çevrili olmasaydı dışarı sızan nötronların sayısı $N_{sız}$ olacaktı. Fakat ortamın bir yansıtıcıyla çevrelenmiş olması bu $N_{sız}$ adet nötrondan, (X . 1 . 1) târifini de göz önünde bulundurarak, $\beta N_{sız}$ kadarının tekrar çoğaltkan ortama avdetini sağlamakta ve bir nötron nesli boyunca ortamı bihakkın terkeden nötronların sayısı da böylece

$$\widetilde{N}_{sız}=N_{sız}-\beta N_{sız}=(1-\beta)N_{sız} \qquad \text{(X.9.2)}$$

olmaktadır. (X . 9 . 1) ve (X . 9 . 2) göz önünde tutularak

$$k'_{et}=\frac{k_{\infty}}{1+(1-\beta)\dfrac{N_{sız}}{N}} \qquad \text{(X.9.3)}$$

yazılır. IX . 7 de yapmış olduğumuz hesap neticesine göre

$$\frac{N_{sız}}{N}=L^2B^2_g$$

olduğundan (X . 9 . 3) ifâdesi

$$\boxed{k'_{et}=\frac{k_{\infty}}{1+(1-\beta)L^2B^2_g}} \qquad \text{(X.9.4)}$$

şeklini alır.

Eğer göz önüne aldığımız sistemin kritik olmasını istiyorsak $k'_{et}=1$ olur ve (X . 9 . 4) den de

$$\boxed{B^2_g=\frac{k_{\infty}-1}{(1-\beta)L^2}} \qquad \text{(X.9.5)}$$

bulunur ki ortamın şekline göre B^2_g nin ifâdesi mâlûm olduğundan buradan çoğaltkan ortamın kritik boyutları derhâl elde edilir.

Eğer çoğaltkan ortam silindir şeklindeyse ortamın yan tarafındaki yansıtıcıyla uçlarındaki yansıtıcılar için β nın ifâde ve değerleri farklıdır. Bu takdirde bu farklı albedoları alanlar üzerinden ortalamakla ortalama bir $<\beta>$ albedosu târif etmek lâzımdır. Aynı şey muhtelif yüzleri farklı kalınlıktaki yansıtıcılarla çevrili paralelyüzlü şeklindeki çoğaltkan bir ortam için de câriîdir.

Bununla beraber yalnız başına kullanıldığında bu usûl kaba bir takribiyet teşkil etmektedir. Bir yansıtıcıyla çevrili, sonlu yaygınlığı haiz çoğaltkan ortamlar göz önüne alındığında çoğaltkan ortamla yansıtıcı arasındaki S arayüzeyinde nötron yoğunluğu $\vec{r}$ yervektörünün fonksiyonu olacağından

$$\beta_{top} = \frac{\iint_S \vec{J}_-(\vec{r})\, d\vec{S}}{\iint_S \vec{J}_+(\vec{r})\, d\vec{S}} \qquad (X,9.6)$$

ile belirlenmiş bir *toplam albedo* târif etmek ve sonra, lûzumu hâlinde, bir üst paragraftaki ortalama işlemine geçmek çok daha uygun görünmektedir.

Kolayca görüldüğü gibi bu metot geçen paragrafta izah edilen eşdeğer çıplak çoğaltkan ortam metoduna nisbetle çok daha basittir. Her iki metot arasındaki fark, eşdeğer çıplak çoğaltkan ortam metodunun yansıtılmış ortamı kritik kılan nükleer yakıt yoğunluğunu vermesine mukabil bu ikinci metodun, yansıtılmış çoğaltkan ortamın kritik boyutlarını doğrudan doğruya verebilmesindedir.

k'_{et} in ifâdesinden kolayca görülebileceği üzere $\frac{\widehat{N}_{sız}}{N} = (1-\beta)L^2B^2_g$, çoğaltkan ortamdaki bir nötronun ortamın nötron bilânçosu bakımından kat'i bir kayıp teşkil etmesi ihtimalini vermektedir.

10. **Yansıtılmış Ortamlar İçin Reaktiflik Tasarrufu.** — Şimdi etkin çoğalma katsayısı k_{et} olan, etrafı boşlukla çevrili bir çoğaltkan ortam göz önüne alalım. Bunun geometrik akıbükümü B^2_g olsun. Aynı ortamı, şimdi, yansıtma katsayısı β olan bir yansıtıcıyla çevreleyelim ve bu hâle tekâbül eden k'_{et} etkin çoğalma katsayısının da (X . 9 . 4) ile verileceğini hatırlatalım. Çoğaltkan ortamın B^2_g si değişmediğine göre yalnız

yansıtıcı tesiriyle ortamın eskisine nazaran reaktifliği ne kadar artmıştır, bunu araştıralım. Ortamı sâdece bir yansıtıcıyla çevrelemek sûretiyle elde edilecek olan bu fazla reaktifliğe «**reaktiflik tasarrufu**» adını vereceğiz. Bu, yansıtıcıyla çevrelendiğinde, ortamın etkin çoğalma katsayısında vuku bulacak izâfî artışla ifâde olunacaktır:

$$\frac{k'_{et} - k_{et}}{k_{et}} = \frac{\Delta k_{et}}{k_{et}} = \frac{\beta L^2 B^2_g}{1 + (1 - \beta) L^2 B^2_g} \qquad \text{(X.10.1)}$$

Şimdi bir de çıplak bir çoğaltkan ortamın k_{et} iyle yansıtılmış aynı ortamın k'_{et} i arasındaki bağıntıyı tesis edelim. Her iki ortam için de B^2_g aynı olup çıplak ortam göz önüne alındığında (IX . 7 . 11) den

$$B^2_g = \frac{k_\infty - k_{et}}{k_{et} L^2} \qquad \text{(X.10.2)}$$

ve yansıtılmış ortam göz önüne alındığında ise (X . 9 . 4) den de

$$B^2_g = \frac{k_\infty - k'_{et}}{(1-\beta) k'_{et} L^2} \qquad \text{(X.10.3)}$$

elde edilir. Bu son iki ifâdeden de

$$\boxed{k'_{et} = \frac{k_{et}}{(1 - \beta) + \beta \dfrac{k_{et}}{k_\infty}}} \qquad \text{(X.10.4)}$$

bulunur.

$\beta = 0$ ise, yâni çoğaltkan ortamın etrafında yansıtıcı yok da boşluk varsa bu formül $k'_{et} = k_{et}$ e, ve şâyet $\beta = 1$ ise, yâni çoğaltkan ortamın etrafındaki yansıtıcı ortamla aynı nükleer vasıfları haizse ve sonsuza kadar uzanıyorsa $k'_{et} = k_\infty$ bulunur ki böyle olacağı zâten bedihîdir.

ALIŞTIRMALAR:

1. Gâyet dar bir yansıtıcı ortamla çevrelenmiş dilim şeklinde çoğaltkan bir ortam göz önüne alalım. Yansıtıcının çok dar olmasından dola-

yı bu hâle difûzyon teorisi tatbik edilemez. Bununla beraber çoğaltkan ortamda yansımış nötronların J_- akımı sıfır olmadığından sâdece

$$\beta = \frac{J_-}{J_+}$$

bağıntısından istifâde etmek suretiyle nötron akısının sıfır olduğu d uzatılmış (ekstrapole) uzunluğunu hesaplayınız ve göz önüne alınan hâl için bunun β ya bağlı olduğunu gösteriniz. $\beta = 0$ olduğu takdirde, yâni çoğaltkan ortam bir yansıtıcıyla çevrili olmadığı zaman bulduğunuz formülün, uzatılmış uzunluğun klâsik ifâdesine müncer olacağını gösteriniz.

2. 0_1 ve 0_2 diye, bir A aradüzlemiyle sınırlı, yapışık iki ortam olsun. 0_1 deki bir nötronun 0_2 ye geçtikten sonra tekrar 0_1 e yansıtılması ihtimaline β_{21} ve böylece 0_2 den 0_1 e yansıtılmış olan nötronun 0_1 den 0_2 ye yansıtılması ihtimâline de β_{12} diyelim. Bu takdirde aynı bir nötronun 0_1 den 0_2 ye n defa yansıtılması, yâni A düzlemini $0_1 \rightarrow 0_2$ doğrultusunda n defa geçtikten sonra 0_2 de kalması ihtimâli nedir?

Bir nötronun A aradüzlemini ortalama olarak kaç kere geçeceğini hesaplayınız.

3. Her yanından simetrik bir şekilde yansıtılmış küresel bir çoğaltkan ortam için δ yansıtma tasarrufunun ifâdesini tesis edip bunun, muhtelif hâller için münakaşasını yapınız.

4. T kalınlığındaki bir yansıtıcıyla çevrili bir çoğaltkan ortamdaki maksimum nötron akısının ortalama nötron akısına olan oranını T cinsinden ifâde ediniz ve tesis ettiğiniz formülü münakaşa ediniz.

Elde ettiğiniz formülden faydalanarak, $\frac{D_y}{D_k} \approx 1$ olacak şekilde, kalbi çok miktarda Be ihtivâ eden Be ile çevrili bir çoğaltkan ortamda $\frac{\phi_{max}}{\langle\phi\rangle}$ oranını $0 \leqq T \leqq 50$ cm aralığında ve ortamın H kalınlığını H=25, 50 ve 75 cm lik değerleri için hesaplayıp grafiğini çiziniz. Be için:

$$\varkappa_y = 0{,}0423 \text{ cm}^{-1},$$

dir.

5. Eşitenerjili nötronlarla işleyen R yarıçapını haiz çoğaltkan bir ortam $\tilde{R} - R$ kalınlığında ve farklı nükleer özellikleri haiz bir yansıtı-

cıyla çevrelenmiştir. Yansıtıcıyla çoğaltkan ortam arasında nötron absorplayıcı sonsuz ince bir tabaka bulunmaktadır. Bu absorplayıcı tabaka, üzerine düşen nötronlardan ancak α kadar bir kesrinin bir yandan öbür yana iletilmesine müsaade etmektedir.

Bu sistem için kritiklik denklemini bulup α iletim katsayısı 1 e gittiği zaman bu ifâdenin de yansıtılmış küresel bir çoğaltkan ortam için mâlûm bağıntıya müncer olacağını gösteriniz.

$k(\alpha)$ için bir ifade bulup $\alpha = 0,95$ ve $0,80$; $R = 50$ cm; $\widehat{R} - R =$ 25 cm; $\varkappa_y = 0,02\ m^{-1}$; $D_y = D_k = 1$ cm ve $L^2_k = 128\ cm^2$ için

$$\frac{\delta k}{k(\alpha)} = \frac{k(1)}{k(\alpha)} - 1$$

ifâdesini hesaplayınız.

XI. DERS

Nörtonların Yavaşlamasına Giriş

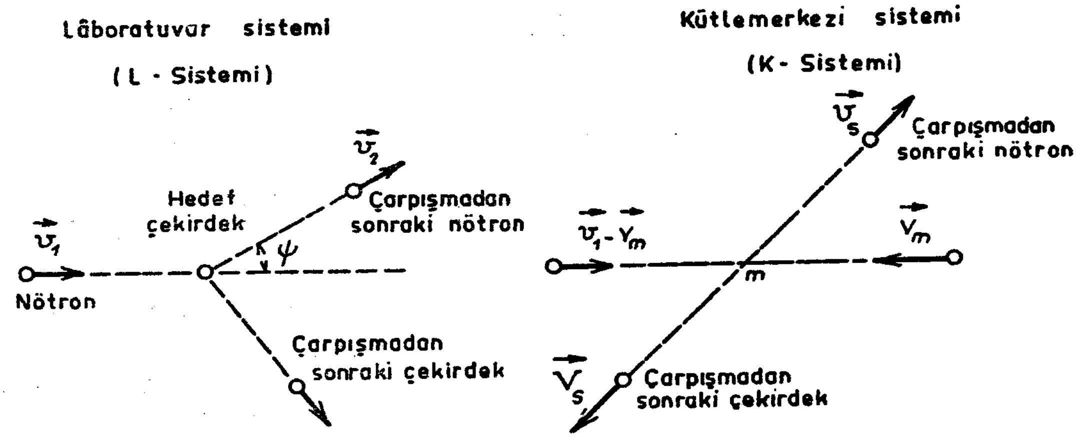
Esnek saçılma kanunları - Bir çarpışmada kaybedilen maksimum enerji - Bir çarpışmada E_1 den E_2 enerjisine düşme ihtimâli - Letarji târifi - Ortalama logaritmik enerji kaybı - Ortamların yavaşlatma gücü - Yavaşlatma oranı.

1. **Esnek Saçılma.** — Çoğaltkan ortamlarda fisyon nötronlarının yüksek enerjilerden ılık enerjiye kadar yavaşlamalarını sağlayan ameliye, bunların ortamdaki atom çekirdekleriyle vâki olan çarpışmalarıdır. Esnek olmayan çarpışmalar ancak pek yüksek enerjili nötronlar için bahis konusu olduğundan biz bu derste sâdece esnek çarpışma yoluyla nötronların yavaşlamalarını ve saçılmalarını incelemeğe çalışacağız.

Nötronlar üzerinde yapılan bütün ölçüler tabiî olarak deneycinin bağlı olduğu referans sistemine, yâni deneycinin sükûnette olduğu referans sistemine nisbet edileceklerdir. Deneycinin sükûnette bulunduğu referans sistemi nötronlar üzerinde deneyler yapmakta olduğu lâboratuvarıdır. Bu referans sistemine **«lâboratuvar sistemi»** veyâ kısaca **L-sistemi** adını vereceğiz.

Ancak, esnek çarpışmayı göz önüne aldığımızda, bu olayı, mermi vazifesini gören nötronla hedef çekirdeğin müşterek kütle merkezine bağlı **«kütle merkezi sistemi»** ne **(K-sistemine)** nisbet ederek incelemek, neticelerin çok kere daha basit bir tarzda elde edilmesini sağlamaktadır. Bu neticeleri, bir kere elde ettikten sonra, uygun bir dönüşümle L-sistemi için ifâde etmek kolaydır.

Hesapları kolaylaştırmak için nötronun kütlesini 1 e eşit farzedeceğiz ve meseleyi basitleştirmek gâyesiyle, sükûnette olduğunu farzedeceğiniz hedef çekirdeğin kütlesi olarak da bunun A atom kütlesini alacağız. Şimdi Şekil: XI.1 deki gibi L-sistemine göre sükûnette bulunan bir hedef çekirdeğe $\vec{v}_1$ gibi bir hızla yaklaşan bir nötron mermisi düşünelim. Mermi nötronla hedef çekirdeğin bu referans sistemindeki müşterek m kütle merkezini göz önüne alacak olursak m noktasının,



Şekil: XI.1. Bir nötronla bir çekirdeğin çarpışması.

bu iki cismi birleştiren doğru üzerinde bulunması gerektiği ve hedef çekirdeğin de sükûnette olmasından dolayı, nötronun harekette oluşu hasebiyle, hedef çekirdeğe muayyen bir hızla yaklaşmakta olduğu anlaşılır. m kütle merkezinin hedef çekirdeğe müteveccih olan bu izâfî hızına $\vec{V}_m$ diyelim.

Mekanik kanunları nokta-i nazarından bu «nötron - hedef çekirdek» sistemi iki türlü telâkki edilebilir; her iki telâkki de mekaniğin kanunlarına göre birbirlerine eşdeğerdir:

a) Yukarıda anlatıldığı şekilde mermi nötron sükûnetteki hedef çekirdeğe doğru gitmektedir, veyâ

b) m kütle merkezine yerleştirilmiş (A+1) kütleli maddesel bir nokta $\vec{V}_m$ hızıyla hareket etmektedir.

Bu iki görüş tarzından birincisine göre sistemde hareket hâlinde olan, sâdece nötronun kütlesi olduğundan, sistemin genel lineer impulsu

$$1 . \vec{v}_1$$

dir. İkinci görüş tarzına göre ise sistemin, m kütle merkezinde toplanmış olan (A+1) toplam kütlesi $\vec{V}_m$ hızıyla hareket etmektedir. Bu görüş tarzına göre genel lineer impuls, bu sefer de

$$(A+1)\,.\,\vec{V}_m$$

olacaktır. Her iki sistem de birbirlerine denk olduklarından bu impulsların da biribirlerine eşit olacakları âşikârdır. Buradan:

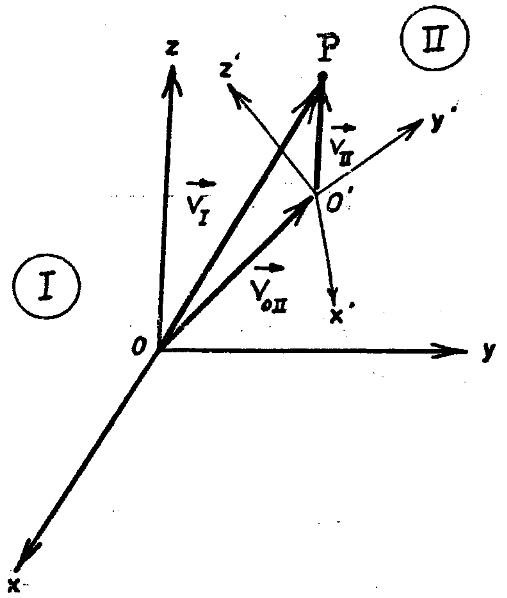
$$1\,.\,\vec{v}_1 = (A+1)\,.\,\vec{V}_m$$

ve dolayısıyla kütle merkezinin hızının mutlak değeri olarak da

$$V_m = \frac{v_1}{A+1} \qquad \text{(XI.1.1)}$$

bulunur.

Meselenin K - sisteminde nasıl mütâlea edildiğine geçmeden önce Mekanikte bir referans sisteminden ötekine geçildiği zaman hızların nasıl dönüştüğünü kısaca hatırlatalım: I ve II referans sistemlerinden II



Şekil: XI.2. Hızların terkibi.

nin orijininin I in orijinine göre olan hızı $V_{0,II}$ ve II deki bir P noktasının II nin orijinine göre olan hızı da V_{II} olsun; Şekil: XI.3 den de derhâl görüleceği gibi, P nin I sistemine göre V_I hızı, vektörlerin toplam kuralı gereğince:

$$\vec{V}_I = \vec{V}_{II} + \vec{V}_{0,II}$$

olur, yâni P nin I e göre V_I mutlak hızı, bunun II ye göre $\vec{V}_{II}$ izafî hızıyla II sisteminin I e göre $\vec{V}_{0,II}$ sürüklenme hızının vektörel toplamına eşittir.

K - sisteminin L - sistemine göre sürüklenme hızı, âşikâr olarak $-\vec{V}_m$ dir. Buna binâen ve evvelki formüle dayanarak mermi nötronun K sistemindeki V_K hızının mutlak değerinin de

$$V_{II} + V_{0,II} = V_I = V_K = V_L - V_m = v_1 - V_m$$

olduğu bulunur. Öte yandan hedef çekirdeğin K - sistemindeki hızının da $-V_m$ olduğu âşikârdır.

K - sisteminde cârî impuls korunumu kanunundan

$$1 \cdot (v_1 - V_m) = A \cdot V_m$$

yazılır ki (XI . 1 . 1) i göz önünde bulundurarak

$$v_1 - V_m = \frac{v_1 A}{A+1} \qquad \text{(XI.1.2)}$$

elde ederiz.

Nötronun, hedef çekirdeğe çarpmasından sonra K - sisteminde, ilk yönüne nisbetle yaptığı açıyı θ ile gösterelim. Bu sistemde m kütle merkezi sâbit olduğundan çarpışmadan sonra da, sapan nötron m kütle merkezi ve sapan çekirdek gene aynı bir doğru üzerinde bulunacaklardır. (Şekil: X . 1). Çarpışmadan sonra nötronun hızı $\vec{v}_s$ ve hedef çekirdeğinki de $\vec{V}_s$ ye inkılâbetmişlerse gene impuls korunumu kanunundan ötürü

$$1 \cdot v_s = A \cdot V_s \qquad \text{(XI.1.3)}$$

yazabiliriz.

K da çarpışma öncesi ve sonrası sistemin kinetik enerjisinin korunması, (XI . 1 . 1) ve (XI . 1 . 3) formülleri vâsıtasıyla

$$\frac{1}{2}\cdot 1\cdot\left(\frac{v_1 A}{A+1}\right)^2+\frac{1}{2}\cdot A\cdot\left(\frac{v_1}{A+1}\right)^2=\frac{1}{2}\cdot 1\cdot v_s^2+\frac{1}{2}\cdot A\cdot V_s^2$$

şeklinde ifâde olunur. Buradan da, (XI . 1 . 3) bağıntısı dolayısıyla derhâl görüleceği üzere

$$v_s=\frac{v_1 A}{A+1}, \qquad V_s=\frac{v_1}{A+1} \tag{XI.1.4}$$

bulunur.

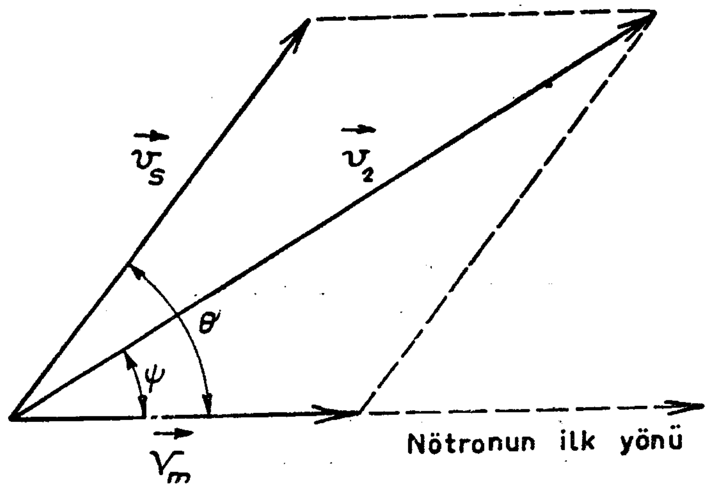
Gene (XI . 1 . 1) ve (XI . 1 . 2) yi göz önünde bulundurarak K - sisteminde gerek mermi vazifesi gören nötronun ve gerekse hedef çekirdeğin çarpışmadan evvel de çarpışmadan sonra da, hızlarının aynı kaldığı tesbit edilmiş olur:

$$v_1-V_m=v_s \quad , \quad V_m=V_s \; .$$

$\vec{v}_2$ çarpışmadan sonra nötronun L - deki hızı, $\vec{v}_s$ çarpmadan sonra K - daki hızı ve $\vec{V}_m$ de K - nın L - ye göre sürüklenme hızı olduklarından hızların bileşim kuralı uyarınca

$$\vec{v}_2=\vec{v}_s+\vec{V}_m$$

olacaktır (Bk. Şekil: XI . 3).



Şekil: XI . 3

Şekil: XI . 3 vâsıtasıyla

$$v_2^2=V_m^2+v_s^2+2v_s V_m \cos\theta$$

yazmak kaabildir. V_m ve v_s nin (X . 1 . 1) ve (XI . 1 . 4) ile verilen değerlerini bu son bağıntıya yerleştirmek sûretiyle

$$v_2^2 = \left(\frac{v_1}{A+1}\right)^2 + \left(\frac{v_1 A}{A+1}\right)^2 + 2\frac{A v_1^2}{(A+1)^2}\cos\theta$$

$$= v_1^2 \frac{A^2 + 2A\cos\theta + 1}{(A+1)^2} \qquad \text{(XI.1.5)}$$

elde edilir.

L - sistemindeki bir nötronun bir atom çekirdeği ile çarpışmasından sonra haiz olduğu kinetik enerjinin, çarpışmanın vukuundan evvel haiz olduğu kinetik enerjiye olan oranı bu son bağıntı vâsıtasıyla kolayca elde edilir:

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{v_2^2}{v_1^2} = \frac{A^2 + 2A\cos\theta + 1}{(A+1)^2} \,. \qquad \text{(XI.1.6)}$$

Bu oranın maksimum değeri, başka bir deyişle minimum enerji kaybı $\theta=0$ olduğu zaman, yâni nötronun hedef çekirdeği sıyırıp geçmesi hâli için vuku bulur; bu takdirde (XI . 1 . 6) ifâdesi

$$\frac{E_2}{E_1} = 1 \,, \quad \text{yâni } E_2 = E_1$$

olur; dolayısıyla nötron bu cins çarpışmalarda kinetik enerjisinden bir şey kaybetmez. Buna mukabil nötronun en fazla enerji kaybettiği çarpışma, hedef çekirdekle kafa kafaya tokuştuğu, yâni $\theta=\pi$ olduğu hâlidir. Buna göre

$$\frac{\mathrm{Min}(E_2)}{E_1} = \left(\frac{A-1}{A+1}\right)^2 = \alpha \longrightarrow \mathrm{Min}(E_2) = \alpha E_1 \qquad \text{(XI.1.7)}$$

olur.

Şu hâlde bir nötronun E_1 enerjisinin bir tek çarpışmada düşebileceği en küçük değer αE_1 ile verilmektedir. Buna göre bir nötronun tek bir çarpışmada kaybedebileceği en büyük enerji de

$$\mathrm{Max}(\Delta E) = E_1 - E_2 = E_1(1-\alpha) \qquad \text{(XI.1.8)}$$

α nın (X . 1 . 7) ile verilmis olan ifâdesini A va göre bir seriye açabiliriz.

$$\alpha = 1 - \frac{4}{A} + \frac{8}{A^2} - \frac{12}{A^3} + \cdot$$

Eğer A kâfi derecede büyükse (A$>$50)

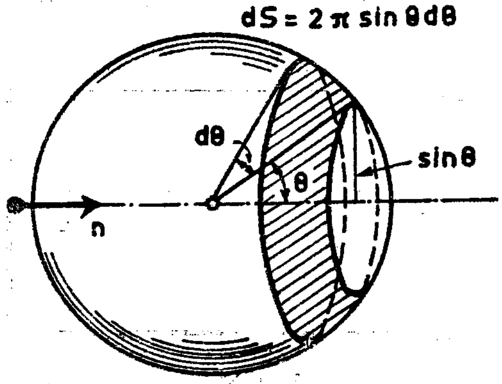
$$\alpha \cong 1 - \frac{4}{A}$$

alınabilir. Ayrıca E_2/E_1 in de (XI . 1 . 6) ile verilen genel ifâdesinin de, α nın fonksiyonu olarak

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{1}{2}\left[(1+\alpha) + (1-\alpha)\cos\theta\right] \qquad \text{(XI.1.9)}$$

şekline müncer olacağı kolaylıkla tahkik olunabilir.

2. **Esnek Saçılma İhtimâli.** — Bir kaç MeV den aşağı kinetik enerjiyi haiz nötronların esnek saçılmalarının K - kütle merkezi sisteminde eşyönlü olduğu, yâni küresel simetriyi haiz oldukları denel olarak tesbit edilmiştir.



Şekil: XI . 4

Eşyönlü bir saçılma için bir nötronun, θ ile $\theta + d\theta$ sapma açıları arasında kalan bir $d\Omega$ katı açısı içine saçılması ihtimâli, saçılmanın eşyönlü olması dolayısıyla küresel bir simetriyi haiz olduğu farzedildiğine göre, doğrudan doğruya elemanter $d\Omega$ katı açısıyla orantılı olacaktır. Şekil: XI . 4 ün de yardımıyla bu ihtimâl için:

$$p(\theta)\,d\theta = \frac{d\Omega}{4\pi} = \frac{2\pi\sin\theta}{4\pi}\,d\theta$$
$$= \frac{1}{2}\sin\theta\,d\theta \qquad \text{(XI.2.1)}$$

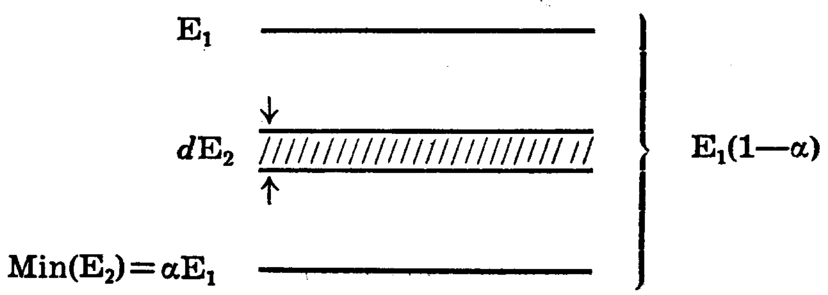
bulunur. Öte yandan E_1 kinetik enerjisini haiz bir nötronun, esnek bir çarpışmaya mâruz kaldıktan sonra, enerjisinin (E_2, E_2+dE_2) enerji aralığına düşmesi ihtimâli olarak da

$$g(E_1 \rightarrow E_2)\,dE_2 = p(\theta)\left|\frac{d\theta}{dE_2}\right| dE_2$$

bulunur. Burada dE_2 ile $d\theta$ nın cebrik işâretleri göz önünde tutularak mutlak değer alınmış bulunmaktadır. Gerçekten de E_2 nin bir dE_2 pozitif artışı da θ bir $d\theta$ eksilmesi doğurur. Hâlbuki bir ihtimâli göstermesi bakımından $g(E_1 \rightarrow E_2)$ esas itibâriyle pozitif bir büyüklük olarak târif edilmiştir. Bunun için $d\theta/dE_2$ nin mutlak değerini almak zarûrîdir. Bu keyfiyeti göz önünde tutarak (XI.1.9) vâsıtasıyla $g(E_1 \rightarrow E_2)$ ihtimâlinin açık ifâdesi alarak

$$\boxed{g(E_1 \rightarrow E_2)\,dE_2 = \frac{dE_2}{(1-\alpha)E_1}} \qquad \text{(XI.2.2)}$$

elde edilir. Bu sonuç Şekil: XI.5 den de çok hadsî bir şekilde elde edilebilir.



Şekil: XI.5
E_1 kinetik enerjisini haiz bir nötronun esnek bir çarpışmaya mâruz kaldıktan sonra enerjisinin bir (E_2, E_2+dE_2) aralığına intikal etmesi ihtimali dE_2 muhtemel enerji aralığını mümkün $E_1(1-\alpha)$ enerji aralığına bölmekle elde edilir.

Şimdi gene Şekil: XI.3 e dönerek $\vec{v}_2$ yi $\vec{V}_m$ üzerine izdüşürelim. $\vec{v}_2 = \vec{v}_s + \vec{V}_m$ bağıntısı mûcibince

$$v_2 \cos\psi = v_s \cos\theta + V_m$$
$$= \frac{v_1 A}{A+1}\cos\theta + \frac{v_1}{A+1}$$

bulunur. Öte taraftan (XI . 1 . 5) de kullanılarak

$$\cos\psi = \frac{A\cos\theta + 1}{\sqrt{A^2 + 2A\cos\theta + 1}} \tag{XI.2.3}$$

elde edilir.

Her ne kadar K - sisteminde nötronların difüzyonu eşyönlüyse de, L - sisteminde bu artık cârî değildir, ve burada eşyönlülükten inhiraf ölçüsü de lâboratuvar sistmindeki ψ sapma açısının kosinüsünün ortalama değeridir. Bu ortalama değer, âşikâr olarak $p(\theta)$ saçılma ihtimâli üzerinden bir ortalamayla elde edilir:

$$\overline{\mu_0} = \overline{\cos\psi} = \int_0^\pi \cos\psi\, p(\theta)\, d\theta = \frac{1}{2}\int_0^\pi \frac{1 + A\cos\theta}{\sqrt{A^2 + A\cos\theta + 1}}\sin\theta\, d\theta$$
$$= \frac{2}{3A} \tag{XI.2.4}$$

Eğer A çok büyükse $\overline{\cos\psi} \approx 0$ addedilebilir. Bu takdirde L - sisteminde de hemen hemen eşyönlü bir nötron difüzyonunun vuku bulduğundan bahsedilebilir. Fakat buna mukabil, meselâ nötronlar hidrojen çekirdeklerine çarpsalar $\overline{\cos\psi} = \frac{2}{3}$ olacağından, K - sisteminde nötronların saçılmasının eşyönlü olmasına karşılık, L - sisteminde eşyönlülükten bahsedilemez. Burada nötronlar daima ön istikametlere saptırılmak temâyülündedirler. İşte bu olayı göz önünde bulundurarak VI. dersten itibâren λ_s ortalama serbest esnek saçılma yolu yerine, eşyönlülükten inhirafı da göz önüne alan ve

$$\lambda_{tr} = \frac{\lambda_s}{1 - \overline{\mu_0}}$$

ile târif olunan *ortalama serbest transport yolu*nu ithâl etmiş bulunuyoruz.

3. **Letarji Değişkeni.** — Bir çok hesaplarda ifâde tasarrufu sağlaması dolayısıyla letarji kavramını şimdiden ithâl etmek istiyoruz. E_0 ile fisyon nötronları için uygun seçilmiş bir başlangıç enerjisini göstermek sûretiyle bu nötronların, doğdukları andan itibâren belirli bir $E(<E_0)$ enerjisine kadar yavaşlamasına tekabül eden u letarjisi

$$u = \ln \frac{E_0}{E} \tag{XI.3.1}$$

ile ifâde olunur. Bu târife göre fisyon nötronlarının letarjisinin sıfır olacağı âşikârdır.

Eğer bir nötronun, esnek bir çarpışmaya mâruz kalmazdan önceki E_1 enerjisine tekabül eden letarjisi u_1 ve çarpışmadan sonra haiz olduğu E_2 enerjisine tekabül eden letarjisi de u_2 ise (XI . 3 . 1) târifi gereğince

$$u_2 - u_1 = \ln \frac{E_1}{E_2}$$

yazılabilir. Bu ifâde, bu çarpışmada nötronun logaritmik enerji kaybını verir. Mâlûm olduğu üzere lâlettâyin bir E_1 kinetik enerjisini haiz bir nötronun bir esnek çarpışma sonunda enerjisi ancak $(\alpha E_1, E_1)$ aralığında E_2 gibi bir enerjiyi ihtivâ eden bir dE_2 aralığı içine düşebilir. Böyle bir çarpışmada nötronun ortalama logaritmik enerji kaybı $\ln \frac{E_1}{E_2}$ nin $g(E_1 \to E_2)$ ihtimâli üzerinden ortalamasını alarak elde edilecektir:

$$\overline{\ln \frac{E_1}{E_2}} = \xi = \frac{\int_{\alpha E_1}^{E_1} \ln \frac{E_1}{E_2} \cdot g(E_1 \to E_2) dE_2}{\int_{\alpha E_1}^{E_1} g(E_1 \to E_2) dE_2} = 1 + \frac{\alpha}{1-\alpha} \ln \alpha$$

$$= 1 + \frac{(A-1)^2}{2A} \ln \frac{A-1}{A+2} \tag{XI.3.2}$$

bulunur. ξ ye ortalama logaritmik enerji kaybı veyâ yavaşlama parametresi denir. Eğer $A > 10$ ise iyi bir takribiyetle

$$\xi = \frac{1}{A + \frac{2}{3}} \tag{XI.3.2}$$

yazmak kaabildir. Burada mühim bir netice meydana çıkmaktadır. (X . 3 . 2) ifâdesi nötronun enerjisi ne olursa olsun, esnek bir çarpışma esnasında daimâ sâbit bir ortalama logaritmik enerji kaybına dûçâr olduğunu göstermektedir. Şu hâlde muayyen bir Δu letarji aralığı katedebilmek için nötronun ortalama olarak

$$n = \frac{\Delta u}{\xi} = \frac{1}{\xi} \ln \frac{E_1}{E_2} \qquad (XI.3.4)$$

kere esnek çarpışmaya mâruz kalması lâzımdır. (XI . 3 . 2) ye binâen hidrojen için $\xi = 1$ olduğundan hidrojenli bir ortamda bir nötronun belirli bir Δu letarji aralığını katederken mâruz kaldığı ortalama çarpışma sayısı şu hâlde bu Δu letarji aralığının değerine eşit olacaktır.

Letarji târifine dayanarak (XI . 3 . 1) den

$$du = -\frac{dE}{E} \quad \text{ve} \quad E = E_0 \, exp\,(-u) \qquad (XI.3.5)$$

yazılır. Bunlara binâen (XI . 2 . 2) ihtimâlinin ifâdesi de

$$g\,(u_1 \rightarrow u_2)\, du_2 = \frac{exp\,(u_1 - u_2)}{1 - \alpha}\, du_2 \qquad (XI.3.6)$$

şeklini alır.

Şuna da işaret edelim ki eğer göz önüne alınan bir ortam m adet çekirdek cinsinden terekküp ediyorsa, bu takdirde $\Sigma_{s,k}$ ile k - ıncı cinse mensup çekirdeğin makroskopik saçılma tesir kesidini ve ξ_k ile de aynı cinse tekabül eden çarpışma başına logaritmik enerji kaybını göstermek üzere bu ortama tekabül eden ortama bir $<\xi>$ büyüklüğünü

$$<\xi> = \frac{\sum_{k=1}^{m} \Sigma_{s,k}\, \xi_k}{\sum_{k=1}^{m} \Sigma_{s,k}} \qquad (XI.3.7)$$

şeklinde târif etmek kabildir.

4. **Yavaşlama Gücü.** — (X . 3 . 4) formülüne dayanarak ξ nin göz önüne alınan bir ortamın yavaşlatma kabiliyetinin bir ölçüsü olduğunu anlamak kolaydır. Filhakika, belirli bir Δu letarji aralığı verildiğinde bir nötron bu letarji aralığını ne kadar az sayıda çarpışma sonunda katetmiş olursa göz önüne alınan ortam da o kadar fazla bir yavaşlatma kabiliyetine sahiptir demektir. n çarpışma sayısı ise ancak, ξ ne kadar büyük olursa o kadar küçük bir değeri haiz olacaktır. Şu hâlde ξ nin mümkün olduğu kadar büyük olması lâzımdır.

Bununla beraber nötronun göz önüne alınan ortamda esnek çarpışmaya mâruz kalması ihtimalinin küçük olması hâli ξ nin ifâde etmek istediği şeyi hükümsüz kılar. Filhakika ξ si çok büyük fakat, esnek çarpışma ihtîmâlinin bir ölçüsü demek olan Σ_s si çok küçük olan bir ortamın nötronları yavaşlatmak kabiliyetinden bahsolunabilir mi? Şu hâlde bir ortam için Σ_s ne kadar büyükse, ξ nin de büyük olması hâlinde, o ortamın nötronları yavaşlatma kabiliyeti de o kadar büyüktür demektir. Bütün bu söylediklerimizden $\xi\Sigma_s$ çarpımının bir ortamın nötron yavaşlatma kabiliyeti için bir kıstas olabileceği kolayca anlaşılır. $\xi\Sigma_s$ ne kadar büyükse ortam da, nötronları o kadar çok yavaşlatma kabiliyetine sâhip olacaktır. Bu sebepten $\xi\Sigma_s$ büyüklüğüne **«yavaşlatma gücü»** adı verilir.

Bununla beraber sâdece yavaşlatma gücünün yüksek olması bir ortamın pratik bakımdan iyi bir yavaşlatıcı olduğuna delâlet etmez. Filhakika karbona nisbetle yüksek bir $\xi\Sigma_s$ ye mâlik olan bor (B) yavaşlatıcı olarak aslâ kullanılmaz zirâ haiz olduğu yüksek nötron yutma kabiliyetinden ötürü bor içinde nötronlar yavaşlamaya vakit bulamadan yutulurlar. Şu hâlde aynı yavaşlatma gücünü haiz iki ortamdan ancak en küçük Σ_a yı haiz olanı diğerine nisbetle daha büyük bir nötron yavaşlatma kabiliyetine sahip olacaktır. Başka bir ifâde tarzıyla, hangi ortam için

$$\frac{\xi\,\Sigma_s}{\Sigma_a} \qquad \text{(XI.4.1)}$$

daha büyükse o ortam daha iyi bir nötron yavaşlatıcı addolunacaktır. Bu $\xi\Sigma_s/\Sigma_a$ ifâdesine göz önüne alınan ortamın **«yavaşlatma oranı»** denir.

Cetvel X . 1, müessir bazı yavaşlatıcıların yavaşlatma güç ve oranları hakkında bir fikir vermektedir.

Yavaşlatma	Yavaşlatma gücü	Yavaşlatma Oranı
H_2O	1.53	70
D_2O	0.177	211.000
Be	0.160	150
C	0.063	170

Bu cetvelden, D_2O nun en müessir yavaşlatıcı madde olduğu anlaşılmaktadır.

ALIŞTIRMALAR:

1. Grafit için ılık nötronların difüzyon katsayılarını, uzatılmış (ekstrapole) uzunluklarını difüzyon uzunluklarını hesaplayınız.

Not: Grafit için $\sigma_a = 0{,}0045$ barn, $\sigma_s = 4{,}8$ barn ve özgül kütle $= 1{,}62$ gr/cm^3 dür.

2. Hidrojenin ılık nötronlar için σ_s esnek saçılma tesir kesidinin 38 barn olduğunu bilerek ılık nötronların hidrojen gazı içindeki ortalama serbest transport yolunu hesaplayınız.

3. Be çekirdekleriyle 40 defa çarpıştıktan sonra, 2 MeV lik bir nötronun enerjisi kaç eV e düşer? Aynı nötronun aynı enerji seviyesinden daha aşağıya düşmesi için grafit içinde karbon çekirdekleriyle kaç çarpışma yapması lâzımdır?

4. Bir grafit bloku çindei MeV lik bir nötronun enerjisinin 20 keV e düşebilmesi için, nötronun karbon atomlarıyla kaç defâ çarpışması lâzım gelir? Aynı nötronun ılık enerjiye vâsıl olabilmesi için toplam çarpışma sayısı ne olacaktır?

XII. DERS

Sonsuz ve Homogen Ortamlarda Nötronların Yavaşlaması

Reaktörler Teorisinin 1. temel teoremi - Tek bir çarpışmada E_0 enerjisinden E ye intikal ihtimali ve E_0 dan E nin altında herhangi bir enerjiye intikal ihtimali: $g(E_0 \rightarrow E)$ ve $G(E_0, E)$ - Çarpışma yoğunluğu - Hidrojenli ortamlarda yavaşlama - Rezonanstan kaçma ihtimali - $A > 2$ olan ortamlarda yavaşlama - PLACZEK çözümü - Asimtotik çözüm - Zayıf absorplama için FERMİ çözümü - Aralıklı rezonanslar için WİGNER çözümü - Yavaş değişen absorplama için GÖRTZEL-GREULİNG çözümü - Çeşitli çekirdek nev'ilerinden müteşekkil ortamlar için çözüm.

1. **Reaktörler Teorisinin 1. Temel Teoremi.** — Sonsuz ve homogen ortamlarda nötronların yavaşlaması meselesine, yâni başka bir deyişle, nötron yoğunluğunun enerjiye bağlı olarak nasıl değiştiği meselesine girmeden önce «*Rektörler Teorisinin* 1. *Temel Teoremi*» diye anılan şu teoremi, ispatını vermeden, ifâde etmek istiyoruz:

Çıplak ve homogen bir kritik ortamdaki kararlı $\phi(\vec{r},E)$ *nötron akısı*

$$\phi(\vec{r},E) = \varphi(\vec{r})\,\psi(E) \qquad \text{(XII.1.1)}$$

şeklinde uzay ve enerji kısımlarına ayrışabilir ve $\varphi(\vec{r})$ *uzay kısmı da*

$$\nabla^2 \varphi(\vec{r}) + B_g^2\,\varphi(\vec{r}) = 0$$

denkleminin 1) *ortamda her yerde, sıfır veyâ pozitif değerler olan ve* 2) *ortamın uzatılmış (ekstrapole) sınırında sıfır olan çözümüdür.*

Burada münakaşasını yapmayacağımız bu teorem böylelikle, yer koordinatlarına olan bağlılıklarını nazar-ı itibara almaksızın, çıplak ve homogen ortamlardaki difüzyonları esnâsında, nötronların enerjilerinin nasıl değiştiği meselesiyle uğraşabilmemizi temin etmektedir. Biz de buna dayanarak, nötronların yavaşlaması problemini incelerken meseleyi ağırlaştırmamak gâyesiyle nötron akısının yalnız E enerji değişkenine tâbî olduğunu farzedeceğiz.

2. **$g(E_0 \to E)$ ve $G(E_0, E)$ İhtimâlleri.** — Şimdi bir E_0 enerjisine mâlik bir nötronun esnek bir çarpışma sonunda $(E_0, \alpha E_0)$ aralığındaki bir E enerjisinden aşağı bir enerjiye intikâl etmesi ihtimâlini araştıralım.

Tek bir çarpışma sonunda E_0 enerjili bir nötronun E' enerjisini çevreleyen dE' aralığına intikal etmesi ihtimâlinin (X . 2 . 2) ifâdesiyle, yâni

$$\boxed{g(E_0 \to E')\, dE' = \frac{dE'}{(1-\alpha)E_0}} \qquad \text{(XI.2.2).}$$

ile verilmiş olduğunu görmüştük.

Nötronun enerjisinin bir tek çarpışmada ve

$$E > E_1' > E_2' > \ldots . > E_n' > \alpha E_0$$

olmak üzere

$$E, E_1', E_2', \ldots, E_n'$$

enerjilerini çevreleyen

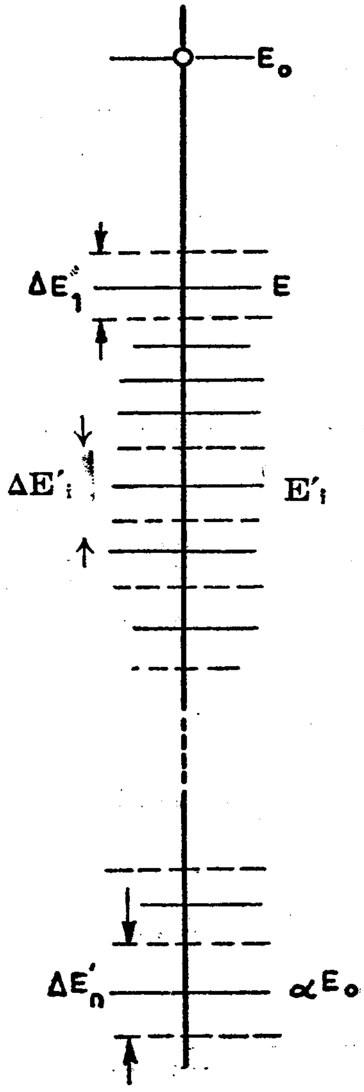
$$\Delta E, \Delta E_1', \Delta E_2', \ldots, \Delta E_n'$$

aralıklarından belirli bir $\Delta E_i'$ aralığına düşmesi ihtimâli de gene (XI . 2 . 2) ye göre

$$g(E_0 \to E')\, \Delta E_i' = \frac{\Delta E_i'}{(1-\alpha)E_0}$$

dır.

$\sum_{i=1}^{n} \Delta E'_i = E - \alpha E_0$ olmak üzere (Bk. Şekil: XII. 1) bu $\Delta E'_i$ ($i=1, 2, 3, \ldots, n$) aralıklarından biri içine nötronun intikali ihtimâlinin ise



Şekil: XII. 1

herbir aralığa düşme ihtimâllerinin toplamına eşit olacağı âşikârdır. Şu hâlde bu ihtimâl

$$G(E_0, E) = \sum_{i=1}^{n} g(E_0 \rightarrow E_i')\, \Delta E_i'$$

ile verilmiştir. $\Delta E'_i$ aralıklarını teker teker sıfıra götürdüğümüzü veyâ $(E, \alpha E_0)$ aralığındaki bu aralıkların sayısını sonsuza götürdüğümüzü düşünelim; bu takdirde:

$$G(E_0,E) = \sum_{i=1}^{n} g(E_0 \to E_i')\,\Delta E'_i = \lim_{\Delta E_i' \to 0} \sum_{i=1}^{i\to\infty} g(E_0 \to E_i')\,\Delta E_i'$$

$$= \int_{\alpha E_0}^{E} \frac{dE'}{(1-\alpha)E_0} = \frac{E-\alpha E_0}{(1-\alpha)E_0} \qquad \text{(XII.2.1)}$$

yazılabilir.

Eğer $E < \alpha E_0$ ise E_0 enerjili bir nötron, bir çarpışma sonunda en az ancak αE_0 a vâsıl olabileceğinden $g(E_0 \to E) = 0$ olacaktır; yâni bu nötronun E_0 enerjisinden αE_0 dan daha küçük bir E enerjisine intikal etmesi veyâ bu enerjiyi aşması âşikâr olarak mümkün olmayacaktı. Eğer $E > E_0$ ise, E_0 enerjisini haiz bir nötronun bir çarpışma sonunda E_0 dan büyük bir enerjiyi kazanmış olması mümkün olmadığından bu hâl için de $g(E_0 \to E)$ gene sıfır olacaktır. Buna karşılık çarpışmadan sonra nötronun enerjisi, hangi değeri alırsa alsın, daima E den daha küçük kalacağından nötronun enerjisinin E den tabiatıyla daha düşük bir değere intikâl etmiş olduğu addedilebilecek ve dolayısıyla da $G(E_0, E) = 1$ olacaktır.

Göz önüne almış olduğumuz E enerjisinin bu şartları gerçeklemesi hâlinde $g(E_0 \to E)$ ve $G(E_0, E)$ ihtimâllerinin yukarıda izâh etmiş olduğumuz gibi alacağı şekiller Cetvel: XII.1 de özetlenmiş bulunmaktadır.

Cetvel: XII.1

	$g(E_0 \to E)$	$G(E_0, E)$
$E < \alpha E^0$	0	0
$\alpha E_0 \leq E \leq E_0$	$\frac{1}{(1-\alpha)E_0}$	$\frac{E-\alpha E_0}{(1-\alpha)E_0}$
$E > E_0$	0	1

Bundan sonraki hesaplarımızdan bazılarını letarji kavramını göz önünde bulundurarak yürüteceğimizden $G(E_0, E)$ ihtimâlini de letarji cinsinden ifâde etmemiz faydalı olacaktır. $g(E_0 \rightarrow E)$ nin letarji cinsinden ifâdesi evvelce (XI.3.6) formülüyle verilmişti. Letarji târifinden hareketle $G(E_0, E)$ için de

$$G(u_0, u) = \frac{exp(u_0 - u) - \alpha}{1 - \alpha} \qquad \text{(XII.2.2)}$$

ifâdesi bulunur. Yukarıda, integralin alt limiti olan αE_0 ise, $\varepsilon = \ln(1/\alpha)$ vazetmek suretiyle $u_0 + \varepsilon$ şekline girer.

3. **Çarpışma ve Yavaşlama Yoğunlukları.** — Makroskopik tesir kesidinin ve nötron akısının târifini göz önüne getirerek belirli bir dE enerji aralığındaki nötronların cm^3 ve saniye başına sebep oldukları çarpışmaların

$$F(E)\, dE = \Sigma_{top}(E)\, \psi(E)\, dE \qquad \text{(XII.3.1)}$$

ile verildiğini görmek kolaydır. Filhakika

$$\Sigma_{top}(E) = \Sigma_s(E) + \Sigma_a(E)$$

hem esnek saçılmaya sebep olan çarpışmaları ve hem de nötronların absorplanmalarıyla sonuçlanan çarpışmaları hesaba katmaktadır. (XII. 3.1) ile târif edilmiş olan $F(E)$ büyüklüğüne **«çarpışma yoğunluğu»** adı verilir. Sırf difüzleyici bir ortam için

$$F(E) = \Sigma_s(E)\, \psi(E)$$

olacağı âşikârdır.

Şimdi sonsuz ve homogen bir ortamda nötron akısının enerjiye bağlı kısmının nasıl değiştiğini inceliyelim. Fizikî görüşü gözden kaçırmamak için önce u yerine, E ile iş göreceğiz. Bunun için de nötronların muayyen bir E_0 başlangıç enerjisine sahip olduklarını farzedelim, ve $\alpha E_0 = E$ vazedelim (Bk. Şekil: XII.2). Bundan sonra, tasavvur ettiğimiz ortamda öyle bir dengenin teessüs etmiş olduğunu düşünelim ki bir dE enerji aralığında çarpışmalar neticesinde kaybolan, yâni başka bir deyimle enerjisi artık dE aralığından daha aşağı bir aralığa intikâl eden nötronların sayısı, dE nin üstünde kalan bütün dE' enerji aralıklarından, enerji kaybı yoluyla 1) dE enerji aralığına intikal eden bütün nötronların sayısı ile, 2) tek bir esnek çarpışma sonunda enerjileri dE aralığına düşmüş olan $Q(E)\, dE$ kaynak nötronlarının sayılarının toplamına eşit olsun.

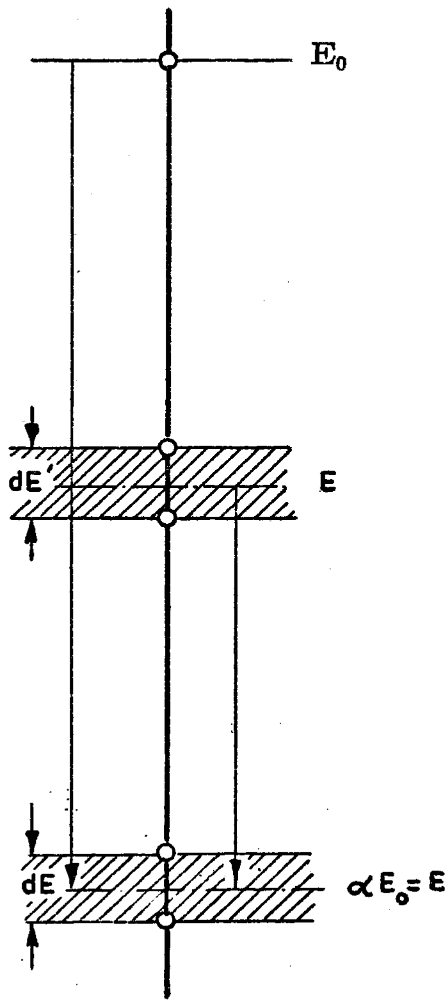
Enerjileri dE aralığında olup da esnek çarpışmayla veyâ absorplanarak dE yi terkeden nötronların sayısı ortalama olarak

$$F(E)\,dE$$

dir. Enerjisi, $\alpha E_0 \leq E' \leq E_0$ olmak üzere, bir E' enerjisini çevreleyen dE' aralığında bulunan bir nötronun dE aralığına intikal etme ihtimâli $g(E' \to E)\,dE$ olduğuna göre, dE' den dE ye bir tek esnek çarpışma sonunda intikal eden nötronların sayısı da

$$\Sigma_s(E')\,\psi(E')\,dE' \cdot g(E' \to E)\,dE \qquad \text{(XII.3.2)}$$

olacaktır. Buna göre bütün $(E_0, \alpha E_0)$ aralığında, $\alpha E_0 = E$ değerini çevreleyen dE aralığına tek bir esnek çarpışma sonunda intikal etmiş olan nötronların sayısının, (XII . 3 . 2) ifâdesinin bütün bu dE' aralıkları üze-



Şekil: XII . 2

rinden toplamını almakla elde edileceği âşikârdır. Buna göre (XII . 3 . 1) ve (XII . 3 . 2) yardımıyla ve kaynak terimini de göz önüne alarak:

$$F(E)\,dE = \sum_{dE'=dE}^{dE'=dE_0} \Sigma_s(E')\,\psi(E')\,dE' \cdot g(E' \rightarrow E)\,dE + Q(E)\,dE \qquad \text{(XII.3.3)}$$

veyâ dE' aralıklarını sıfıra götürüp limite geçerek ve $\alpha E_0 = E$ vazından ötürü $E_0 = E/\alpha$ yazılabileceğini de göz önünde tutarak (XII . 3 . 3) ifâdesi:

$$\boxed{F(E) = \int_{E}^{\frac{E}{\alpha}} \frac{\Sigma_s(E')}{\Sigma_{top}(E)} F(E') \frac{dE'}{(1-\alpha)E'} + Q(E)} \qquad \text{(XII.3.4)}$$

şekline girer.

Letarji kavramı göz önünde bulundurularak bir değişken dönüşümü yapılacak olursa (XII . 3 . 4) yerine

$$\boxed{F(u) = \int_{u-\varepsilon}^{u} \frac{\Sigma_s(u')}{\Sigma_{top}(u')} F(u') \frac{e^{u'-u}}{1-\alpha} + Q(u)} \qquad \text{(XII.3.5)}$$

yazılabileceği de kolayca tahkik edilir.

Yukarıda $Q(E)dE$ ile tek bir esnek çarpışma sonunda enerjileri dE içine düşen kaynak nötronlarının sayısını göstermiştik. Eğer kaynak nötronlarının enerjilerini E_0 ile ve sisteme dahil olan kaynak nötronlarının yoğunluğunu da q_0 ile gösterecek olursak, bu q_0 nötrondan, tek bir çarpışma sonunda, ancak

$$\frac{\Sigma_s(E)}{\Sigma_{top}(E)} q_0 \cdot g(E_0 \rightarrow E)\,dE$$

adedi dE aralığına intikal eder. $\Sigma_s(E)/\Sigma_{top}(E)$ oranı, mâruz kaldıkları bir çarpışma sonucu yutulmayıp da sadece esnek saçılmaya uğramış olan kaynak nötronlarının oranını göstermektedir. Şu hâlde

$$\alpha E_0 \leq E \leq E_0 \text{ için:} \qquad Q(E)\,dE = \frac{\Sigma_s(E)}{\Sigma_{top}(E)} \frac{q_0\,dE}{(1-\alpha)E_0}$$

olur. Şâyet enerjinin $E \leq \alpha E_0$ değerleri göz önüne alınmıyorsa, kaynak nötronları bir tek esnek çarpışma sonunda en fazla αE_0 a erişebileceklerinden böyle bir hâl için (XII.3.4) denklemindeki kaynak terimi $Q(E)=0$ olur.

Kaynak terimlerini de göz önünde bulundurarak $F(E)$ için topluca:

$$\alpha E_0 \leq E \leq E_0 \; : \; F(E) = \int_E^{E_0} \frac{\Sigma_s(E')}{\Sigma_{top}(E')} F(E') \frac{dE'}{(1-\alpha)E'} + \frac{\Sigma_s(E)}{\Sigma_{top}(E)} \frac{q^0}{(1-\alpha)E_0} \tag{XII.3.6}$$

$$E \leq \alpha E_0 \quad : \; F(E) = \int_E^{\frac{E}{\alpha}} \frac{\Sigma_s(E')}{\Sigma_{tok}(E')} F(E') \frac{dE'}{(1-\alpha)E'} \tag{XII.3.7}$$

yazmak kaabildir.

Nötronların yavaşlamaları meselesiyle ilgili mühim bir büyüklük de *«yavaşlama yoğunluğu»* dur. Yavaşlama yoğunluğu, birim zaman ve belirli bir E enerjisini çevreleyen birim enerji aralığını aşan nötronların sayısı olarak târif edilir ve $q(E)$ ile gösterilir. Bu târife göre ve bir nötronun bir E enerjisinden hareketle belirli bir E' enerjisini aşma ihtimâli olan $G(E_0, E')$ nün de ifâdesini göz önünde bulundurarak $q(E)$ nin

$$\alpha E_0 \leq E \leq E_0 : q(E) = \int_E^{E_0} \frac{\Sigma_s(E')}{\Sigma_{top}(E')} F(E') \frac{E-\alpha E'}{(1-\alpha)E'} dE' + \frac{\Sigma_s(E)}{\Sigma_{top}(E)} \frac{(E-\alpha E_0) q_0}{(1-\alpha)E_0} \tag{XII.3.8}$$

$$E \leq E_0 : q(E) = \int_E^{\frac{E}{\alpha}} \frac{\Sigma_s(E')}{\Sigma_{top}(E')} F(E') \frac{E-\alpha E'}{(1-\alpha)E'} dE' \tag{XII.3.9}$$

ifâdeleriyle verileceği kolaylıkla anlaşılmaktadır.

4. **Hidrojenli Ortam ve $\Sigma_a = 0$ Hâli.** — (XII.3.4) denklemini, ilk önce hidrojenli bir ortam ve $\Sigma_a \equiv 0$ için çözeceğiz. Bunun için ortamın nötron absorplamayan ağır bir çekirdekle hidrojen karışımından müteşekkil olduğunu farzediyoruz. Ağır çekirdek için $\alpha \approx 1$ olduğundan bu çekirdekler nötronların yavaşlamasında hidrojen çekirdekleri gibi müessir olamazlar. Dolayısıyla böyle bir ortamda nötronların yavaşlamaları

esas itibâriyle hidrojen çekirdeklerinin eseridir; ve hidrojen için de $\alpha=0$ olduğundan

$$g(E_0 \rightarrow E)=\frac{1}{E_0} \text{ ve } G(E_0, E)=\frac{E}{E_0}$$

a ve kezâ (XII.3.6) ifâdesi de

$$F(E)=\int_E^{E_0} \frac{F(E')}{E'} dE' + \frac{q_0}{E_0} \qquad \text{(XII.4.1)}$$

a müncer olur. Bu denklem ise kolayca çözülebilir. Filhakika denklemin her iki yanını da E ye göre türetelim:

$$\frac{dF(E)}{dE}=-\frac{F(F)}{E} \cdot \qquad \text{(XII.4.2)}$$

Bu diferansiyel denklemin genel çözümü, C ile bir sâbiti göstererek

$$F(E)=\frac{C}{E} \qquad \text{(XII.4.3)}$$

şeklindedir. Buradaki sâbiti de tâyin edebilmek için $E=E_0$ vazederek, (XII.4.1) ve (XII.4.3) yardımıyla

$$F(E)=\frac{q_0}{E} \qquad \text{(XII.4.4)}$$

ve dolayısıyla

$$\boxed{q_0=\Sigma_{top}(E).E.\psi(E)} \qquad \text{(XII.4.4')}$$

olduğu görülür.

Böyle bir ortamda $q(E)$ yavaşlama yoğunluğu da (XII.3.8) ve (XII.4.4) e binâen

$$q(E)=\int_E^{E_0} \frac{q_0}{E} dE' + \frac{Eq_0}{E_0}=q_0 \qquad \text{(XII.4.5)}$$

dır; yâni nötronların absorplanmadığı sonsuz bir hidrojenli ortamda $q(E)$ yavaşlama yoğunluğu enerjiden müstakil, sâbit bir değer almaktadır. Fizikî olarak bunun böyle olması tabiîdir, zirâ nötron absorplanması ve nötron sızıntısı olmayan sonsuz bir ortamda, bütün yavaşlama olayı sırasında hiçbir kaynak nötronunun absorplanma ve dışarı sızma ihtimâli olmadığından her nötronun mecbûren bütün enerjilerden geçeceği ve dolayısıyla da yavaşlamakta olan nötronların yoğunluklarının, E nin her değeri için, kaynak nötronlarının sayısına eşit olacağı âşikârdır.

5. **Hidrojenli Ortam Ve $\Sigma_a \neq 0$ Hâli; Rezonansa Yakalanmama İhtimali.** — Şimdi, nötronları yavaşlatma olayına pratik olarak çekirdeklerinin dahli olmayan ağır kütleli bir absorplayıcıyla hidrojen karışımından müteşekkil bir ortam düşünelim. Böyle bir ortamda yavaşlamanın gene sâdece hidrojen çekirdekleri vâsıtasıyla vuku bulmasına mukabil artık $\Sigma_a \neq 0$ dır. Buna binâen, F(E) çarpışma yoğunluğunu veren ifâde, bu özellikler ve bir de (XII . 3 . 6) ifâdesi göz önünde tutulursa

$$F(E) = \int_E^{E_0} \frac{\Sigma_s(E')}{\Sigma_{top}(E')} \frac{F(E')}{E'} dE' + \frac{\Sigma_s(E_0)}{\Sigma_{top}(E_0)} \frac{q_0}{E_0} \qquad \text{(XII.5.1)}$$

a müncer olur.

Geçen paragrafta olduğu gibi burada da (XII . 5 . 1) integral denklemi E ye göre türetilirse

$$\frac{dF(E)}{dE} = -\frac{\Sigma_s(E)}{\Sigma_{top}(E)} \frac{F(E)}{E}$$

bulunur. Bu denklem E ile E_0 limitleri arasında integre edildiğinde

$$\ln \frac{F(E)}{F(E_0)} = \int_E^{E_0} \frac{\Sigma_s(E')}{\Sigma_{top}(E')} \frac{dE'}{E'}$$

elde edilir. $E = E_0$ için (XII . 5 . 1) den sınır şartının

$$F(E_0) = \frac{\Sigma_s(E_0)}{\Sigma_{top}(E_0)} \frac{q_0}{E_0}$$

olduğu tesbit edilir ve

$$\frac{\Sigma_s}{\Sigma_{top}} = \frac{\Sigma_s}{\Sigma_a + \Sigma_s} = 1 - \frac{\Sigma_a}{\Sigma_a + \Sigma_s} = 1 - \frac{\Sigma_a}{\Sigma_{top}}$$

yazılabileceği de göz önünde bulundurularak

$$F(E) = \frac{\Sigma_s(E_0)}{\Sigma_{top}(E_0)} \frac{q_0}{E} exp\left[-\int_E^{E_0} \frac{\Sigma_a(E')}{\Sigma_{top}(E')} \frac{dE'}{E'}\right] \qquad (XII.5.2)$$

bulunur.

$q(E)$ yavaşlama yoğunluğu da (XII . 3 . 8) ifâdesine göre hesaplanırsa neticede

$$q(E) = q_0 \frac{\Sigma_s(E_0)}{\Sigma_{top}(E_0)} \exp\left[-\int_E^{E_0} \frac{\Sigma_a(E')}{\Sigma_{top}(E')} \frac{dE'}{E'}\right] = E \cdot F(E) \qquad (XII.5.3)$$

sonucuna erişilir.

Kaynak nötronlarının sayısı q_0 ve E enerjisinin ötesine erişen nötronların sayısı da $q(E)$ olduğuna göre bir nötronun (E_0, E) enerji aralığını absorplanmadan geçmesi ihtimali şu hâlde:

$$\frac{q(E)}{q_0} = p(E_0, E) = \frac{\Sigma_s(E_0)}{\Sigma_{top}(E_0)} exp\left[-\int_E^{E_0} \frac{\Sigma_a(E')}{\Sigma_{top}(E')} \frac{oE'}{F'}\right] \qquad (XII.5.4)$$

ile verilecektir.

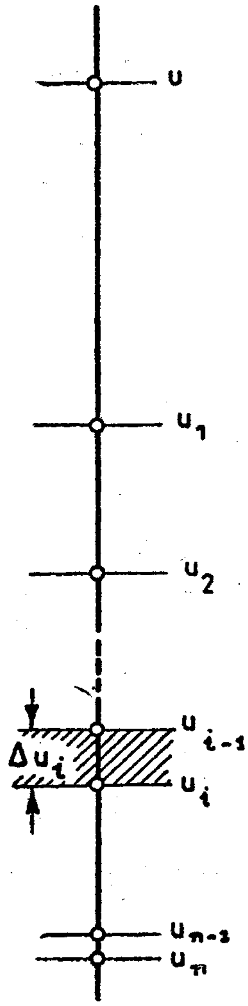
E_0 ın kâfi derece büyük değerleri için

$$\frac{\Sigma_s(E_0)}{\Sigma_{top}(E_0)} \approx 1$$

dir. Eğer (E_0, E) enerji aralığını, göz önüne almış olduğumuz «hidrojen + ağır kütleli absorplayıcı» (meselâ: $H_2O + U$) karışımının rezonans bölgesi olarak seçecek olursak bu takdirde

$$p_0(E_0, E) = exp\left[-\int_E^{E_0} \frac{\Sigma_a(E')}{\Sigma_{top}(E')} \frac{dE'}{E'}\right] \qquad (XII.5.5)$$

ifâdesine müncer olan $p(E_0, E)$ bize nötronların ağır kütleli absorplayıcının (meselâ U^{238} in) rezonanslarından kaçma ihtimalini verir. Bu sebepten ötürü $p(E_0, E)$ ye **«rezonansa yakalanmama ihtimali»** adı verilmektedir.



Şekil: XII.3

(XII.5.5) ifâdesini, letarji târifine döner de

$$u = \ln \frac{E_0}{E}$$

vazedersek,

$$p(0,u) = exp\left[-\int_0^u \frac{\Sigma_a(u')}{\Sigma_{top}(u')}\,du'\right] \qquad \text{(XII.5.5)}$$

şeklinde de yazabiliriz.

Bir nötronun yakalanmadan (0, u) letarji aralığını katetmesi ihtimalini veren $p(0, u)$ ifâdesini doğrudan doğruya ve sezgiye daha çok dayanan bir şekilde de çıkartmak kabildir. Bunun için (0, u) letarji aralığını herbiri $\Delta u_i (i=1, 2, \ldots\ldots, n)$ genişliğinde n adet altaralığa bölelim (Bk. Şekil: XII. 3).

Herbir altaralığı absorplanmadan geçme ihtimali p_i olursa

$$p(0,u)=\prod_{i=1}^{n} p_i$$

olacağı âşikârdır. $p_i^a=1-p_i$ ile de i-inci aralıkta absorplanma ihtimâli gösterilecek olsa

$$p(0,u)=\prod_{i=1}^{n} (1-p_i^a)$$

da yazılabilir. Hâlbuki, kolayca görüleceği gibi nötronun bir Δu_i aralığında absorplanması ihtimâli, bu aralıkta bir çarpışmaya mâruz kalabilmesi ihtimâliyle bu çarpışmanın bir absorpsiyon olması ihtimâlinin çarpımıdır. Göz önüne almış olduğumuz ortam hidrojenli bir ortam olduğundan ve hidrojen için de $\xi=1$ olduğundan (XI. 3. 4) vâsıtasıyla Δu_i nin böyle bir ortam için bir nötronun Δu_i aralığını katederken yaptığı ortalama çarpışma sayısına eşit olduğu anlaşılır. Eğer Δu_i yi kâfi derecede küçük alacak olursak nötronun her Δu_i aralığında birden fazla çarpışma yapması önlenmiş olur. $\Delta u_i \rightarrow 0$ limitinde Δu_i büyüklüğü artık bir nötronun bu altaralığı katederken bir çarpışmaya mâruz kalması ihtimâlini gösterir. Öte yandan u_i letarjisini haiz bir nötronun absorplanması ihtimâli

$$\Sigma_a(u_i)\psi(u_i)/\Sigma_{top}(u_i)\psi(u_i)=\Sigma_a(u_i)/\Sigma_{top}(u_i)$$

olduğundan bir nötronun Δu_i letarji aralığında absorplanması ihtimâlinin

$$p_i^a=\frac{\Sigma_a(u_i)}{\Sigma_{top}(u_i)}\Delta u_i$$

olduğu görülür. Buna göre

$$p(0,u)=\prod_{i=1}^{n}(1-p_i^a)=\prod_{i=1}^{n}\left[1-\frac{\Sigma_a(u_i)}{\Sigma_{top}(u_i)}\Delta u_i\right]$$

veyâ her iki tarafın da tabiî logaritmasını alarak

$$\ln p(0,u) = \sum_{i=1}^{n} \ln \left[1 - \frac{\Sigma_a(u_i)}{\Sigma_{top}(u_i)} \Delta u_i \right]$$

bulunur. p_i^a ların kâfi derecede küçük olması yâni absorplanmanın zayıf olması şartı altında köşeli parantez içindeki ifâde TAYLOR serisine açılıp yalnız ilk iki terim muhafaza edilir ve diğer taraftan da $\Delta u_i \to 0$ limiti alınırsa

$$\ln p(0, u) = \lim_{\Delta u_i \to 0} \sum_{i=1}^{n \to \infty} \left[- \frac{\Sigma_a(u_i)}{\Sigma_{top}(u_i)} \Delta u_i \right] = - \int_0^u \frac{\Sigma_a(u')}{\Sigma_{top}(u')} du'$$

ve nihayet

$$p(0, u) = exp \left[- \int_0^u \frac{\Sigma_a(u')}{\Sigma_{top}(u')} du' \right] \qquad \text{(XII.5.5')}$$

bulunur.

6. $\alpha \neq 0, \Sigma_a = 0$ **Hâli.** — a) Nötronların yavaşlamasının vuku bulduğu ortam hidrojenden başka ($A \geq 2$) ve sıfır difüzleyici çekirdekler ihtivâ ediyorsa, $\alpha \neq 0$ ve $\Sigma_a = 0$ olması hasebiyle (XII . 3 . 6) ve (XII . 3 . 7) denklemleri

$$\alpha E_0 \leq E \leq E_0 \text{ için: } \quad F(E) = \int_E^{E_0} \frac{F(E')}{(1-\alpha) E'} dE' + \frac{q_0}{(1-\alpha) E_0} \qquad \text{(XII.6.1)}$$

ve

$$E \leq \alpha E_0 \text{ için: } \quad F(E) = \int_E^{\frac{E}{\alpha}} \frac{F(E')}{(1-\alpha) E'} dE' \qquad \text{(XII.6.2)}$$

şekillerini alırlar.

Bu integrâl denklemlerden birincisinin çözümü kolaydır. İntegrâl işâreti altında türev alma kaidesini tatbik ederek (XII . 6 . 1) den

$$\alpha E_0 \leq E \leq E_0 \text{ için: } \quad \frac{dF(F)}{dE} = - \frac{F(E)}{(1-\alpha) E}$$

bulunur ki bu diferansiyel denklemin integrasyonu, C ile bir sâbiti göstermek üzere

$$F(E) = C.E^{-\frac{1}{1-\alpha}} \qquad \text{(XII.6.3)}$$

veyâ F(E) nin târifinden ötürü

$$\psi(E) = \frac{C}{\Sigma_s(E)} E^{-\frac{1}{1-\alpha}} \qquad \text{(XII.6.3')}$$

neticesini verir. C sâbiti, (XII . 6 . 1) ifâdesine (XII . 6 . 3) ü koyup $E = E_0$ vazetmekle kolayca tâyin edilir, ve böylece

$$\boxed{\psi(E) = \frac{q_0 E_0^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}}{(1-\alpha)\,\Sigma_s(E)} E^{-\frac{1}{1-\alpha}}} \qquad \text{(XII.6.4)}$$

bulunur.

b) **PLACZEK Çözümü.** — Bununla beraber $E \leq \alpha E_0$ hâli için (XII . 6 . 2) nin tam çözümünü derhâl elde etmek imkânsızdır, çünkü bu integrâl denklemin her iki yanını da E ye göre türetirsek, sağ yandaki integrâlin üst limiti de E nin fonksiyonu olduğundan netice itibâriyle hem F(E) ve hem F(E/α) ya tâbi bir diferansiyel denklem bulunmuş olur:

$$E \leq \alpha E_0 \text{ için:} \qquad \frac{dF(E)}{dE} = \frac{F\left(\frac{E}{\alpha}\right)}{(1-\alpha)E} - \frac{F(E)}{(1-\alpha)E} \qquad \text{(XII.6.5)}$$

Bu diferansiyel denklemin genel çözümünü doğrudan doğruya elde etmek imkânsızdır. Maamafih denklem müteakip çarpışma aralıkları için adım adım çözülebilir. Fakat bu türlü bir çözüm tarzında daha ikinci adımdan itibâren ortaya çok karışık ifâdeler çıktığından biz de burada ilk iki çarpışma aralığındaki, yâni sırasıyla

$$(E_0, \alpha E_0) \text{ ve } (\alpha E_0, \alpha^2 E_0)$$

aralıklarındaki çarpışma yoğunluklarının ifâdelerini vermek ve diğer aralıklar için de çarpışma yoğunluğunun ne gibi özellikler arzettiğini açıklamakla iktifâ edeceğiz.

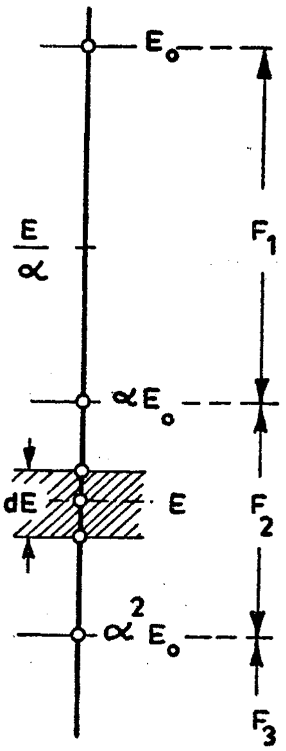
Bu düşünüş tarzına göre birinci çarpışma aralığı için $F_1(E)$ çarpışma yoğunluğu

$$F_1(E) = \int_E^{E_0} \frac{F_1(E')}{(1-\alpha)E'} dE' + \frac{q_0}{(1-\alpha)E_0}$$

gibi bir integrâl denklemi sağlayacaktır. (XII.6.1) ve (XII.6.4) e binâen $F_1(E)$ nin

$$F_1(E) = \frac{q_0}{(1-\alpha)E_0}\left(\frac{E_0}{E}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \qquad \text{(XII.6.6)}$$

şeklinde olduğunu görmek kolaydır.



Şekil: XII. 4

Şimdi, $E \leq \alpha E_0$ olduğu ikinci $(\alpha E_0, \alpha^2 E_0)$ çarpışma aralığındaki $F_2(E)$ çarpışma yoğunluğu için, Şekil: XII. 4 den de faydalanarak

$$F_2(E) = \int_E^{\alpha E_0} \frac{F_2(E')}{(1-\alpha)E'} dE' + \int_{\alpha E_0}^{\frac{E}{\alpha}} \frac{F_1(E')}{(1-\alpha)F'} dE' \qquad \text{(XII.6.7)}$$

yazabiliriz. Böylelikle $\left(\frac{E}{\alpha}, E\right)$ enerji aralığını, herbirinde bir başka çarpışma yoğunluğunun târif edilmiş olduğu iki altaralığa ayırmış olmaktayız. (XII . 6 . 7) ifâdesini de, gene, integrâl altında türev alma kâidesine göre türetelim:

$$\frac{dF_2(E)}{dE} = -\frac{F_2(E)}{(1-\alpha)E} + \frac{F_1\left(\frac{E}{\alpha}\right)}{(1-\alpha)E} \qquad \text{(XII.6.8)}$$

$F_1(E)$ nin evvelce tesbit edilmiş olan (XII . 6 . 6) ifâdesine göre (XII . 6 . 8) denklemi:

$$\frac{dF_2(E)}{dE} + \frac{F_2(E)}{(1-\alpha)E} = \frac{q_0 \alpha^{\frac{1}{1-\alpha}} E_0^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}}{(1-\alpha)^2 E^{\frac{2-\alpha}{1-\alpha}}} \qquad \text{(XII.6.9)}$$

şekline girer. Bunun çözümünün,

$$\lim_{E \to \alpha E_0} F_2(E) = \frac{q_0 \left[1 - \alpha^{\frac{1}{1-\alpha}}\right]}{(1-a)E_0 \cdot \alpha^{\frac{1}{1-\alpha}}} \qquad \text{(XII.6.10)}$$

olduğundan (*),

$$F_2(E) = \frac{q_0 E_0^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}}{(1-\alpha)E^{\frac{1}{1-\alpha}}} \left\{ \frac{\alpha^{\frac{1}{1-\alpha}}}{1-\alpha} \ln\left(\frac{E}{\alpha E_0}\right) + \left[1 - \alpha^{\frac{1}{1-\alpha}}\right] \right\} \qquad \text{(XII.6.11)}$$

şeklinde olduğu bulunur.

(*) $\lim_{E \to \alpha E_0} F_2(E)$ nin bu ifadeyle belirlendiği, $F_1(E)$ nin (XII . 6 . 6) ile verilmiş olan ifadesi göz önünde bulundurulmak suretiyle, (XII . 6 . 7) de $E \to \alpha E_0$ yaparak kolayca görülür.

Aynı metot sırasıyla $(\alpha^2E_0, \alpha^3E_0)$, $(\alpha^3E_0, \alpha^4E_0), \ldots, (\alpha^{n-1}E_0, \alpha^nE_0), \ldots$ vs çarpışma aralıklarına da tatbik edilerek $F_3(E)$, $F_4(E), \ldots\ldots, F_n(E), \ldots$, çarpışma yoğunlukları ve dolayısıyla $\psi_1(E)$, $\psi_2(E)$, $\psi_3(E), \ldots, \psi_n(E), \ldots$ akıları adım adım elde edilebilirler. Müşkülâtlı olmasına rağmen metodun kesin olduğu âşikârdır.

7. $\alpha \neq 0$, $\Sigma_a = 0$ **İçin Asimtotik Çözüm.** — Şimdi $F_1(E)$ ve $F_2(E)$ çarpışma yoğunluklarını $E = \alpha E_0$ noktasında inceleyelim. (XII . 6 . 6) dan

$$\lim_{E \to \alpha E_0} F_1(E) = \frac{q_0}{(1-\alpha)\, E_0 \alpha^{\frac{1}{1-\alpha}}}$$

bulunur. $\lim\limits_{E \to \alpha E_0} F_2(E)$ nin değeri de (XII . 6 . 10) ile verilmiş olduğundan $F_1(\alpha E_0)$ ve $F_2(\alpha E_0)$ ın

$$F_1(\alpha E_0) = \frac{q_0}{(1-\alpha)\, E_0 \alpha^{\frac{1}{1-\alpha}}} \quad \text{ve} \quad F_2(\alpha E_0) = \left[1 - \alpha^{\frac{1}{1-\alpha}}\right] F_1(\alpha E_0)$$

olduğu görülür. Bu ise $E = \alpha E_0$ noktasında $F_1(E)$ den $F_2(E)$ ye geçişin süreksiz olduğunu göstermektedir. Eğer 6. paragraftaki usûl üçüncü çarpışma aralığına da teşmil edilirse bu sefer de $F(E)$ nin $E = \alpha^2 E_0$ da sürekli olmasına mukabil $F'(\alpha^2 E_0)$ ın süreksiz olduğu görülür. Buna benzer şekilde dördüncü çarpışma aralığı göz önüne alındığında $E = \alpha^3 E_0$ noktasında $F(\alpha^3 E_0)$ ve $F'(\alpha^3 E_0)$ ın sürekli olmalarına karşılık bu sefer de $F''(\alpha^3 E_0)$ süreksizlik arzeder.

Genel olarak $E = \alpha^n E_0$ noktasında süreksizlik ancak $(n-1)$-inci türevde ortaya çıkar. Böylece, çarpışma aralıklarının sayısı arttıkça müteakip iki çarpışma aralığına tekabül eden çarpışma yoğunluklarının aynı bir analitik ifâdeye doğru gitmekte oldukları ve her iki müteakip fonksiyon arasındaki farkın ancak gitgide daha yüksek türevlerde ortaya çıktığı anlaşılmaktadır. Öte yandan $\alpha < 1$ olduğundan çarpışma aralığının n numarası ne kadar büyükse α^n de o kadar sıfıra yakındır. Buna göre müteakip iki çarpışma aralığındaki, meselâ, $F_{n-1}(E)$ ve $F_n(E)$ fonksiyonları n büyüdükçe, yâni $E/E_0 \to 0$ için, aynı bir analitik ifâdeye gitmektedirler.

Şimdi (XII . 6 . 7) de yaptığımız n - inci çarpışma aralığı için yapalım:

$$F_n(E) = \int_{E}^{\alpha^{n-1}E_0} \frac{F_n(E')}{(1-\alpha)E'} dE' + \int_{\alpha^{n-1}E_0}^{\frac{E}{\alpha}} \frac{F_{n-1}(E')}{(1-\alpha)E'} dE' \qquad \text{(XII.7.1)}$$

Fakat n nin kâfi derecede büyük değerleri için $F_n(E) \rightarrow F_{n-1}(E)$ olacağından, asimtotik olarak

$$F_n(E) = \int_{E}^{\frac{E}{\alpha}} \frac{F_n(E')}{(1-\alpha)E'} dE' \qquad \text{(XII.7.2)}$$

yazmak kaabil olacaktır.

Şimdi bu denklemi çözmek için $F_n(E) = F(E)$ yi $E=0$ noktası civarında bir seriye açalım:

$$F_n(E) = \sum_{\lambda=+\infty}^{\lambda=-\infty} a_\lambda E^\lambda \qquad \text{(XII.7.3)}$$

ve bu ifâdeyi (XII . 7 . 2) ye vazedelim; bu takdirde

$$\sum_{\lambda=-\infty}^{\lambda=-\infty} a_\lambda E^\lambda = \int_{E}^{\frac{E}{\alpha}} \sum_{\lambda=-\infty}^{\lambda=+\infty} \frac{a_\lambda E'^{\lambda-1}}{1-\alpha} dE' = \sum_{\lambda \neq 0} \frac{a_\lambda}{(1-\alpha)\lambda} \left[E'^\lambda \right]_{E}^{\frac{E}{\alpha}} +$$

$$+ \frac{a_0}{1-\alpha} \ln \frac{1}{\alpha} = \sum_{\lambda \neq 0} \frac{a_\lambda (1-\alpha^\lambda) E^\lambda}{\lambda \alpha^\lambda (1-\alpha)} + \frac{a_0}{(1-\alpha)} \ln \frac{1}{\alpha}$$

bulunur. Eşitliğin gerçek olması için E nin her iki tarafındaki aynı kuvvetlerinin kayıtları aralarında eşit olmalıdırlar:

$$\lambda \neq 0 \text{ için} \qquad a_\lambda = \frac{1-\alpha^\lambda}{\lambda\alpha^\lambda(1-\alpha)} a_\lambda$$

$$\lambda = 0 \text{ için} \qquad a_0 = \frac{\ln \frac{1}{\alpha}}{1-\alpha} a_0$$

Buradan da

$$\lambda \neq 0 \text{ için} \qquad 1 = \frac{1-\alpha^\lambda}{\lambda\alpha^\lambda(1-\alpha)} \tag{XII.7.4}$$

$$\lambda = 0 \text{ için} \qquad 1 = \frac{1}{1-\alpha} \ln \frac{1}{\alpha} \tag{XII.7.5}$$

bulunur.

Daima $0 \leq \alpha < 1$ olduğundan (XII.7.5) in gerçekleşmesine imkân olmadığı tahkik olunur. Binâenaleyh $a_0 \equiv 0$ olması gerekir. Öte yandan (XII.7.4) ün de ancak $\lambda = -1$ için gerçekleşebileceği kolaylıkla tahkik edilebilir. Buna göre (XII.7.3) seriye açılımı sâdece:

$$F(E) = \frac{a_{-1}}{E} \tag{XII.7.6}$$

ye müncer olur. Böylelikle $E \ll E_0$ asimtotik hâli için ve göz önüne aldığımız şartlar muvacehesinde $F(E)$ çarpışma yoğunluğunun, enerjiyle ters orantılı olduğu görülmektedir.

Şimdi mesele a_{-1} sâbitini tâyin etmektir. Bunun için önce, göz önüne aldığımız ortamın sonsuz ve nötron yutmayan bir ortam olması hasebiyle ortamda her enerji aralığını aynı sayıda nötronun geçmesi lâzım geldiğine bir kere daha işâret edelim. Buna göre yavaşlama yoğunluğunun bütün enerji aralıkları için sâbit ve hattâ kaynak nötronlarının sayısına eşit olacağı âşikârdır:

$$q(E) = q_0 . \tag{XII.7.7}$$

Diğer taraftan (XII.3.9) a binâen ve (XII.7.6) ile (XII.7.7) göz önünde bulundurulmak şartıyla

$$q(E) = q_0 = \int_E^{\frac{E}{\alpha}} \frac{a_{-1}}{1-\alpha} \frac{E-\alpha E'}{E'^2} dE' = a_{-1}\left[1 + \frac{\alpha}{1-\alpha} \ln \alpha\right]$$

bulunur. Bulunan ifâdenin bir sâbit ve hattâ (XI . 3 . 2) ye binâen $a_{-1}\xi$ ye eşit olması (XII . 7 .) yi elde ederken yapmış olduğumuz mülâhazaları gerçekleşmektedir. Şu hâlde

$$q(\mathrm{E}) = q_0 = a_{-1}\xi$$

veyâ

$$a_{-1} = \frac{q_0}{\xi}$$

ve dolayısıyla

$$\boxed{\mathrm{F}(\mathrm{E}) = \frac{q_0}{\xi \mathrm{E}}} \qquad \text{(XII.7.8)}$$

elde edilir. Bu son ifâdenin letarji cinsinden

$$\mathrm{F}(u) = \frac{q(u)}{\xi} = \frac{q_0}{\xi} \qquad \text{(XII.7.8')}$$

şeklinde yazılacağı kolayca tahkik edilir.

F(u) nun alacağı muhtelif şekiller için (XII . 7 . 8') ifâdesi de muhtelif şekillere girer; meselâ

$$\mathrm{F}(u) = \Sigma_{\mathrm{top}}(u)\psi(u)$$

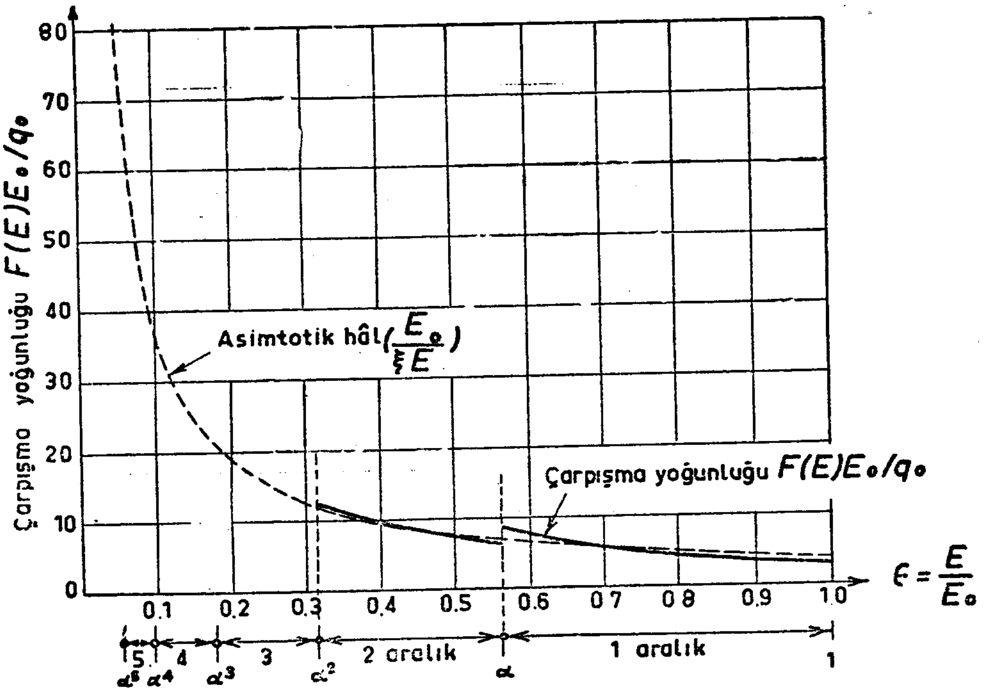
için

$$q(u = \xi\Sigma_{\mathrm{top}}(u)\psi(u) \qquad \text{(XII.7.8'')}$$

bulunur.

(XII . 7 . 8) asimtotik çözümü $\mathrm{E} = \alpha^2\mathrm{E}_0$ dan aşağı olan bütün enerjiler için iyi bir yaklaşıklık teşkil etmektedir. Yalnız, hidrojen için $\alpha = 0$ olduğundan (XII . 7 . 8) asimtotik çözümünün bu özel hâlde her E enerjisi için câri olduğunu bir kere daha teyidetmiş oluruz. [(XII . 4 . 4) ile karşılaştırınız]. Meselâ döteryumu göz önüne alacak olursak $\alpha = 1/9$ dur. Nötronlar için de, fisyon nötronlarının ortalama enerjisi olan 2MeV i E_0 olarak alırsak $\alpha^2\mathrm{E}_0 \approx 25\,000$ eV bulunur ki ağır sulu ılık reaktörlerde nötronların yavaşlamasının büyük bir kısmının (XII . 7 . 8) ifâdesinin câri olduğu yerde vuku bulmakta olduğu anlaşılmış olur.

Şekil: XII. 5 de Be_4^7 izotopı için, E_0 ile kaynak nötronlarının enerjilerini göstermek üzere, E/E_0 ın fonksiyonu olarak $\frac{E_0}{q_0} F(E)$ nin çizimini görmektesiniz. F(E) çarpışma yoğunluğunun süreksiz şekli bilhassa ilk iki aralıkta bârizdir. Üçüncü ve daha sonraki çarpışma aralıklarında

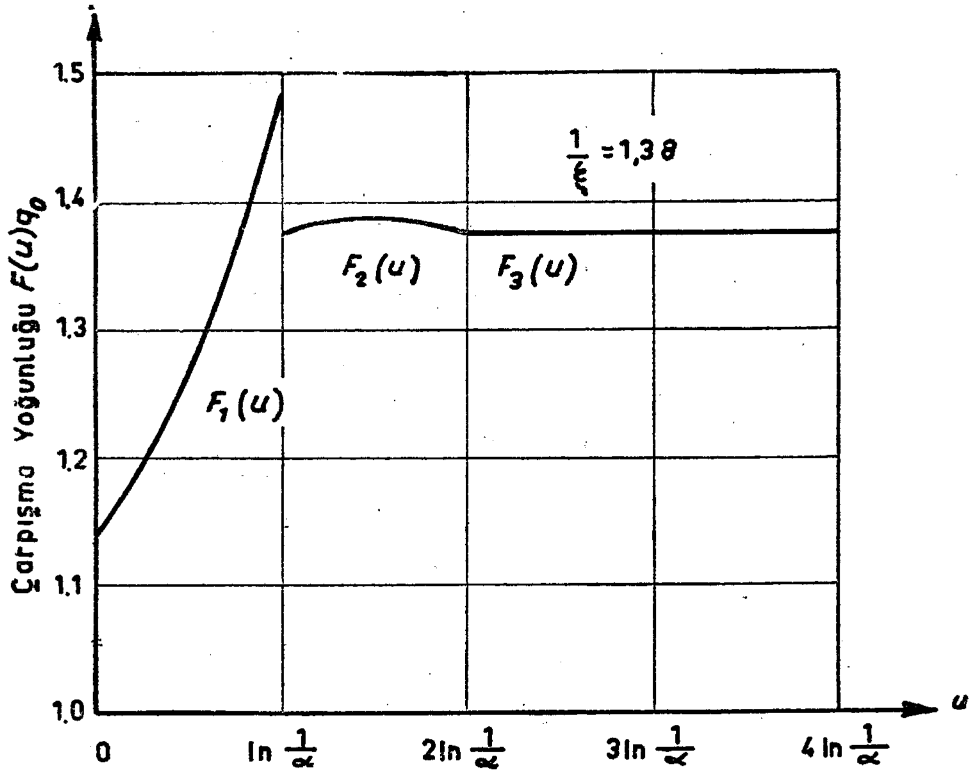


Şekil: XII. 5

$\frac{E_0}{q_0}$ F(E) hızla $\frac{E_0}{\xi E}$ asimtotik çözümüne yaklaşmaktadır. Şekilden, asimtotik çözümün, bilhassa ağır çekirdekler için hattâ 1. ve 2. çarpışma aralıklarında dahi iyi bir yaklaşıklık olarak rahatlıkla kullanılabileceği görülmektedir.

(XII. 7. 8') ifâdesinden biliyoruz ki eğer bir ortamda F(E) tıpkı 1/E gibi değişiyorsa (asimtotik hâl) bu takdirde F(u) bir sâbit olur. Şekil: XII. 6 da döteryum için (A=2), F(u) nun nasıl $F(u) = q_0/\xi$ asimtotik değerine erişmekte olduğunu görmektesiniz. $\varepsilon = \ln \frac{1}{\alpha}$ uzunluğunu haiz birinci çarpışma aralığında câri olan $F_1(E)$ büyük bir değişim göstermekte fakat $u = \varepsilon$ için bir süreksizlik arzetmektedir. İkinci ve üçüncü çarpışma aralıklarında gitgide daha silik değişimler arzeden

$F_2(u)$ ve $F_3(E)$ nihâyet dördüncü çarpışma aralığında $F(u) \doteq q_0/\xi$ asimtotik değerine erişmektedir. Şu hâlde, genel olarak, nötronların yoğunluğunda pozitif veyâ negatif kaynaklar tarafından meydana getirilecek pertürbasyonlar F(u) nun, asimtotik değeri civarında salınımlar yapması ve kaynağın etkisini gösterdiği u letarjisinden 3ε sonra, yâni $u+3\varepsilon$ noktasında, gene asimtotik değere müncer olmasıyla tezahür



Şekil: XII. 6

edecektir. Meseâ negatif bir kaynak olarak telâkki edilebilen ince bir rezonans çizgisinin hâsıl ettiği pertürbasyonlar F(u) nun, asimtotik değeri etrafında salınımlar yaptıktan sonra $u+3\varepsilon$ noktasında gene sâbit asimtotik değerine ircâ olmasına sebep olurlar; ve şâyet bu birinci rezonanstan 4ε sonra ikinci bir rezonans varsa F(u) bu ikinci rezonanstan ε kadar evvel zâten asimtotik değerine erişmiş olacağından her iki rezonansın da biribirlerine araetkileri (interaksiyonları) olmaz. Eğer, herbiri bir evvelkinden ve bir sonrakinden 4ε uzaklığıyla ayrılmış bir rezonanslar silsilesi mevcûdsa bunları, bu takdirde, tamamen izole rezonanslar olarak mütâlea ve tetkik etmek mümkün olur.

8. Asimtotik Bölgedeki Rezonanstan Kaçma İhtimali. — Göz önüne aldığımız ortam asimtotik bölgede rezonans tepeleri arzediyorsa, nötronların yavaşlama esnâsında vâsıl oldukları bu rezonanslardan yutulmadan geçebilmeleri ihtimallerinin bu rezonansların şekil ve durumlarına bağlı olacakları âşikârdır. Biz bu paragrafta, a) nötronların rezonanslarda zayıf bir şekilde absorplanmaları, b) geniş aralıklı dar rezonanslar ve c) enerjiyle zayıf bir şekilde değişen nötron absorplaması hâlleri için rezonanstan kaçma ihtimallerini hesaplamak istiyoruz.

a. $\Sigma_a \ll \Sigma_s$ Hâli (FERMİ çözümü). — Önce, ilerideki hesapları daha iyi kavrayabilmek için «yavaşlama yoğunluğu» kavramına bir kere daha nazar-ı dikkati çekelim. $q(E)$ ile göstermiş olduğumuz yavaşlama yoğunluğu, verilen bir ortamda yavaşlama suretiyle enerjileri belirli bir E enerjisinin altına intikal etmiş olan nötronların sayısını veriyordu. Eğer göz önüne aldığımız ortam sonsuz ve sırf difüzleyici bir ortamsa, bunun beher cm^3 ünde ve her saniyede herhangi bir E enerjisini aşan nötronların sayısının, herhangi başka bir E′ enerjisini aşan nötronların sayısına eşit olacağı âşikârdır. Bu şartlar altında $q(E)$ yavaşlama yoğunluğunun sâbit ve hattâ kaynak nötronlarının q_0 sayısına eşit olduğunu evvelce görmüştük. Fakat eğer ortam, gene sonsuz olmakla beraber bir de nötron absorplayıcı olmak hassasını haizse $q_0(E)$ yavaşlama yoğunluğunun bir sâbit olması artık beklenemez; ve $q_0(E)$ nin, nötronlar belirli bir dE aralığını aşıncaya kadarki eksilmesi, tabiîdir ki dE aralığında absorplanan nötron sayısına eşit olacaktır:

$$-dq(E) = \Sigma_a(E)\,\psi(E)\,dE\,. \qquad \text{(XII.8.1a)}$$

Eğer ortamda $\Sigma_a \ll \Sigma_s$ ise (: zayıf absorplama), $\Sigma_{top} \approx \Sigma_s$ olur; ve $\psi(E)$ nin (X.7.8) den çıkartılabilecek olan

$$\psi(E) = \frac{q(E)}{\xi\,\Sigma_s(E)\,E}$$

ifâdesi ile (XII.8.1 a) bağıntısından, bu takdirde

$$\frac{dq(E)}{q(E)} = -\frac{\Sigma_a(E)}{\xi\,\Sigma_s(E)}\,\frac{dE}{E}$$

bulunur. Bu diferansiyel denklemin E ve E_0 limitleri arasındaki integrasyonu da kolayca görüleceği gibi

$$q(E) = q_0 \, exp \left[- \int_{E}^{E_0} \frac{\Sigma_a(E')}{\xi \Sigma_s(E)} \frac{dE'}{E} \right]$$

ifâdesini verir. Nötronların (E_0, E) arasında absorplanmamaları veyâhut da, eğer varsa, bu bölgedeki rezonanslardan kaçmaları ihtimâli E yi aşan nötronların sayısının E_0 daki nötronların sayısına oranı demek olduğundan $p(E_0, E)$ rezonanstan kaçma ihtimali, bu hâl için,

$$\boxed{p(E_0, E) = \frac{q(E)}{q_0} = exp \left[- \int_{E}^{E_0} \frac{\Sigma_a(E')}{\xi \Sigma_s(E')} \frac{dE'}{E'} \right]} \qquad \text{(XII.8.2a)}$$

ile verilmiş olur.

b. Aralıklı Rezonanslar Hâli (WİGNER Çözümü). — 7. paragrafta ince rezonansların tıpkı negatif nötron kaynaklarıymış gibi addedilebileceğine, ve eğer bunlardan biri E_r enerjisindeyse bu rezonansların F(E) çarpışma yoğunluğunda doğurduğu pertürbasyon salınımları E_r den $\alpha^3 E_r$ ye kadar devam edeceğinden ancak müteakip iki rezonans arasında, letarji cinsinden, 4ε luk bir uzaklık bulunduğu takdirde bunların birbirlerinden müstakil sayılabileceklerine işâret etmiştik.

Bu şartın gerçekleşmiş olduğunu ve bundan başka rezonans genişliklerinin letarji cinsinden ifâdelerinin de ξ ye göre küçük olduklarını farzederek asimtotik hâl için nötronların rezonanstan kaçma ihtimalini hesaplamak istiyoruz. Bunun için ΔE_1 birinci rezonansın genişliği, $\psi_r(E)$ birim enerji başına rezonans bölgesindeki nötron akısı ve $\psi(E)$ de rezonans dışındaki nötron akısını göstersin. Eğer ortam absorplayıcı olmasaydı bir ΔE_1 aralığına giren ve oradan çıkan nötronların sayıları eşit olacaktı. Absorplama varsa bir ΔE_1 aralığına esnek saçılma yoluyla intikal eden nötronların sayısı, ΔE_1 de aboorplanan ve orayı saçılma yoluyla terkedenlerin sayısına eşit olacaktır:

$$\Sigma_s(E_1)\,\psi(E_1)\,\Delta E_1 = [\Sigma_s(E_1) + \Sigma_a(E_1)]\,\psi_r(E_1)\,\Delta E_1. \qquad \text{(XII.8.1b)}$$

Asimtotik hâli göz önüne aldığımız için (XII . 7 . 8) den

$$\psi(E_1) = \frac{q_0}{\xi E_1 \Sigma_s(E_1)} \qquad \text{(XII.8.2b)}$$

bulunur. (XII.8.1b) ve (XI.8.2b) den

$$\frac{\Sigma_a(E)\,\psi_r(E_1)\,\Delta E_1}{q_0}=\frac{\Sigma_a(E_1)}{\xi\,[\Sigma_a(E_1)+\Sigma_s(E_1)]}\,\frac{\Delta E_1}{E_1}\qquad \text{(XII.8.3b)}$$

yazılabilir. Bu ifâdenin sol tarafı ΔE_1 rezonans bölgesinde absorplanan nötronların kaynak nötronlarına oranı, yâni bir nötronun birinci rezonansta absorplanması ihtimalidir. Buna göre nötronun birinci rezonanstan paçasını kurtarması ihtimali de

$$p_1=1-\frac{\Sigma_a(E_1)}{\xi\,[\Sigma_a(E_1)+\Sigma_s(E_1)]}\,\frac{\Delta E_1}{E_1}\qquad \text{(XII.8.4b)}$$

ifâdesiyle verilecektir.

Rezonanslar arasındaki uzaklıklar, F(E) çarpışma yoğunluğunun bir sonraki rezonanstan biraz önce sâbit bir değer almasını sonuçlandıracak şekilde olduğundan ikinci rezonansa vâsıl olan $\psi(E_2)$ nötron akısı, p_1 ile asimtotik nötron akısının çarpımından ibârettir:

$$\psi(E_2)=\frac{p_1\,q_0}{\xi\,E_2\,\Sigma_s(E_2)}\qquad \text{(XII.8.5b)}$$

Böylece, bir nötronun absorplanmadan ilk iki rezonansı peşpeşine geçmesinin p_2 ihtimali

$$p_2=\left[1-\frac{\Sigma_a(E_1)}{\xi\,[\Sigma_a(E_1)+\Sigma_s(E_2)]}\,\frac{\Delta E_1}{E_1}\right]\left[1-\frac{\Sigma_a(E_2)}{\xi\,[\Sigma_a(E_2)+\Sigma_s(E_2)]}\,\frac{\Delta E_2}{E_2}\right]$$

ve genel olarak da bir nötronun peşpeşe n adet rezonansı hiç absorplanmadan geçmesinin p_n ihtimali de

$$p_n=\prod_{i=1}^{n}\left[1-\frac{\Sigma_a(E_i)}{\xi_i[\Sigma_a(E_i)+\Sigma_s(E_i)]}\,\frac{\Delta E_i}{E_i}\right]\qquad \text{(XII.8.6b)}$$

olur. Bu ifâdenin her iki yanının tabiî logaritmasını alarak:

$$\ln p_n=\sum_{i=0}^{n}\ln\left[1-\frac{\Sigma_a(E_i)}{\xi\,[\Sigma_a(E_i)+\Sigma_s(E_i)]}\,\frac{\Delta E_i}{E_i}\right]$$

elde edilir. Rezonansları çok dar kabul ettiğimizden

$$\Delta E_i \ll \xi E_i$$

olacaktır. Bu ise yukarıda köşeli parantez içindeki ifâdelerin logaritmalarının bir TAYLOR serisine açılabilip birinci mertebeden yukarı terimlerin atılabilmesini sağlayan şarttır. Şu hâlde:

$$\ln p_n \simeq -\sum_{i=1}^{n} \frac{\Sigma_a(E_i)}{\xi\left[\Sigma_a(E_i)+\Sigma_s(E_i)\right]} \frac{\Delta E_i}{E_i}$$

bulunur. $n \rightarrow \infty$ limitine geçecek olursak toplam işâretini integrâl, sonlu fark işâretini de diferansiyel işâretleriyle değiştirip, logaritmadan da kurtularak, rezonanstan kaçma ihtimali olarak

$$\boxed{p(E_0, E) = exp\left[-\int_{E}^{E_0} \frac{\Sigma_a(E')}{\xi\left[\Sigma_a(E')+\Sigma_s(E')\right]} \frac{dE'}{E'}\right]} \qquad \text{(XII.8.7b)}$$

ifâdesi elde edilmiş olur.

9. Σ_{yav} **Makroskopik Yavaşlama Tesir Kesidi Ve p Rezonanstan Kaçma İhtimali İle Bağıntısı.** — Belirli bir (E_{i-1}, E_i) enerji aralığına yayılmış münferid ve (eğer varsa) kendinden bir evvelki rezonanstan en aşağı 4ε uzaklıkta bulunan ince bir rezonans göz önüne alalım. Bu takdirde bir nötronun bunu aşabilmesi ihtimali (XII . 8 . 7 b) ye göre:

$$p_i = p(E_{i-1}, E_i) = exp\left[-\int_{E_{i-1}}^{E_i} \frac{\Sigma_a(E')}{\xi\left[\Sigma_a(E')+\Sigma_s(E')\right]} \frac{dE'}{E'}\right] \qquad \text{(XII.9.1)}$$

olacaktır. Makroskopik tesir kesitlerinin (E_{i-1}, E_i) aralığında uygun ortalamalarını târif ederek rezonanstan kaçma ihtimâlini

$$p_i = p(E_{i-1}, E_i) = exp\left[-\frac{\bar{\Sigma}_{a,i}}{\xi\left[\bar{\Sigma}_{s,i}+\bar{\Sigma}_{a,i}\right]} \int_{E_i}^{E_{i-1}} \frac{dE,}{E'}\right] =$$

$$=exp\left\{-\frac{\bar{\Sigma}_{a,i}}{\xi[\bar{\Sigma}_{a,i}+\bar{\Sigma}_{s,i}]}\ln\frac{E_{i-1}}{E_i}\right\}=exp\left\{-\frac{\bar{\Sigma}_{a,i}}{\xi\bar{\Sigma}_{s,i}\left[1+\frac{\bar{\Sigma}_{a,i}}{\bar{\Sigma}_{s,i}}\right]}\ln\frac{E_{i-1}}{E_i}\right\} \tag{XII.9.2}$$

şeklinde yazabiliriz. Buradaki $\bar{\Sigma}_{a,i}$ ve $\bar{\Sigma}_{s,i}$ sırasıyla makroskopik absorplama ve esnek saçılma tesir kesitlerinin (E_{i-1}, E_i) aralığındaki ortalama değerlerini göstermektedir.

Şimdi

$$\bar{\Sigma}_{yav,i}=\bar{\Sigma}_{yav}(E_{i-1}\rightarrow E_i)=\frac{\xi\cdot\bar{\Sigma}_{s,i}}{\ln\frac{E_{i-1}}{E_i}} \tag{XII.9.3}$$

veyâ letarji cinsinden ifâde edilirse

$$\bar{\Sigma}_{yav,i}=\bar{\Sigma}_{yav}(u_{i-1}\rightarrow u_i)=\frac{\xi\,\bar{\Sigma}_{s,i}}{u_i-u_{i-1}} \tag{XII.9.3'}$$

ile de bir nötronun E_{i-1} enerjisinden E_i enerjisine yavaşlaması ihtimalinin bir ölçüsü olmak üzere bir ortalama makroskopik yavaşlama tesir kesidi târif eder ve $\bar{\Sigma}_{a,i}\ll\bar{\Sigma}_{s,i}$ için de $\bar{\Sigma}_{top\,i}\approx\bar{\Sigma}_{s,i}$ yazılabileceğini göz önünde tutarsak

$$p_i=p(E_{i-1},E_i)=\exp\left(-\frac{\bar{\Sigma}_{a,i}}{\bar{\Sigma}_{yav}}\right),$$

ve $\bar{\Sigma}_{a,i}\ll\bar{\Sigma}_{yav,i}$ olması hâlinde de

$$p_i=1-\frac{\bar{\Sigma}_{a,i}}{\bar{\Sigma}_{yav,i}} \tag{XII.9.4}$$

yazılabilir.

Eğer n adet rezonans tepesi yukarıdaki şartlar altında peşpeşe sıralanmış bulunuyorlarsa bir nötronun hiçbirine yakalanmadan hepsini birden aşması ihtimali âşikâr olarak:

$$p=\prod_{i=1}^{u}p_i=\prod_{i=1}^{n}\left(1-\frac{\bar{\Sigma}_{a,i}}{\bar{\Sigma}_{yav,i}}\right) \tag{XII.9.5}$$

ifâdesiyle belirlenecektir.

10. Yavaş Değişen Σ_a Hâli (GÖRTZEL - GREULİNG Çözümü). — (XII . 3 . 9) ifâdesini genel çözümü şimdiye kadar elde edilmiş değildir. Bununla beraber göz önüne alınan enerji aralığında absorplama tesir kesidinin yavaş değiştiği hâller için (XII . 3 . 9) a yaklaşık bir çözüm bulmak kabildir. Bunun için önce (XII . 3 . 9) u letarji cinsinden yazalım:

$$q(u)= \int_{u-\varepsilon}^{u} \frac{\Sigma_s(u')}{\Sigma_{top}(u')} F(u') \frac{e^{u'-u}-\alpha}{1-\alpha} du'$$

veyâ

$$q(u)= \int_{u-\varepsilon}^{u} \Sigma_s(u') \psi(u') \frac{e^{u'-u}-\alpha}{1-\alpha} du' \qquad \text{(XII.10.1)}$$

olur.

$(u,u-\varepsilon)$ letarji aralığında $\Sigma_a(u)$ nun yavaş değiştiğini farzettiğimizden $\Sigma_s(u)\psi(u)$ da yavaş değişecek demektir; zirâ kuvvetli bir absorplayıcı olsaydı bunun yutacağı çok sayıda nötronun, ψ(u) nötron dağılımı üzerinde de aynı vüsatte bir tesiri olacaktı. Buna binâen $\Sigma_s(u')$ $\psi(u')$ yü u'=u letarjisi civarında bir TAYLOR serisine açıp serinin birinci mertebeden yukarı terimlerini ihmâl edebiliriz:

$$\Sigma_s(u') \psi(u') = \Sigma_s(u) \psi(u) + (u'-u) \frac{d}{du} [\Sigma_s(u) \psi(u)] + O(2) \qquad \text{(XII.10.2)}$$

Bu açılımı (XII . 10 . 1) ifâdesindeki integrale vazedip de integrali buna göre hesapladık mıydı, a ile de

$$a = \frac{\alpha + \alpha\varepsilon + \frac{1}{2}\alpha\varepsilon^2 - 1}{1-\alpha} \qquad \text{(XII.10.2)}$$

büyüklüğünü göstermek üzere,

$$q(u) = \xi \Sigma_s(u) + a \frac{d}{du} [\Sigma_s(u) \psi(u)] \qquad \text{(XII.10.4)}$$

buluruz. Şimdi bir kere de (XII . 10 . 1) i u ya göre türetip gene (XII 10 . 2) vazını yapalım; bu sefer de

$$\frac{dq(u)}{du} = \xi \frac{d}{du} [\Sigma_s(u)\psi(u)] \qquad \text{(XII.10.5)}$$

buluruz. (XII . 10 . 4) ü ξ ile ve (XII . 10 . 5) i de a ile çarpıp bunları biribirlerinden çıkardıktan sonra

$$-a\frac{dq(u)}{du} + \xi q(u) = \xi^2 \Sigma_s(u)\psi(u) \qquad \text{(XII.10.6)}$$

elde edilir.

8a paragrafında

$$-\frac{dq(\mathrm{E})}{d\mathrm{E}} = \Sigma_a(\mathrm{E})\psi(\mathrm{E}) \qquad \text{(XII.8.1a)}$$

veyâhut da letarji cinsinden ifâde edersek

$$-\frac{dq\,(u)}{du} = \Sigma_a\,(u)\,\psi\,(u) \qquad \text{(XII.10.7)}$$

yazılabileceğini görmüştük. $\gamma = -a/\xi$ vazederek (XII . 10 . 7) yi (XII . 10 . 6) ifâdesine koyarsak neticede

$$\psi\,(u) = \frac{q\,(u)}{\xi\,\Sigma_s\,(u) + \gamma\,\Sigma_a\,(u)} \qquad \text{(XII.10.8)}$$

bulunur.

Şimdi gene (XII . 10 . 7) bağıntısını kullanarak (XII . 10 . 8) ifâdesinden $\psi(u)$ yu ifnâ edebiliriz. Buna göre

$$\frac{dq\,(u)}{q\,(u)} = -\frac{\Sigma_a\,(u)\,du}{\xi\,\Sigma_s\,(u) + \gamma\,\Sigma_a\,(u)}$$

bulunur ki bu integre edildiği takdirde

$$\frac{q\,(u)}{q_0} = \exp\left[-\int_0^u \frac{\Sigma_a\,(u')}{\xi\,\Sigma_s\,(u') + \gamma\,\Sigma_a\,(u')}\,du'\right] \qquad \text{(XII.10.9)}$$

elde edilir. Bunun sol tarafı ise nötronların absorplanmadan bir u letarjisine erişmesi ihtimalinin ifâdesinden başka bir şey değildir. Şu hâlde, artık enerji değişkenine dönerek, göz önüne aldığımız yavaş değişen absorplama tesir kesidi hâli için rezonansa yakalanmama ihtimali

$$\boxed{p\,(E_0,\,E)=\exp\left[-\int_E^{E_0}\frac{\Sigma_a\,(E')}{\xi\,\Sigma_s\,(E')+\gamma\,\Sigma_a\,(E')}\,\frac{dE'}{E'}\right]} \tag{XII.10.10}$$

olur.

Birkaç element için γ ve ξ nin değerlerini Cetvel: XII . 2 de vermekteyiz:

Cetvel: XII . 2

	γ	ξ
Hidrojen	1,000	1,000
Döteryum	0,583	0,725
Berilyum	0,149	0,209
Karbon	0,116	0,158.

Hidrojen için gerek γ ve gerekse ξ nin bire eşit olmaları hasebiyle **(XII . 10 . 10) yaklaşık ifâdesinin** ağır kütleli absorplayıcı ve hidrojeni hâvi bir yavaşlatıcı için rezonansa yakalanmama ihtimalini veren **(XII . 5 . 5) kesin ifâdesi** ile çakışmakta olduğu görülmektedir.

11. Çeşitli Çekirdek Nev'ilerinden Müteşekkil Ortamlar. — Nötronların yavaşlamalarının vuku bulduğu sonsuz ve homogen ortamlar eğer çeşitli çekirdek nev'ilerinden müteşekkilseler ξ yerine

$$<\xi>=\frac{\sum_i \xi_i\,\Sigma_{s,i}\,(u)}{\sum_i \Sigma_{s,i}\,(u)} \tag{XII.11.1}$$

ve γ yerine de

$$<\gamma> = \frac{\sum_i \xi_i F_i(u) \gamma_i}{\sum_i \xi_i F_i(u)} \qquad \text{(XII.11.2)}$$

ifâdeleriyle târif olunan ortalama değerleri vazetmek suretiyle geçen paragraflarda eriştiğimiz ifâdelerin mûteber kaldıklarını göstermek kabildir ve bunun ispatı da bir alıştırma olmak üzere okuyucuya bırakılmıştır.

ALIŞTIRMALAR:

1. $E_0 > E_1 > E_2$ olmak üzere (E_1, E_2) enerji aralığında $\Sigma_a \to \infty$ ve bu aralık dışında da $\Sigma_a = 0$ hâline tekabül eden rezonanstan kaçma ihtimalinin

$$p = \left(\frac{E_2}{E_1}\right)^{\frac{1}{\xi}}$$

olduğunu gösteriniz.

2. $A > 1$ olmak üzere sâbit saçılma ve absorplama tesir kesitlerini haiz sonsuz ve homogen bir ortam için rezonansa yakalanmama ihtimalinin kesin ifâdesini tesis ediniz.

3. Bu derste E cinsinden verilmiş olan bütün ifâdeleri u cinsinden yazınız.

4. Nötron yutucu olmayan tek bir cins maddeden müteşekkil sonsuz ve homogen bir ortamda nötronların yavaşlaması göz önüne alınıyor. E_0, sisteme ithâl edilen nötronların kinetik enerjisi olmak üzere $w = E_0/E$ değişkenini kulanmak suretiyle

a. $g(w' \to w)$ ve $G(w', w)$ fonksiyonlarının tek bir esnek çarpışmadan evvel ve sonraki ifâdelerini bulunuz,

b. Esnek çarpışma başına w cinsinden ortalama kazancı bulunuz,

c. Bir dw aralığı için nötronların denge durumunu göz önüne alarak, $F(w)dw = \Sigma_s(w)\,\psi(w)\,dw$ olmak üzere, $F(w)$ esnek çarpışma yoğunluğu için asimtotik integrâl denklemi tesis ediniz, ve

d. q(w) yavaşlama yoğunluğunu esnek çarpışma yoğunluğunun üzerinden alınmış bir integralle ifâde ediniz.

5. Sonsuz bir ortamda E_0 enerjili nötronlar üretilmektedir. Bunlar esnek çarpışmalarla $E_{\text{ıl}}$ a kadar erişip eşitenerjili bir difüzyona tâbî olmaktadırlar. Ortam, hepsi de bütün hızlar için, nötronların hızlarının tersiyle orantılı olan Σ_s, Σ_a, Σ_f ve Σ_{top} makroskopik tesir kesitleriyle vasıflandırılmıştır. Yavaşlama yoğunluğuyla akı arasında:

$$q(E) = \xi\, \Sigma_{top}(E)\, \psi(E)\, E$$

bağıntısının bulunduğunu farzederek ılık nötronların sebep oldukları fisyonların oranını bulunuz.

6. Sırf difüzleyici birçok çekirdek nev'inden müteşekkil sonsuz homogen bir ortamdaki nötronların yavaşlama yoğunluğunun ifâdesini tesis ediniz.

7. Birtakım absorplayıcı çekirdek nev'ilerinden müteşekkil sonsuz homogen bir ortamdaki nötronların yavaşlama yoğunluğunun ifâdesini tesis ediniz.

XIII. DERS

Fermi'nin Çağ Teorisi

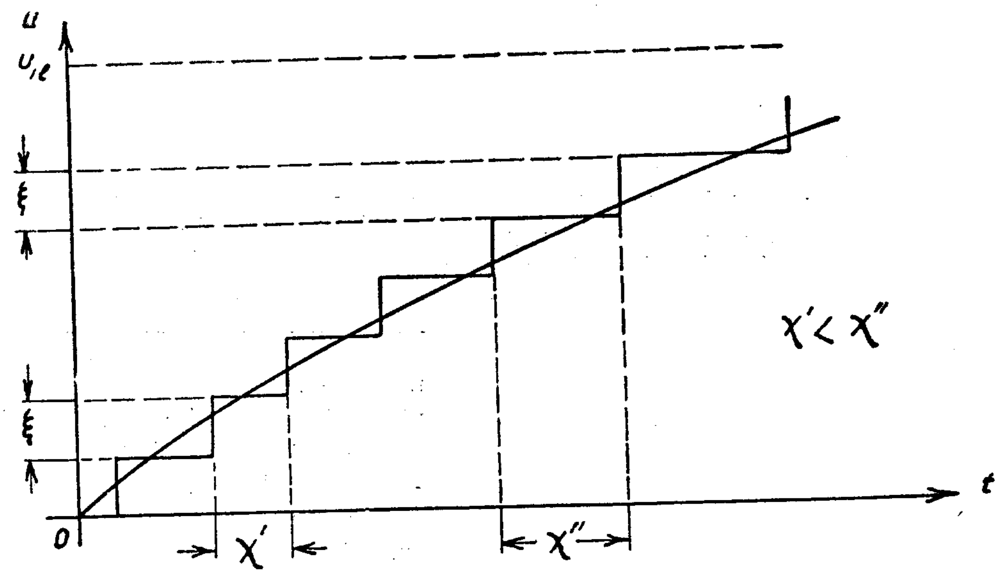
ÇAĞ DENKLEMİNİN ÇOĞALTKAN OLMAYAN SONSUZ ORTAMLAR İÇİN ÇÖZÜMLERİ

Nötronlar için sürekli yavaşlama modeli - Nötronların çağı - FERMİ'nin çağ denklemi - Çağın fizikî anlamı - Çağ denkleminin sınır şartları - Çağ denkleminin sonsuz ortamlarda: a) sonsuz düzlemsel, b) sonsuz çizgisel ve c) noktasal nötron kaynaklarının mevcudiyetleri hâlinde çözümleri - Yavaşlama uzunluğu ile τ arasındaki bağıntı.

1. Nötronlar İçin Sürekli Yavaşlama Modeli. — Geçen ders boyunca sonsuz ortamlarda vuku bulan nötron yavaşlaması meselesini yalnız enerji bakımından ele aldık. Bu derste nötronların yer ve enerji bakımından dağılımlarını incelemeye bir giriş yapmak istiyoruz. Buna bir hazırlık olmak üzere önce bir nötronun 0 letarjisinden itibâren daha yüksek letarjilere yavaşlamasını göz önüne alıp bunu t zamanının bir fonksiyonu olarak inceleyelim. Böylece Şekil: XIII. 1 deki eğriyi elde ederiz.

Bu eğri, nötronun ortamın çekirdekleriyle vuku bulan her çarpışmada ortalama olarak ξ kadar sâbit bir letarji kazandığı keyfiyetini iyi bir şekilde aksettirmektedir. Nötronun her çarpışmadan sonra enerjisi (dolayısıyla hızı) azaldığından müteakip çarpışmalar arasında geçen zaman da buna paralel artmaktadır. Bu keyfiyet de grafikte, süreksiz eğrinin basamak yüksekliklerinin her seferinde sâbit bir ξ büyüklüğüne eşit olmalarına karşılık, basamaklar arasındaki uzaklığın gitgide büyümesiyle ortaya konulmaktadır.

Diğer taraftan ξ nin ortamdaki hedef çekirdeklerin kütlelerine bağlı olduğunu bilmekteyiz. Bu çekirdeklerin kütleleri ne kadar büyükseler bir nötronun bir tek çarpışmada kazanacağı letarji de o kadar ufak olacak

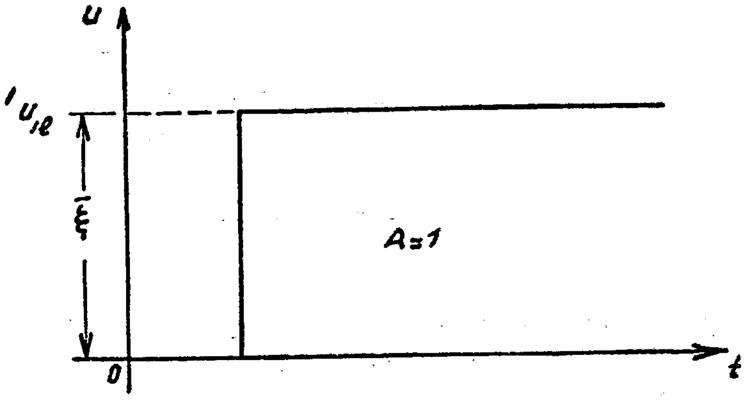


Şekil: XIII . 1

ve aksine, bu çekirdekler ne kadar hafifseler letarji değişikliği de o kadar büyük olacaktır; hattâ ortamın hidrojenli bir ortam olması hâlinde nötronlar bir tek çarpışmayla bütün enerjilerini kaybedebildiklerinden bu takdirde Şekil: XIII . 1 deki çok basamaklı eğri Şekil: XIII . 2 deki gibi tek bir basamağa ircâ olabilecektir.

ξ ne kadar küçük olursa Şekil: XIII . 1 deki basamaklı süreksiz eğrinin yerine o kadar büyük bir takrîbiyetle sürekli bir eğri ikâme edilebileceği kolayca anlaşılmaktadır. Fakat böyle bir sürekli eğri ikâme etmenin hidrojen, döteryum v.s. gibi hafif çekirdekler ihtivâ eden ve dolayısıyla ξ leri büyük olan ortamlara tatbik olunamıyacağı âşikârdır.

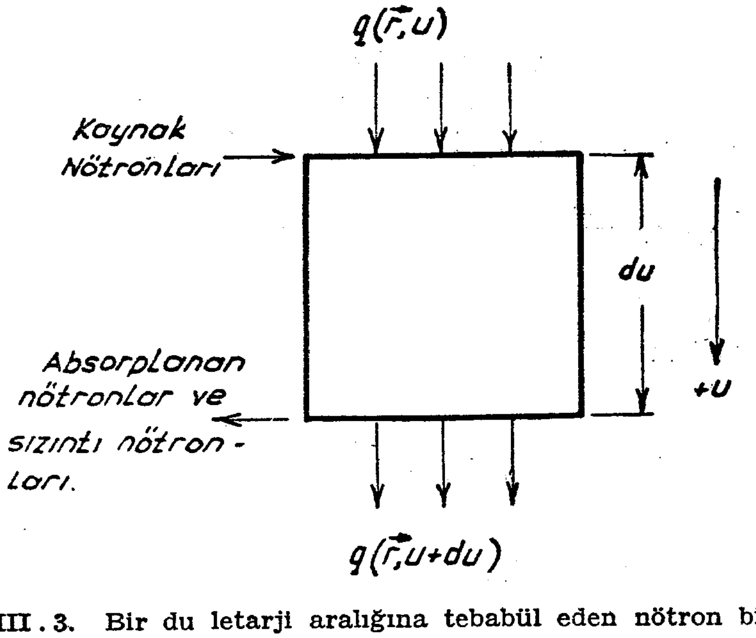
Şu hâlde, meselâ ağır kütleli yavaşlatıcı çekirdekler ihtivâ eden ortamlar için, nötronların yavaşlama yoğunluğunun zamanın fonksiyonu olarak sürekli bir şekilde değiştiğini kabul edebiliriz. Aynı şeyin H_2O veyâ D_2O ihtivâ eden ortamlar için yapılamıyacağı âşikârdır. Meselâ H_2O lu bir ortam için böyle bir kabul bazı hesaplarda % 200 lük bir hatâ tevlîd edebilmektedir. Grafit için dahi, denel ölçülerden farklı sonuçlar veren teorik neticelere erişilmektedir.



Şekil: XIII.2

Biz bu derste hesaplarımızı hep, nötronların sürekli bir şekilde her letarjiden geçerek yavaşladıkları faraziyesinin gerçekleştiğini farzederek yürüteceğiz. Buna **nötronların sürekli yavaşlama modeli** adı verilir.

2. **Sürekli Yavaşlama Modeline Göre Nötronların Uzay ve Letarji Bilânçosu.** — Sürekli yavaşlama modeline göre nötronların sonlu bir or-



Şekil: XIII.3. Bir du letarji aralığına tebabül eden nötron bilânçosu.

tamdaki difüzyonlarını incelemek için göz önüne alınan ortamda küçük bir dV uzay hacmı içinde bulunan ve enerjileri belirli bir u letarjisini çevreleyen du aralığına tekabül etmekte olan nötronları göz önüne alalım (Bk. Şekil: XIII . 3).

dV du çarpımından meydana gelen faz uzayı elemanter hacım elemanı içinde nötronların kararlı bir denge kurduklarını farzedelim; yâni 1) absorplanma, 2) yavaşlama ve 3) dışarı sızıntı dolayısıyla dV du yu terkeden nötronların sayısı; I) her an yavaşlama yoluyla dV du ya giren nötronların sayısıyla, II) dV du da üreyen kaynak nötronlarının toplamına eşit olsun.

dV du ya dâhil olan nötronların yoğunluğunu $q(\vec{r}, u)$ ile gösterelim. dV du yu du istikametinde katettikten sonra terkeden nötronların yoğunluğu da $q(\vec{r}, u+du)$ olacaktır. FİCK Kanununun cârî olduğunu yâni

$$\vec{J}(\vec{r},u) = -D(u)\,\overrightarrow{\text{grad}}\,\phi(\vec{r},u) \tag{XIII.2.1}$$

olduğunu kabul ederek dV den dışarı sızan nötronların sayısının, VI. derste olduğu gibi

$$-D(u)\nabla^2\phi(\vec{r},u)dV du$$

ya eşit olduğu görülebilir. Buna göre ve $K(\vec{r}, u)$ ile de kaynak nötronlarının yoğunluğunu göstererek nötronların dV du faz uzayı hacım elemanındaki bilânçosunu veren denge denklemi şu şekilde yazılır:

$$\begin{aligned} q(\vec{r},u)dV + K(\vec{r},u)dV du &= q(\vec{r},u+du)dV + \\ &+ \Sigma_a(u)\phi(\vec{r},u)dV du - D(u)\nabla^2\phi(\vec{r},u)dV du. \end{aligned} \tag{XIII.2.2}$$

Diğer taraftan

$$\lim_{du\to 0}[q(\vec{r},u+du) - q(\vec{r},u)] = \frac{\partial q(\vec{r},u)}{\partial u}du \tag{XIII.2.3}$$

yazılabileceğine işâret edelim. Buna göre (XIII . 2 . 2)

$$D(u)\nabla^2\phi(\vec{r},u) - \Sigma_a(u)\phi(\vec{r},u) + K(\vec{r},u) = \frac{\partial q(\vec{r},u)}{\partial u} \tag{XIII.2.4}$$

şekline girer.

(XIII . 2 . 3) deki gibi du letarji aralığını sonsuz küçük farzetmemiz nötronların sonlu bir letarji bölgesini sonsuz büyük sayıda çarpışma yaptıktan sonra aştıkları keyfiyetiyle denktir. Şu hâlde (XIII . 2 . 3 yi yazabilmemiz, zımnen, nötronların sürekli bir şekilde yavaşlamakta olduklarını kabul etmekle mümkündür.

(XIII . 2 . 4) denklemindeki $\phi(\vec{r}, u)$ nötron akısı ve nötronların $q(\vec{r}, u)$ yavaşlama yoğunluğundan birini ifnâ etmek için, $\phi(\vec{r}, u)$ ile $q(\vec{r}, u)$ arasındaki, sonsuz bir ortamda biribirlerinden uzak münferit absorplama rezonans tepelerinin mevcudiyetine tekabül eden (XII . 7 . 8″) bağıntısı iyi bir takribiyet olabilir:

$$q(\vec{r}, u) = \xi\Sigma_{top}(u)\,\phi(\vec{r},u). \qquad \text{(XII.7.8″)}$$

Buna göre (XIII . 2 . 3) ifâdesi artık

$$\frac{D(u)}{\xi\Sigma_{top}(u)}\nabla^2 q(\vec{r},u) - \frac{\Sigma_a(u)}{\xi\Sigma_{top}(u)}q(\vec{r},u) + K(\vec{r},u) = \frac{\partial q(\vec{r},u)}{\partial u} \qquad \text{(XIII.2.5)}$$

şeklini alır.

3. FERMİ'nin Çağ Denklemi.

— Şimdi

$$q(\vec{r},u) = Q(\vec{r},u)\exp\left[-\int_0^u \frac{\Sigma_a(u')}{\xi\Sigma_{top}(u')}du'\right]$$

$$= Q(\vec{r},u)\cdot p(u) \qquad \text{(XIII.3.1)}$$

vazetmek suretiyle (XIII . 2 . 4) denklemini $Q(\vec{r}, u)$ cinsinden yazalım. Bu takdirde (XIII . 2 . 4) denklemi

$$\frac{\partial Q(\vec{r},u)}{\partial u} = \frac{D(u)}{\xi\Sigma_{top}(u)}\nabla^2 Q(\vec{r},u) + \frac{K(\vec{r},u)}{p(u)} \qquad \text{(XIII.3.2)}$$

şekline girer. Bundan başka bir de

$$\boxed{\tau(u)=\int_0^u \frac{D(u')}{\xi\Sigma_{top}(u')}du'} \qquad \text{(XIII.3.3)}$$

dönüşümünü yapacak olursak (XIII.3.2) denklemi

$$K(\vec{r},\tau)=\frac{\xi\Sigma_{top}(u)}{p(u)D(u)}K(\vec{r},u)$$

vazetmek sûretiyle nihayet

$$\boxed{\frac{\partial Q(\vec{r},\tau)}{\partial\tau}=\nabla^2 Q(\vec{r},\tau)+K(\vec{r},\tau)} \qquad \text{(XIII.3.4)}$$

şekline girer. Bu denkleme *FERMİ'nin çağ denklemi* adı verilir.(*)

(XIII. 3. 3) ile belirtilen $\tau(u)$ ifâdesine de u letarjisindeki *nötronların çağı* denir.

İsminin nötron çağı olması hasebiyle τ nun bir zaman ölçüsü olduğu sanılmamalıdır. Filhakika (XIII . 3 . 3) târif formülünden, kolayca, τ nun boyutunun bir uzunluğun karesi olduğu tesbit edilir. Bunun neye delâlet ettiğini ilerde, 5 c bölümünde açıklayacağız. Bununla beraber τ ya çağ denilmesi de tamamen boş değildir. Doğrudan doğruya görülmese bile τ nun t ile ilgisi vardır. Bunu açıkça ortaya koymak için önce sırf difüzleyici bir ortamda belirli bir dt zaman aralığı içinde bir nötronun mâruz kalacağı esnek çarpışma sayısının

$$\frac{v}{\lambda_s}dt=v\Sigma_s dt$$

olduğuna dikkati çekelim. Buna ve ξ nin de çarpışma başına ortalama letarji kazancını göstermesine binâen (XI . 3 . 4) den

$$du=\xi\frac{v}{\lambda_s}dt=\xi\, v\Sigma_s dt \qquad \text{(XIII.3.5)}$$

bulunur. Sırf difüzleyici bir ortam için $\Sigma_{top}\to\Sigma_s$ olacağından, bu keyfiyet göz önüne alınır ve bir de (XIII . 3 . 5) dönüşümü yapılırsa, $\tau(u)$ nun (XIII . 3 . 3) ile verilmiş olan ifâdesinden,

(*) Genel olarak FERMİ'nin çağ denklemi diye literatürde (XIII . 3 . 4) ün $K(r, \tau)=0$ hâli zikredilmektedir.

$$\tau(t) = \int_0^t \mathrm{D}v\, dt' \tag{XIII.3.6}$$

veyâhut da Dv çarpımının t ye göre $<\mathrm{D}v>$ ortalama değerinin

$$<\mathrm{D}v> = \frac{1}{t}\int_0^t \mathrm{D}v\, dt'$$

ile târif edilmesinden ötürü

$$\boxed{\tau(t) = <\mathrm{D}v>t} \tag{XIII.3.7}$$

bulunur. Bu son ifâdeden de kolayca anlaşıldığı üzere, zımnen, nötronların $t=0$ ânında $u=0$ letarjisini haiz olduklarını kabul etmiş bulunmaktayız.

Nötronların ortalama E_0 fisyon enerjisinden ılık $\mathrm{E}_{ıl}$ enerjisine kadar yavaşlamaları için lâzım gelen l^*_{yav} zamna süresi (XIII . 3 . 5) in enerji cinsinden

$$dt = -\frac{\gamma_s}{\xi v}\frac{d\mathrm{E}}{\mathrm{E}}$$

şeklinde ifâde edilebilmesinden ötürü bu ifâdeden $\mathrm{E}_{ıl}$ ve E_0 limitleri arasında integrâl alınmak suretiyle elde edilir:

$$l^*_{yav} = \int_{\mathrm{E}_{ıl}}^{\mathrm{E}_0} \frac{\lambda_s}{\xi v}\frac{d\mathrm{E}}{\mathrm{E}}$$

$$= \int_{\mathrm{E}_{ıl}}^{\mathrm{E}_0} \frac{\sqrt{2}\cdot\lambda_s}{\xi}\frac{d\mathrm{E}}{\mathrm{E}^{3/2}} = \frac{\sqrt{2}\cdot\overline{\lambda}_s}{\xi}\left(\frac{1}{\sqrt{\mathrm{E}_{ıl}}} - \frac{1}{\sqrt{\mathrm{E}_0}}\right)$$

Burada $\overline{\lambda}_s$ uygun bir ortalama değeri göstermekte ve $v = \sqrt{2\mathrm{E}}$ alınmış bulunmaktadır.

Cetvel: XIII. 1 bazı nötron yavaşlatıcıların karakteristik vasıflarını göstermektedir.

Cetvel: XIII. 1

Nötron Yavaşlatıcı	τ nötron çağı cm^2		$\Sigma_s = \left(\frac{1}{\lambda_s}\right)$	l^*_{yav} $\times 10^{-5}$san	Difüzyon süresi	Yavaşlama uzunluğu
	1.46 eV e kadar	0.025 eV e kadar				
H_2O	30,4—30,8	31,4—31,8	0,90	1	0,23	5,7
D_2O	100	120—125	0,43	2,9	50	11,0
Be	80—84	97,2—102	0,55	7,8	5,0	9,9
BeO	95	105—110	—	—	9,5	—
C	311	364	0,30	10	14	18,7

4. **Çağ Denklemi İçin Sınır Şartları.** — Çağ denkleminin çözümünü de tıpkı difüzyon denkleminin çözümü gibi benzer sınır şartlarını tahkik

Buna $Q(\vec{r}, \tau)$ ile $\phi(\vec{r}, \tau)$ arasındaki

$$Q(\vec{r}, \tau) = \frac{q(\vec{r}, \tau)}{p(\tau)} = \frac{\xi \Sigma_{top}(\tau)}{p(\tau)} \phi(\vec{r}, \tau)$$

bağıntısından da kolaylıkla görmek mümkündür. Buna binâen farklı iki ortamı ayıran bir $x = x_0$ düzlemi ve τ nun her değeri için

$$Q_1(x_0, \tau) = Q_2(x_0, \tau)$$

ve

$$D_1 \left[\frac{\partial Q_1(x, \tau)}{\partial x}\right]_{x=x_0} = D_2 \left[\frac{\partial Q_2(x, \tau)}{\partial x}\right]_{x=x_0}$$

ve ortamın $\vec{r}_u$ uzatılmış sınırında da

$$Q(\vec{r}_u, \tau) = 0$$

olacaktır.

Bunlardan başka gene ϕ nötron akısı için olduğu gibi $Q(\vec{r}, \tau)$ nun, fizikî bakımdan, göz önüne alınan ortamda aslâ negatif değerler almayacağı ve eğer ortam sonsuzsa da

$$\lim_{|\vec{r}| \to \infty} Q(\vec{r}, \tau) = 0$$

bağıntısını gerçekleyeceğini ilâve etmemiz lâzımdır.

5. Çağ Denkleminin Bazı Basit Hâller İçin Çözümleri. — Bu bölümde çoğaltkan olmayan sonsuz ortamlar için çağ denkleminin birkaç hâl için çözümlerini tesis etmek istiyoruz. Bunun için de göz önüne aldığımız ortamda izotropik olarak sıfır letarjili nötronlar yayınlayan bir nötron kaynağının bulunduğunu farzedeceğiz.

a. Sonsuz Düzlemsel Kaynak. — Göz önüne aldığımız ortamda $x=0$ da, x eksenine dik olarak yerleştirilmiş ve saniyede cm^2 başına $u=0$ letarjili q_0 nötron neşreden sonsuz yaygınlığı haiz düzlemsel bir kaynak olsun. Bu kaynak nötronlarının ortamda uzay ve letarji bakımından dağılımları FERMİ'nin çağ denklemiyle verilecektir.

Problemimiz âşikâr olarak tek boyutlu bir problemdir. Diğer taraftan da kaynağın saniyede ve cm^2 başına $x=0$ da $\tau=0$ çağını haiz q_0 nötron neşrettiğini ve ortamda da başka hiçbir kaynak bulunmadığını düşünecek olursak $K(x, \tau)$ kaynak terimi

$$K(x, \tau) = q_0 \, \delta(x) \, \delta(\tau)$$

yazılabilir. Burada $\delta(x)$ ve $\delta(\tau)$, VIII. dersteki gibi, gene DİRAC fonksiyonlarını göstermektedir.

Buna göre çağ denklemi göz önüne aldığımız problem için

$$\frac{\partial Q(x, \tau)}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 Q(x, \tau)}{\partial x^2} + q_0 \, \delta(x) \, \delta(\tau) \qquad \text{(XIII.5.1a)}$$

şekline ircâ olur. $Q(x, \tau)$ fonksiyonunun târif bölgesinin

$$x \neq 0, \quad -\infty < x < +\infty \, ; \quad \tau > 0$$

ile belirlenebileceği sarihtir. $Q(x, \tau)$ için koşacağımız fizikî şart, XIII. 4. bölümündeki gibi,

$$\lim_{x \to \pm\infty} Q(x, \tau) = 0$$

olmasıdır.

Şimdi (XIII. 5. 1a) yı çözebilmek için $Q(x, \tau)$ nun x e göre FOURİER dönüşümünü

$$\mathcal{F}\left\{Q(x, \tau)\right\} = \overline{Q}(s, \tau) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} Q(x, \tau)\, e^{-isx}\, dx \qquad \text{(XIII.5.2a)}$$

ile gösterelim. Ters FOURİER dönüşümünün de

$$Q(x, \tau) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \overline{Q}(s, \tau)\, e^{isx}\, ds \qquad \text{(XIII.5.3a)}$$

ile verildiği mâlûmdur. (Bk. Ek: IV)

FOURİER dönüşümünün hassalarından faydalanarak (XIII. 5. 1a) çağ denkleminin x e göre FOURİER dönüşmüşü, $Q(x, \tau)$ nun sonsuzda sıfır olduğu da göz önünde bulundurularak

$$\frac{\partial \overline{Q}(s, \tau)}{\partial \tau} + s^2 \overline{Q}(s, \tau) = q_0 \frac{\delta(\tau)}{\sqrt{2\pi}} \qquad \text{(XIII.5.4a)}$$

olur. Bu birinci mertebeden âdî bir diferansiyel denklemdir. Çözümü, DİRAC fonksiyonunun özellikleri göz önüne alınarak, kolayca bulunur:

$$\left.\begin{aligned} \tau > 0 \text{ için } \overline{Q}(s, \tau) &= \frac{q_0}{\sqrt{2\pi}} \exp(-s^2 \tau) \\ \tau = 0 \text{ için } \overline{Q}(s, \tau) &= 0 \end{aligned}\right\} \qquad \text{(XIII.5.5a)}$$

(XIII. 5. 5a) nın ters FOURİER dönüşümünü alacak olursak $Q(x, \tau)$ yu bulmuş oluruz:

$$Q(x,\tau)=\frac{q_0}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-(s^2\tau-isx)}ds=$$

$$=\frac{q_0\exp\left(-\frac{x^2}{4\tau}\right)}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\exp\left[-\left(s\sqrt{\tau}-\frac{ix}{2\sqrt{\tau}}\right)^2\right]ds$$

ve

$$s\sqrt{\tau}-\frac{ix}{2\sqrt{\tau}}=u \longrightarrow ds=\frac{du}{\sqrt{\tau}}$$

vazederek

$$Q(x,\tau)=\frac{q_0\exp\left(-\frac{x^2}{4\tau}\right)}{2\pi\sqrt{\tau}}\int_{-\infty}^{+\infty}e^{-u^2}du$$

ve dolayısıyla

$$Q(x,\tau)=\frac{q_0\exp\left(-\frac{x^2}{4\tau}\right)}{(4\pi\tau)^{\frac{1}{2}}} \tag{XIII.5.6a}$$

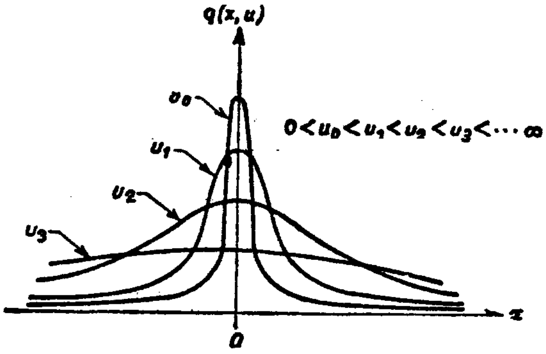
bulunur.

(XIII . 3 . 1) yardımıyla nötronların $q(x,u)$ yavaşlama yoğunluğunu (XIII . 5 . 6a) ya göre tanzim ederek

$$\boxed{q(x,u)=\frac{q_0\exp\left[-\frac{x^2}{4\tau(u)}\right]}{[4\pi\tau(u)]^{\frac{1}{2}}}} \tag{XIII.5.7a}$$

ifâdesi elde edilir.

$\tau(u)$ nötron çağının, u letarjisinin monoton artan bir fonksiyonu olduğu keyfiyetini göz önünde bulundurarak (XIII . 5 . 7a) ya binâen nötronların $q(x, u)$ yavaşlama yoğunluğunun u nun farklı değerlerine tekabül eden grafiklerini çizecek olursak (Bk. Şekil: XIII.4),

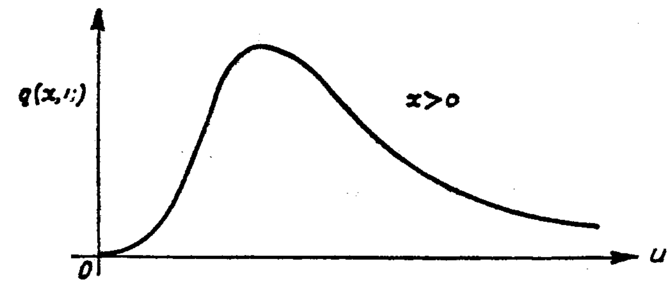


Şekil: XIII.4

1) u nun küçük değerleri için nötron dağılımının kaynak civarında kesif ve kaynaktan uzakta çok seyrek,

2) u nun büyük değerleri için de bu dağılımın oldukça mütecânis (homogen) bir manzara arzetmekte olduğunu müşahede ederiz.

u nun fonksiyonu olarak $q(x, u)$ nun değişimlerini fizikî tefsiri kolaydır. Filhakika letarjileri küçük olan nötronlar kaynak tarafından neşredildikten sonra ortamın atomlariyle ancak birkaç çarpışmada bulunabilmiş olan nötronlardır. Dolayısıyla bunlar, kaynağı henüz terketmiş olmak hasebiyle ondan kâfî derecede uzaklaşmağa vakit bulamamışlardır. Letarjileri küçük nötronların kaynak civarında kesif olmalarının sebebi böylece anlaşılmış olmaktadır. Letarjileri daha büyük olan nötronlarsa daha fazla çarpışmaya mâruz kalmış ve bunun neticesi olarak da uzayın her noktasına az çok homogen bir tarzda dağılmış olan nötronlardır.



Şekil: XIII.5

Şimdi eğer $q(x, u)$ fonksiyonunu belirli bir $x>0$ noktası için çizecek olursak Şekil: XIII.5 deki eğriyi elde ederiz. Bu eğriden anlaşılmalıdır ki belirli bir $x>0$ noktasında yüksek letarjili nötronlar daha az sayıda mevcuttur. Bunun iki sebebi vardır; birincisi, düşük enerjili nötronların kaynaktan uzaklara ve gâyet büyük bir hacım içine difüzlenmiş olabilmeleri dolayısıyla yoğunluklarının, hangi noktada olursa olsun, düşük bir değer alması ve ikincisi de ortamdaki nötron absorplayıcı maddelerin yavaşlayan nötronların bir kısmını yutmaları dolayısıyla, düşük enerjilere az sayıda nötronun intikalini sağlamalarıdır.

b. Sonsuz Çizgisel Nötron Kaynağı. — Sonsuz bir ortamda, kalınlığı haiz olmayan sonsuz uzun bir nötron kaynağının z-ekseni boyunca yerleştirilmiş olduğunu farzedelim. Bu takdirde, haiz olduğu sonsuz silindir simetrisi dolayısıyla problemimiz sâdece x ve y koordinatlarına veyâ $\rho(x, y) = \sqrt{x^2+y^2}$ eksenel uzaklığına tâbî olacaktır. O hâlde, kaynak teriminin de

$$K(x, y, \tau) = q_0 \delta(x) \delta(y) \delta(\tau)$$

şeklinde olacağı göz önünde bulundurulursa çağ denkleminin

$$\frac{\partial Q}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 Q}{\partial y^2} + q_0 \delta(x) \delta(y) \delta(\tau) \qquad \text{(XIII.5.1a)}$$

ifâdesine müncer olacağı görülür.

$Q(x, y, \tau)$ nun târif bölgesi

$$\begin{array}{ll} \tau > 0 & \\ x \neq 0 & -\infty < x < +\infty \\ y \neq 0 & -\infty < y < +\infty \end{array}$$

bağıntılarıyla belirlenmiş olup sınır şartlarından ötürü de

$$\lim_{x,y \to \pm\infty} Q(x, y, \tau) = 0$$

dır.

Şimdi

$$\vec{s} = s_1\vec{e_1} + s_2\vec{e_2}$$

$$\vec{r} = x\vec{e_2} + y\vec{e_2}$$

olmak üzere $Q(\vec{r}, \tau)$ nun x ve y ye göre çift katlı FOURİER dönüşmüşü

$$\overline{Q}(\vec{s}, \tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} Q(\vec{s}, \tau) \cdot \exp[i(\vec{s} \cdot \vec{r})] dx\, dy \qquad \text{(XIII.5.2b)}$$

ifâdesiyle târif olunur. $Q(\vec{s}, \tau)$ bilindiğinde $Q(\vec{r}, \tau)$ yu veren çiftkatlı ters FOURİER dönüşümü de

$$Q(\vec{r}, \tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \overline{Q}(\vec{s}, \tau) \cdot \exp[i(\vec{s} \cdot \vec{r})] ds_1\, ds_2 \qquad \text{(XIII.5.3b)}$$

ile târif olunur.

Çiftkatlı FOURİER dönüşümünün hassalarından faydalanarak (XIII . 5 . 1b) denkleminin FOURİER dönüşmüşünün

$$\frac{\partial \overline{Q}(\vec{s}, \tau)}{\partial \tau} + (\vec{s} \cdot \vec{s}) \overline{Q}(\vec{s}, \tau) = q_0 \cdot \frac{\delta(\tau)}{2\pi}$$

olduğu ve bu denklemin çözümünün de $\tau > 0$ için

$$\overline{Q}(\vec{s}, \tau) = \frac{q_0}{2\pi} \cdot \exp[-(\vec{s} \cdot \vec{s})\tau] \qquad \text{(XIII.5.4b)}$$

ifâdesiyle verildiği kolayca bulunur. (XIII . 5 . 3b) ve (XIII . 5 . 4b) yardımıyla da nihayet:

$$Q(\vec{r}, \tau) = \frac{q_0}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp[-(\vec{s} \cdot \vec{s}) \tau + i(\vec{s} \cdot \vec{r})] ds_1 ds_2 =$$

$$= \frac{q_0}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left[-(s_1^2+s_2^2)\tau + i(s_1x+s_2y)\right] ds_1 ds_2$$

$$= \frac{q_0}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left[-s_1^2\tau + is_1x\right] ds_1 \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left[-s_2^2\tau + is_2y\right] ds_2$$

elde edilir.

5 a bölümündeki değişken dönüşümünü bu iki integrâli hesaplamak üzere burada da tekrarlarsak, $x^2+y^2=\rho^2$olmak üzere, neticede

$$Q(\rho, \tau) = \frac{q_0 \exp\left(-\frac{\rho^2}{4\tau}\right)}{4\pi\tau} \qquad \text{(XIII.5.5b)}$$

ve (XIII . 3 . 1) dolayısıyla

$$\boxed{q(\rho, u) = \frac{q_0 \cdot \exp\left[-\frac{\rho^2}{4\tau(u)}\right]}{4\pi\tau(u)}} \qquad \text{(XIII.5.6b)}$$

bulunur.

c. **Sonsuz Ortamda Noktasal Kaynak.** — Sonsuz bir ortamda noktasal bir nötron kaynağının dik kartezyen koordinatlarının başlangıcına yerleştirilmiş olduğunu farzedelim. Bu takdirde (XIII . 3 . 4) çağ denklemindeki kaynak terimi için

$$K(x, y, z, \tau) = q_0\, \delta(x)\, \delta(y)\, \delta(z)\, \delta(\tau)$$

yazılır ve çağ denklemi de (XIII . 3 . 4) e binâen

$$\frac{\partial Q}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 Q}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 Q}{\partial z^2} + q_0\, \delta(x)\, \delta(y)\, \delta(z)\, \delta(\tau) \qquad \text{(XIII.5.1c)}$$

şeklini alır.

$Q(x, y, z, \tau)$ nun târif bölgesi

$$\begin{array}{ll} \tau > 0 & \\ x \neq 0 & -\infty < x < +\infty \\ y \neq 0 & -\infty < y < +\infty \\ z \neq 0 & -\infty < z < +\infty \end{array}$$

bağıntılarıyla belirlenmiş olup sınır şartlarından ötürü de

$$\lim_{x,y,z \to \pm\infty} Q(x, y, z, \tau) = 0$$

dır.

5 b bölümüne benzer bir şekilde, bu sefer de, üçkatlı FOURİER dönüşümünü kullanarak ve $r = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$ ile de orijine göre yervektörünün uzunluğunu göstererek

$$\boxed{q(r, u) = \frac{q_0 \cdot \exp\left[-\dfrac{r^2}{4\tau(u)}\right]}{[4\pi\tau(u)]^{\frac{3}{2}}}} \qquad \text{(XIII.5.2c)}$$

bulunur.

Şimdi noktasal bir nötron kaynağı ihtivâ eden böyle sonsuz bir ortam verildiği takdirde, nötronların kaynakla u letarjisine eriştikleri nokta arasındaki uzaklığın karesinin ortalama değeri olan $\langle r^2 \rangle$ yi hesaplayalım.

İhtimâller hesabının (Bk. Ek: I) temel kavramlarına göre bu $\langle r^2 \rangle$ değeri, r^2 nin, bir nötronun r yi çevreleyen bir dr aralığı içinde u letarjisini haiz olması ihtimâline göre ortalamasını göstermektedir.

Problem küresel simetri arzettiğinden bir r noktasını çevreleyen dr aralığı $4\pi r^2 dr$ hacmını haizdir. Bu aralıkta u letarjisine erişen nötronların sayısı

$$q(r, u)\, 4\pi r^2\, dr$$

dir. Bütün uzayda u letarjisine erişen nötronların sayısı

$$\int_0^\infty q(r, u)\, 4\pi r^2\, dr$$

olduğuna göre bir nötronun orijindeki kaynaktan itibâren belirli bir r uzaklığını çevreleyen dr aralığında belirli bir u letarjisine erişebilmesi ihtimâli:

$$G(r,u) = \frac{q(r,u)\, 4\pi r^2 dr}{\int_0^\infty q(r,u)\, 4\pi r^2 dr}$$

olur. Şu hâlde $\langle r^2 \rangle$ de

$$\langle r^2 \rangle = \int_0^\infty r^2 G(r,u) dr \qquad \text{(XIII.5.3c)}$$

ile verilir, böylece

$$\boxed{\frac{1}{6} \langle r^2(u) \rangle = \tau(u)} \qquad \text{(XIII.5.4c)}$$

bulunur.

Böylelikle nötronların $\tau(u)$ çağının karekökünün nötronların yavaşlama uzunluklarının bir ölçüsü olarak ortaya çıktığı müşahede edilmektedir. (Bu neticeyi, VIII. Derste gördüğümüz, L^2 difüzyon uzunluğunun karesinin bir nötronun difüzyon esnasında katettiği yolun karesinin ortalama değerinin 1/6 sına eşit olması keyfiyetiyle karşılaştırınız).

ALIŞTIRMALAR:

1. Sonsuz bir ortamda sonsuz düzlemsel bir nötron kaynağı cm^2 ve saniye başına izotropik olarak K adet ılık nötron yayınlamaktadır. Bu kaynaktan a kadar uzağa paralel bir şekilde d kalınlığını haiz gâyet ince ve fisyonluk maddeden yapılmış bir levha konuyor.

Fisyonluk maddeden yapılmış levhanın sebebolabileceği saçılma olayı, nötron akısının azalması ve hızlı nötronların absorplanması gibi olayları ihmâl ederek

(a) Levhadan uzaklığın fonksiyonu olarak ılık nötron akısının ifâdesini, ve

(b) Ortamdaki ılık nötronlar için yavaşlama yoğunluğunun ifâdesini tesis ediniz.

2. Nötronların $p(u)$ rezonansa yakalanmama ihtimâliyle $\tau(u)$ çağı arasında

$$p(\tau)=\exp\left[-\int_0^{\tau}\frac{d\tau'}{[L(\tau')]^2}\right]$$

şeklinde bir bağıntı olduğunu ispatlayınız.

3. Tek boyutlu bir ortamda

$$\tau(u)=\frac{1}{2}\langle r^2(u)\rangle$$

ve silindir simetrisini haiz bir ortamda da

$$\tau(u)=\frac{1}{4}\langle r^2(u)\rangle$$

olduğunu gösteriniz.

XIV. DERS

Çağ Teorisine Göre Sonlu Ortamlardaki Nötron Difüzyonu

Hidrojensiz sonlu ortamlarda çağ teorisine göre difüzyon - Nötron çağına bağlı kritiklik denklemi - Nötronların yavaşlarken sonlu ortamı terketmemeleri ihtimâli - Eşitenerjili nötronların difüzyonu için çağa bağlı yeni bir kaynak terimi - Hidrojenli ortamların kritikliği.

1. A>1 Hâli İçin Çoğaltkan Sonlu Ortamda Nötron Difüzyonu. — Bu bahiste, hidrojenli ortamlar hariç olmak üzere, sonlu bir yaygınlığı haiz çıplak ve homogen bir çoğaltkan ortamdaki nötronların difüzyonunu incelemek istiyoruz. Bunun için nötronları, enerjileri: 1) ılık bölgeye ve 2) ılıkötesi bölgeye ait olmak üzere iki kısma ayırıp her biri için ayrı bir difüzyon denklemi yazacağız. Nötron akısıyla nötronların yavaşlama yoğunluğu arasındaki bağıntıyla birlikte, çağ teorisine dayanan denklemlerimiz şu şekilde yazılacaklardır:

$$\left.\begin{array}{lll} 0\leq u\leq u_{il}: & D(u)\nabla^2\phi(\vec{r},u)-\Sigma_a(u)\,\phi(\vec{r},u)+K(\vec{r},u)=\dfrac{\partial q(\vec{r},u)}{\partial u} & \text{(a)} \\ u=u_{il} & :\ D_{il}\nabla^2\phi_{il}(\vec{r})-\Sigma_{a,il}\,\phi_{il}(\vec{r})+q(\vec{r},u_{il})=0 & \text{(b)} \\ 0\leq u\leq u_{il}: & q(\vec{r},u)=\xi\Sigma_{top}(u)\,\phi(\vec{r},u) & \text{(c)} \end{array}\right\} \quad \text{(XIV.1.1)}$$

(a) denklemi (XII . 2 . 4) den başka bir denklem değildir. (b) denkleminin ise u ya tâbi olmıyacağı ve buradaki kaynak teriminin de u_{il} letarjisine yavaşlayan nötronların yoğunluğu olan $q(\vec{r}, u_{il})$ ile verileceği âşikârdır. Ve nihayet $\phi(\vec{r}, u)$ ile $q(\vec{r}, u)$ arasında da evvelce (XII . 7 . 8″) ile vermiş olduğumuz (c) bağıntısının mevcut olduğunu farzettik.

Bu sistemi çözmeye teşebbüs etmeden önce yapılacak ilk iş $K(\vec{r}, u)$ kaynak terimini uygun bir tarzda tesbit etmektir. Bunun için de meseleyi basitleştirmek amacıyla ortamda fisyon nötronlarından başka kaynak nötronunun bulunmadığını farzedelim. Ortamda doğan bütün fisyon nötronlarını menşe itibariyle ikiye ayırmak mümkündür: 1) letarjileri 0 ile $u_{ıl}$ arasında bulunan nötronların tevlidettikleri fisyonlardan doğan nötronlar, ve 2) ılık $(u=u_{ıl})$ nötronların tevlidettiği fisyonlardan doğan nötronlar. ν ile, ılık veyâ ılıkötesi bölgeyi tefrik etmeksizin, bir fisyonda açığa çıkan ortalama sâbit nötron sayısını gösterecek olursak $0 \leqq u \leqq u_{ıl}$ aralığında göz önüne alınan ortamın bir $\vec{r}$ noktasında doğan fisyon nötronlarının yoğunluğu

$$\chi(\vec{r}) = \nu \left[\int_0^{u_{ıl}} \Sigma_f(u')\, \phi(\vec{r}, u')\, du' + \Sigma_{f,ıl}\, \phi_{ıl}(\vec{r}) \right]$$

olur.

Öte yandan, $f(0)=0$ olmak üzere, $f(u)$ ile fisyon nötronlarının normalize spektrumunu gösterecek olursak, belirli bir $\vec{r}$ noktasında u letarjisini haiz olarak doğan fisyon nötronlarının yoğunluğu $f(u)\chi(\vec{r})$ olur ki bunun doğrudan doğruya $K(\vec{r}, u)$ kaynak terimine eşit olduğu âşikârdır; şu hâlde;

$$K(\vec{r}, u) = f(u) \cdot \nu \left[\int_0^{u_{ıl}} \Sigma_f(u')\, \phi(\vec{r}, u')\, du' + \Sigma_{f,ıl}\, \phi_{ıl}(\vec{r}) \right] \cdot \qquad \text{(XIV.1.2)}$$

Şimdi

$$\alpha(u) = \frac{D(u)}{\xi \Sigma_{top}(u)}; \quad \beta(u) = \frac{\Sigma_a(u)}{\xi \Sigma_{top}(u)}; \quad \gamma(u) = \frac{\Sigma_f(u)}{\xi \Sigma_{top}(u)} \qquad \text{(XIV.1.3)}$$

vazederek (XIV.1.1c) vâsıtasıyla (XIV.1.1a) nın

$$\alpha(u)\nabla^2 q(\vec{r},u) - \beta(u)q(\vec{r},u) + f(u)\cdot\nu\left[\int_0^{u_{il}} \gamma(u')q(\vec{r},u')du' + \right.$$

$$\left. + \Sigma_{f,il}\,\phi_{il}(\vec{r})\right] = \frac{\partial q(\vec{r},u)}{\partial u} \qquad \text{(XIV.1.4)}$$

şeklinde yazılabileceğine dikkati çekelim. Bu takdirde difüzyon denklemini çözebilmek için gerek ılık ve gerekse ılıkötesi nötron akısının aynı $R(\vec{r})$ uzay dağılımını haiz olduğunu farzedip

$$\left.\begin{aligned} q(\vec{r},u) &= R(\vec{r})Q(u) \\ \phi_{il}(\vec{r}) &= R(\vec{r})\psi_{il} \\ \phi(\vec{r},u) &= R(\vec{r})\psi(u) = R(\vec{r})\,\frac{Q(u)}{\xi\Sigma_{top}(u)} \end{aligned}\right\} \qquad \text{(XIV.1.5)}$$

vazedelim. Bu son bağıntılar vâsıtasıyla (XIV . 1 . 4) den

$$\frac{\nabla^2 R(\vec{r})}{R(\vec{r})} = \frac{\beta(u)}{\alpha(u)} - \frac{f(u)\cdot\nu}{\alpha(u)Q(u)}\left[\int_0^{u_{il}} \gamma(u')Q(u')du' + \Sigma_{f,il}\,\psi_{il}\right] + \frac{1}{\alpha(u)Q(u)}\,\frac{dQ(u)}{du}$$

elde edilir. Halbuki bu ifâdenin sol yanı yalnız $\vec{r}$ ye ve sağ yanı da yalnız u ya tâbî bulunmaktadır. Şu hâlde bu eşitliğin gerçek olabilmesi ancak her iki yanın da $-B_g^2$ gibi aynı bir sâbite eşit olmalarına bağlıdır. Binâenaleyh

$$\nabla^2 R(\vec{r}) + B_g^2 R(\vec{r}) = 0 \qquad \text{(XIV.1.6)}$$

ve

$$\frac{dQ(u)}{du} + [\alpha(u)B_g^2 + \beta(u)]Q(u) = f(u)\cdot\nu\left[\int_0^{u_{il}} \gamma(u')Q(u')du' + \Sigma_{f,il}\,\psi_{il}\right] \qquad \text{(XIV.1.7)}$$

olmalıdır.

(XIV . 1 . 6) denklemi, enerjileri göz önünde tutulmadan, nötronların ortamdaki uzay dağılımlarını vermektedir. Bu, (IX . 2 . 4) denkleminin aynı denklem olup B_g^2 nin de ortamın şekline ve boytularına tâbî olan geometrik akıbüküm olduğu kolayca anlaşılır. (Nasıl anlaşılır?)

Şimdi dikkatimizi (XIV . 1 . 7) denklemine çevirecek olursak bu integrodiferansiyel denklemin bu hâliyle genel çözümünü elde etmenin pek kolay olmadığının derhâl farkına varırız. Şu hâlde bu denklemi daha basit bir hâle ircâ etmeğe çalışalım. Ortam eğer kritikse bu denklemin âdî bir lineer diferansiyel denkleme müncer olduğunu göreceğiz. Filhakika kritiklik şartını tesis edebilmek için ortamda, belirli bir anda, bir adet nötron bulunduğunu farzedelim; şu hâlde:

$$\int_V \int_0^{u_{t1}} q(\vec{r},u)\, du dV = 1$$

dir. Burada V ile göz önüne aldığımız ortamın hacmını göstermekteyiz. Eğer ortam kritikse ortamdaki bu tek nötrona karşılık ancak bir tek fisyon nötronun doğması lâzımdır, yâni ortamdaki bütün kaynak nötronlarının sayısı ortamdaki bütün nötronların sayısına eşit olmalıdır:

$$\int_V \int_0^{u_{t1}} K(\vec{r},u)\, du dV = \int_V \int_0^{u_{t1}} q(\vec{r},u)\, du dV = 1 \qquad \text{(XIV.1.8)}$$

Bir taraftan (XIV . 1 . 5) i, diğer taraftan da nötronların uzay dağılımını veren $R(\vec{r})$ nin ortam üzerinden daima normalize edilebileceğini gözönünde tutar ve hakikaten de

$$\int_V R(\vec{r})\, dV = 1$$

seçersek (XIV . 1 . 8) den

$$1 = \int_V R(\vec{r}) dV \int_0^{u_{t1}} f(u)\, \nu \left[\int_0^{u_{t1}} \gamma(u') Q(u') du' + \Sigma_{f,t1}\, \psi_{t1} \right] du$$

ve dolayısıyla

$$\boxed{1=\nu\left[\int_0^{u_{i1}} \gamma(u')\,Q(u')\,du' + \Sigma_{f,i1}\,\psi_{i1}\right]} \qquad \text{(XIV.1.9)}$$

ifâdesi elde edilir. Bu, kritiklik şartını veyâ kritiklik denklemini teşkil etmektedir. Bu ifâdeye göre (XIV . 1 . 7) denklemi çok daha basit olan

$$\frac{dQ(u)}{du}+[\alpha(u)B_g^2+\beta(u)]\,Q(u)=f(u) \qquad \text{(XIV.1.10)}$$

âdî diferansiyel denklemine müncer olur. (XIV . 1 . 2) kaynak terimi de ortamın kritik olması dolayısıyla

$$K(\vec{r}, u)=R(\vec{r})\,f(u) \qquad \text{(XIV.1.11)}$$

ifâdesine bürünür.

(XIV . 1 . 10) un çözümü,

$$G(u)=\alpha(u)\,B_g^2+\beta(u)$$

olmak üzere,

$$Q(u)=\left[\int_0^u f(u')\exp\left(\int_0^u G(w)\,dw\right)du'+Q(0)\right]\cdot\exp\left(-\int_0^u G(u')\,du'\right)$$

(XIV.1.12)

dür. Buradaki Q(0) terimi de

$$K(\vec{r}, 0)=q(\vec{r}, 0)=R(\vec{r})Q(0)=R(\vec{r})f(0)=0$$

olması dolayısıyla sıfırdır:

$$Q(0)=0. \qquad \text{(XIV.1.13)}$$

Şimdi

$$g(u;u')=\exp\left\{-B_g^2\left[\int_0^u \alpha(w)\,dw+\int_0^{u'}\alpha(w)dw\right]\right\}$$

$$=\exp\left\{-B_g^2[\tau(u)-\tau(u')]\right\} \qquad \text{(XIV.1.14)}$$

$$p(u;u') = \exp\left\{-\int_0^u \beta(w)\,dw + \int_0^{u'} \beta(w)\,dw\right\}$$

$$= \frac{p(u)}{p(u')} \qquad \text{(XIV.1.15)}$$

vazetmek ve (XIV . 1 . 13) ü göz önünde tutmak şartıyla

$$Q(u) = \int_0^n f(u')\,g(u;u')\,p(u;u')\,du' \qquad \text{(XIV.1.16)}$$

şeklinde ircâ olduğu görülebilir.

Şimdi de ılık nötronların akısını veren (XIV . 1 . 16) denklemine dönelim. Bu denklemdeki kaynak teriminin (XIV . 1 . 16) vâsıtasıyla

$$q(\vec{r}, u_{\imath l}) = R(\vec{r})\,Q(u_{\imath l}) =$$

$$= R(\vec{r}) \int_0^{u_{\imath l}} f(u')\,g(u;u')\,p(u;u')\,du' \qquad \text{(XIV.1.17)}$$

şekline bürünmesini göz önüne alacak olursak, (XIV . 1 . 5) ve (XIV . 1 . 6) vâsıtasıyla $\psi_{\imath l}$ kolaylıkla tâyin edilir, ve neticede:

$$\psi_{\imath l} = \frac{1}{\Sigma_{a,\imath l}\,(1 + L^2_{\imath l}\,B_g^2)} \int_0^{u_{\imath l}} f(u')\,g(u_{\imath l};u')\,p(u_{\imath l};u')\,du' \qquad \text{(XIV.1.18)}$$

bulunur. Kezâ $\phi_{\imath l}(\vec{r})$, $q(\vec{r}, u)$ ve $\phi(\vec{r}, u)$ büyüklüklerinin de şu ifâdelerle verildiği kolayca tesbit olunur:

$$\phi_{\imath l}(\vec{r}) = \frac{R(\vec{r})}{\Sigma_{a,\imath l}\,(1 + L^2_{\imath l}\,B_g^2)} \int_0^{u_{\imath l}} f(u')\,g(u_{\imath l};u')\,p(u_{\imath l};u')\,du' \qquad \text{(XIV.1.19)}$$

$$q(\vec{r},u)=\mathrm{R}(\vec{r})\int_0^u f(u')g(u;u')p(u;u')\,du' \qquad \text{(XIV.1.20)}$$

$$\phi(\vec{r},u)=\frac{\mathrm{R}(\vec{r})}{\xi\Sigma_{\mathrm{top}}(u)}\int_0^u f(u')g(u;u')p(u;u')du' \qquad \text{(XIV.1.21)}$$

Q(u) ve $\psi_{\text{ıl}}$ ın sırasıyla (XIV . 1 . 16) ve (XIV . 1 . 18) ile verilen ifâdelerini (XIV . 1 . 9) kritiklik denklemine yerleştirecek olursak, kritiklik denkleminin açık ifâdesi olarak

$$\boxed{\begin{aligned}1=\nu\Bigg[&\int_0^{u_{\text{ıl}}}\gamma(u)du\int_0^u f(u')g(u;u')p(u;u')\,du'+\\&+\frac{\Sigma_{f,\text{ıl}}}{\Sigma_{a,\text{ıl}}(1+L^2_{\text{ıl}}B_g^2)}\int_0^u f(u)g(u_{\text{ıl}};u)p(u_{\text{ıl}};u)\,du\Bigg]\end{aligned}} \qquad \text{(XIV.1.22)}$$

bulunur. Mamafih bu kritiklik denklemini çok daha basit bir şekle sokmak kaabildir. Bunun için, IV. derste dört çarpan formülünün izâhında vermiş olduğumuz ε un târifini hatırlatmak istiyoruz. ε, bir çoğaltkan ortamda vuku bulan bütün fisyonlardan üreyen hızlı nötronların sayısının sâdece ılık nötronların sebep olduğu fisyonlardan üreyen hızlı nötronların sayısına olan oranını göstermekteydi; yâni

$$\varepsilon=\frac{\int_V dV\int_0^{u_{\text{ıl}}}\nu\Sigma_f(u)\,\phi(\vec{r},u)\,du+\int_V\nu\Sigma_{f,\text{ıl}}\,\phi_{\text{ıl}}(\vec{r})\,dV}{\int_V\nu\Sigma_{f,\text{ıl}}\,\phi_{\text{ıl}}(\vec{r})\,dV} \qquad \text{(XIV.1.23)}$$

dir. Öte yandan absorplanan bir nötronun tevlidettiği fisyon nötronları sayısını da gene IV. dersteki gibi

$$\eta=\nu\,\frac{\Sigma_{f,\text{ıl}}}{\Sigma_{a,\text{ıl}}}$$

ile gösterecek ve f ılık faydalanma katsayısını ithâl edecek olursak (XIV.1.22) kritiklik denklemi bu takdirde

$$\boxed{1=\frac{\eta\varepsilon f}{1+L^2_{\text{ıl}}B_g^2}\int_0^{u_{\text{ıl}}} f(u)g(u_{\text{ıl}};u)p(u_{\text{ıl}};u)du} \qquad \text{(XIV.1.24)}$$

şekline girer.

Eğer fisyon nötronlarının aynı bir u=0 letarjisinde açığa çıkmakta oldukları kabul edilecek olursa bu takdirde fisyon spektrumu için

$$f(u)=\delta(u) \qquad \text{(XIV.1.25)}$$

yazmak lâzım geleceğinden bu hâl için (XIV.1.24) kritiklik denkleminin

$$\boxed{1=\frac{k_\infty \exp[-B_g^2\tau(u_{\text{ıl}})]}{1+L^2_{\text{ıl}}B_g^2}} \qquad \text{(XIV.1.26)}$$

şekline girdiği kolayca görülür.

Eğer göz önüne alınan çoğaltkan ortam çok büyükse buna tekabül eden B_g^2 de o nisbette küçük olur. Dolayısıyla $B_g^2\tau(u_{\text{ıl}})=B_g^2\tau_{\text{ıl}}$ çarpımı da, $\exp(-B_g^2\tau_{\text{ıl}})$ bir McLAURİN serisine açıldığında yalnız ilk iki terimle iktifâ edilmesini mümkün kılacak kadar küçük olabilir. Bu takdirde (XIV.1.26) dan

$$\begin{aligned}1&=\frac{k_\infty \exp[-B_g^2\tau_{\text{ıl}}]}{1+L^2_{\text{ıl}}B_g^2}\cong\frac{k_\infty(1-\tau_{\text{ıl}}B_g^2)}{1+L^2_{\text{ıl}}B_g^2}\cong\\ &\cong\frac{k_\infty}{(1+L^2_{\text{ıl}}B_g^2)(1+\tau_{\text{ıl}}B_g^2)}\cong\frac{k_\infty}{1+(L^2_{\text{ıl}}+\tau_{\text{ıl}})B_g^2}\end{aligned} \qquad \text{(XIV.1.27)}$$

yazılabilir. B_g^2 zâten çok küçük olduğu için burada B_g^2 nin karesini hâvî terimler ihmâl edilmiştir. $L^2_{\text{ıl}}+\tau_{\text{ıl}}=M^2$ büyüklüğüne **nötronların göç alanı** adı verilir. Şu hâlde kâfi derecede büyük çoğaltkan ortamların kritiklik denklemi olarak artık

$$\boxed{1=\frac{k_\infty}{1+M^2B_g^2}} \qquad \text{(XIV.1.28)}$$

yazabiliriz.

2. Nötronların Yavaşlarken Ortamdan Dışarı Sızmamaları İhtimâli. — Nötronların Δu letarji aralığı içinde yavaşlarken dışarı sızmamaları ihtimâlini

$$g(u_i+\Delta u_i;\, u_i)$$

ile gösterelim. Buna göre

$$g(u_i+\Delta u_i;\, u_i) = 1 - (\Delta u_i \text{ aralığındayken sızıntı ihtimâli})$$

de yazılabilir. Eğer nötronların Δu_i letarji aralığında yavaşlarken ortamdan dışarı sızmaları ihtimâlini hesaplarsak $g(u_i+\Delta u_i\,;\,u_i)$ yi de hesaplamış oluruz. Hâlbuki

nötronların Δu_i letarji aralığında yavaşlarken dışarı sızmaları ihtimâli $=$

$$= \frac{\Delta u_i \textit{ de yavaşlarken dışarı sızan nötrön sayısı}}{\textit{ortamdaki toplam nötron sayısı}}$$

$$= \frac{\Delta u_i \displaystyle\int_S \vec{J}(\vec{r},u_i)\,d\vec{S}}{\displaystyle\int_V q(\vec{r},u_i)\,dV} \tag{XIV.2.1}$$

dir. Diğer taraftan (XIV.1.1), (IX.7.8), (XIV.1.5) ve (XIV.1.6) bağıntılarından

$$\left.\begin{aligned} \vec{J}(\vec{r},u_i) &= -D(u_i)\,\overrightarrow{\text{grad}}\,\phi(\vec{r},u_i) = -D(u_i)\,\psi(u_i)\,\overrightarrow{\text{grad}}\,R(\vec{r}) \\ q(\vec{r},u_i) &= \xi\Sigma_{top}(u_i)\,\phi(\vec{r},u_i) = \xi\Sigma_{top}(u_i)\,R(\vec{r}) \\ \nabla^2 R(\vec{r}) &+ B_g^2 R(\vec{r}) = 0 \end{aligned}\right\}$$

yazılır. GAUSS'un integrâl dönüşüm teoremiyle bu son ifâdelerden faydalanarak (XIV.2.1) ifâdesi

$$\frac{-D(u_i)\Delta u_i \displaystyle\int_S \overrightarrow{\text{grad}}\,\phi(\vec{r},u_i)\,d\vec{S}}{\xi\Sigma_{top}(u_i)\displaystyle\int_V \phi(\vec{r},u_i)\,dV} = \frac{-D(u_i)\psi(u_i)\Delta u_i \displaystyle\int_V \nabla^2 R(\vec{r})\,dV}{\xi\Sigma_{top}(u_i)\psi(u_i)\displaystyle\int_V R(\vec{r})\,dV}$$

$$=B_g^2 \frac{D(u_i)}{\xi \Sigma_{top}} \Delta u_i \qquad \text{(XIV.2.2)}$$

şeklini alır ve

$$g(u_i+\Delta u_i;\, u_i)=1-B_g^2 \frac{D(u_i)}{\xi \Sigma_{top}(u_i)} \Delta u_i \qquad \text{(XIV.2.3)}$$

olur.

Bir nötronun $(0, u)$ aralığını, ortamdan dışarı sızmadan katetmesinin ihtimâli de şu hâlde $(0, u)$ daki bütün Δu_i altaralıklarını dışarı sızmadan katedebilme ihtimâllerinin çarpımına eşit olacaktır:

$$g(u,0)=g(u)=\prod_i g(u_i+\Delta u_i;\, u_i)=\prod_i \left[1-B_g^2 \frac{D(u_i)}{\xi \Sigma_{top}(u_i)} \Delta u_i\right]$$

Buradan her iki tarafın da tabiî logaritmasını alarak

$$\ln g(u)=\sum_i \ln \left[1-B_g^2 \frac{D(u_i)}{\xi \Sigma_{top}(u_i)} \Delta u_i\right]$$

ve bu ifâdeyi de TAYLOR serisine açıp yalnız birinci mertebeden terimlerle iktifâ ederek

$$\ln g(u)=-\sum_i B_g^2 \frac{D(u_i)}{\xi \Sigma_{top}(u_i)} \Delta u_i$$

bulunur. (o, u) aralığındaki Δu_i altaralıklarının uzunluğunu sıfıra, dolayısıyla sayılarını da böylece sonsuza, götürürsek, Δu_i ler yerine diferansiyel ve toplam işâreti yerine de integrâl ikâme edebiliriz. Buna göre

$$\ln g(u)=\lim_{\Delta u_i \to 0} \left[-\sum_i B_g^2 \frac{D(u_i)}{\xi \Sigma_{top}(u_i)} \Delta u_i\right]$$

$$=-B_g^2 \int_0^u \frac{D(u')}{\xi \Sigma_{top}(u')} du' = -B_g^2 \tau(u)$$

bulunur. Buna göre nötronların yavaşlarken ortamdan dışarıya sızmamaları ihtimâli de

$$\boxed{g(u) = \exp[-B_g^2 \tau(u)]} \qquad \text{(XIV.2.4)}$$

şekline girer.

3. Eşitenerjili Nötronların Difüzyonu İçin Yeni Bir Kaynak Terimi. — Eşitenerjili nötronların difüzyon denkleminin kararlı hâl için

$$D\nabla^2 \phi(\vec{r}) - \Sigma_a \phi(\vec{r}) + K(\vec{r}) = 0 \qquad \text{(XIV.3.1)}$$

şeklinde olduğunu VI. derste görmüştük. Şimdi bu denklemdeki kaynak teriminin ifâdesini, nötronların yavaşlamalarını da göz önüne alarak, tesis etmek istiyoruz. Bundan evvel IX. derste incelemiş olduğumuz eşitenerjili nötronların difüzyon denklemindeki kaynak terimini, fisyon nötronlarının ânî olarak ılık enerjiye intikal ettikleri faraziyesini kabul ederek tesis etmiştik. Bu, şüphesiz ki ancak kaba bir yaklaşıklık teşkil etmekteydi. Böyle bir kabûlün kusurlu tarafı yavaşlama süresince dışarı sızan nötronları ihmâl ederek kaynak terimini daha kabarık göstermesindeydi.

cm^3 ve saniye başına, çoğaltkan bir ortamda açığa çıkan nötron sayısının $k_\infty \Sigma_a \phi(\vec{r})$ olduğunu evvelce görmüştük. Fakat işin esâsına bakılacak olursa bunlar, tabiî, hızlı nötronlardır. (XIV . 2 . 4) sonucuna göre bunlardan ancak $\exp(-B_g^2 \tau_{il})$ misli kadarı, geçen paragrafta öğrenmiş olduğumuz vechile, yavaşlamaları süresince ortamdan dışarı sızmadan ılık enerjiye vâsıl olacaklardır. Buna göre $K(\vec{r})$ kaynak terimi, ortamın içinde ılık enerjiye erişen nötronların sayısı demek olan

$$k_\infty \Sigma_a \exp(-B_g^2 \tau_{il}) \phi(\vec{r})$$

ye eşit olacaktır. Buna göre (XIV . 3 . 1) difüzyon denklemi

$$\nabla^2 \phi(\vec{r}) + \frac{k_\infty \exp(-B_g^2 \tau_{il}) - 1}{L^2} \phi(\vec{r}) = 0 \qquad \text{(XIV.3.2)}$$

veyâ

$$B_m^2 = \frac{k_\infty \exp(-B_g^2 \tau_{il}) - 1}{L^2} \qquad \text{(XIV.3.3)}$$

vazederek

$$\nabla^2 \phi(\vec{r}) + B_m^2 \phi(\vec{r}) = 0 \qquad \text{(XIV.3.4)}$$

şekline girer. Ortamdaki fisyon nötronlarının dağılımının kararlı, yâni başka bir deyimle ortamın kritik olduğunu kabul ettiğimizden $B_m^2 = B_g^2$ dir. Buna göre (XIV . 3 . 3) ifâdesi de artık ortamın kritiklik denklemi olarak

$$\boxed{1 = \frac{k_\infty \exp(-B^2 \tau_{th})}{1 + L^2 B^2}} \qquad \text{(XIV.3.5)}$$

tarzında yazılabilir. Bu ifâdenin (XIV . 1 . 26) nın aynısı olduğu görülmektedir.

Yavaşlama olayının nötron kaynağına tesirini nazarı itibara almakla beraber, yavaşlamanın bizâtihi kendisini ihmâl ettiğinden şüphesiz ki bu metod da ancak bir takribiyet ifâde etmektedir; mamafih bunun, $K(\vec{r}) = k_\infty \Sigma_a \phi(\vec{r})$ hâline nisbetle daha gerçek bir takribiyet teşkil ettiği de âşikârdır.

4. **Hidrojenli Sonlu Ortamların Kritikliği.** — Bu dersin birinci paragrafında hidrojenli olmayan sonlu ortamların kritikliğini incelemiştik. Bu paragrafta da hidrojenli ortamların kritikliğini incelemek istiyoruz. Hidrojenli ortamlarda sürekli yavaşlama modelinin doğrudan doğruya tatbik olunamıyacağını görmüştük. Böyle bir ortamda kaynak terimi iki kısımdan ibâret farzolunabilir. Bunlardan biri nötronların hidrojen çekirdekleri tarafından yavaşlatılmalarına ait kısmıdır ki buna sürekli yavaşlama modeli tatbik olunamaz. Diğeri ise sürekli yavaşlama modelinin tatbik olunabileceği ve fisyon nötronlarının üretimine ait kısmıdır.

Biz meselenin incelenmesini basitleştirmek amacıyla nötronların yavaşlamalarının sâdece hidrojenden ileri geldiğini, fisyon kaynağının da $u=0$ letarjisindeki eşitenerjili nötronlardan müteşekkil olduğunu farzedeceğiz. $\Sigma_{aH}(u)$ ile u letarjisini haiz nötronların hidrojen çekirdekleri tarafından esnek saçılmaya mâruz kalmalarına tekabül eden makroskopik tesir kesidini gösterecek olursak u letarjisini haiz nötronların $\vec{r}$ noktasındaki dağılımını veren difüzyon denklemi

$$D(u)\nabla^2\phi(\vec{r},u)-[\Sigma_a(u)+\Sigma_{sH}(u)]\phi(\vec{r},u)+q(\vec{r},u)=0 \qquad \text{(XIV.4.1)}$$

şeklinde olacaktır. Öte yandan nötronların hidrojenli bir ortam içinde yavaşlama yoğunluğu (XII . 5 . 1) denklemini u letarji değişkenine göre yazarsak

$$q(\vec{r},u)=q(\vec{r},0)\,e^{-u}+\int_0^u e^{-(u-u')}\Sigma_{sH}(u')\,\phi(\vec{r},u')\,du' \qquad \text{(XIV.4.2)}$$

ifâdesiyle verilecektir. Buradan u ya göre türev alarak

$$\frac{\partial q(\vec{r},u)}{\partial u}+q(\vec{r},u)=\Sigma_{sH}(u)\,\phi(\vec{r},u) \qquad \text{(XIV.4.3)}$$

bulunur. Ortam kritikse B_g^2 ile geometrik akıbükümü göstermek üzere

$$\nabla^2\phi(\vec{r},u)+B_g^2\phi(\vec{r},u)=0 \qquad \text{(XIV.4.4)}$$

yazmak mümkün olacaktır.

Buna göre (XIV . 4 . 4) ve (XIV . 4 . 1) i göz önünde tutmak suretiyle (XIV . 4 . 2) nin çözümü

$$q(\vec{r},u)=q(\vec{r},0)\exp\left[-\int_0^u \frac{B_g^2D(u')+\Sigma_a(u')}{B_g^2D(u')+\Sigma_a(u')+\Sigma_{sH}(u')}\,du'\right] \qquad \text{(XIV.4.5)}$$

olur. Bu ifade bize hidrojenli sonlu çoğaltkan ortamdaki nötronların yavaşlama yoğunluğunu vermektedir. Bu ifâdedeki $q(\vec{r},o)$, sıfır letarjisinden itibaren yavaşlayan nötronların sayısı olup âşikâr olarak fisyon nötronlarının $K(\vec{r},o)$ kaynağını göstermektedir. $K(\vec{r},o)$ ın ifâdesinin de

$$K(\vec{r},0)=k_\infty(u_{\text{ıl}})\,\Sigma_a(u_{\text{ıl}})\,\phi(\vec{r},u_{\text{ıl}})+\int_0^{u_{\text{ıl}}} k_\infty(u)\,\Sigma_a(u)\,\phi(\vec{r},u)\,du \qquad \text{(XIV.4.6)}$$

ile verileceği âşikârdır.

Diğer taraftan, (XIV . 4 . 4) yardımıyla (XIV . 4 . 5) deki $q(\vec{r}, u)$ ifâdesini $\phi(\vec{r}, u)$ cinsinden ifâde edecek olursak

$$\phi(\vec{r},u) = \frac{q(\vec{r},0)}{B_g^2 D(u) + \Sigma_a(u) + \Sigma_{sH}(u)} \exp\left[-\int_0^u \frac{B_g^2 D(u') + \Sigma_a(u')}{B_g^2 D(u) + \Sigma_a(u') + \Sigma_{sH}(u')} du'\right] \quad \text{(XIV.4.7)}$$

ve

$$\phi(\vec{r}, u_{th}) = \frac{q(\vec{r},0)}{B_g^2 D(u_{th}) + \Sigma_a(u_{th}) + \Sigma_{sH}(u_{th})} \exp\left[-\int_0^{u_{th}} \frac{B_g^2 D(u') + \Sigma_a(u')}{B_g^2 D(u') + \Sigma_a(u') + \Sigma_{sH}(u')} du'\right] \quad \text{(XIV.4.8)}$$

olur. Buradan da

$$\phi(\vec{r}, 0) = \frac{q(\vec{r},0)}{B_g^2 D(0) + \Sigma_a(0) + \Sigma_{sH}(0)} \quad \text{(XIV.4.9)}$$

bulunur. Kezâ $\phi(\vec{r}, o)$ bir de (XIV . 4 . 1) vâsıtasıyla tâyin olunabilir. Filhakika

$$D(0)\nabla^2\phi(\vec{r},0) - [\Sigma_a(0) + \Sigma_{sH}(0)]\phi(\vec{r},0) + K(\vec{r},0) = 0$$

dır. Buradan (XIV . 4 . 4) vâsıtasıyla

$$K(\vec{r},0) = [B_g^2 D(0) + \Sigma_a(C) + \Sigma_{sH}(0)]\phi(\vec{r},0) \quad \text{(XIV.4.10)}$$

çıkar. Şimdi bir taraftan $K(\vec{r}, o)$ ın (XIV . 4 . 6) ile verilmiş olan ifâdesini, $\phi(\vec{r}, u)$ nun ve $\phi(\vec{r}, u_{th})$ ın (XIV . 4 . 7) ve (XIV . 4 . 8) ifâdelerini de göz önüne alarak, diğer taraftan da $\phi(\vec{r}, o)$ ın (XIV . 4 . 9) ile verilen ifâdesini (XIV . 4 . 10) daki yerlerine yerleştirecek olursak,

$$\pi(u) = \frac{1}{\dfrac{\Sigma_{sH}(u)}{\Sigma_a(u)} + [1 + L^2(u) B_g^2]} \quad \text{(XIV.4.11)}$$

vazetmek suretiyle hidrojenli bir ortamın kritiklik denklemi olarak

$$\boxed{\begin{aligned}1 &= k_\infty(u_{\text{tl}})\,\pi(u_{\text{tl}})\cdot\exp\left[-B_g^2\tau_{\text{tl}}-\int_0^{u_{\text{tl}}}\pi(u)du\right]+\\&+\int_0^{u_{\text{tl}}}k_\infty(u)\,\pi(u)\cdot\exp\left[-B_g^2\tau(u)-\int_0^{u}\pi(u')du'\right]du\end{aligned}} \qquad \text{(XIV.4.12)}$$

ifâdesi elde edilir.

ALIŞTIRMALAR:

1. Belirli bir çoğaltkan ortam için eşitenerjili nötronların zamana bağlı dağılımlarını veren

$$\nabla^2\phi(\vec{r},t)+\frac{k_\infty\exp(-B_g^2\tau_{\text{tl}})-1}{L^2}\phi(\vec{r},t)=\frac{l^*}{L^2}\frac{\partial\phi(\vec{r},t)}{\partial t}$$

denklemini $\phi(\vec{r},t)$ nötron akısı için sınır şartını göz önünde tutarak çözüp, ortamın kritikliğini münakaşa ediniz.

2. $2d$ kalınlığını haiz sonsuz bir dilim şeklindeki ortamda $x=0$ da cm^2 başına, $\tau=0$ çağını haiz q_0 adet nötron neşreden sonsuz düzlemsel bir kaynak bulunmaktadır. Bu takdirde ortamdaki nötronların uzay ve çağa bağlı dağılımını inceleyiniz.

3. R yarıçapındaki küresel bir ortamın merkezinde $\tau=0$ çağını haiz q_0 şiddetinde bir nötron kaynağı bulunmaktadır. Bu takdirde ortamdaki nötronların uzaya ve çağa bağlı dağılımını hesaplayınız.

4. X, Y, Z boyutlarını haiz paralelyüzlü şeklindeki bir ortamın simetri merkezinde $\tau=0$ çağını haiz q_0 şiddetindeki bir nötron kaynağının yayınladığı nötronların tevlîdettikleri dağılımı uzay ve çağ koordinatları cinsinden tâyin ediniz.

5. R yarıçaplı sonsuz bir dik silindirin ekseninde q_0 şiddetindeki nöt-

ron kaynağından yayınlanan $\tau=0$ çağlı nötronların bu ortamdaki dağılımlarını uzay ve çağ koordinatları cinsinden tâyin ediniz.

6. Bir evvelki sualdeki silindirik ortam sonlu bir H yüksekliğini haiz olduğu zaman nötronların uzaya ve çağa bağlı dağılımları nasıl olacaktır?

7. Hidrojenli bir sonlu ortamın kritiklik denklemini açıklayınız.

XV. DERS

Nötronların Çokguruplu Difüzyon Teorisinin Temelleri

Sürekli yavaşlama denklemlerinden çokguruplu difüzyon teorisi denklemlerinin çıkartılması - Gurup sâbit'lerinin tâyini - OKRENT denklemleri.

1. Çokguruplu Difüzyon Teorisinin Gerekliliği. — Geçen derslerde çoğaltkan ortamlardaki nötron dağılımını ya 1) bütün fisyon nötronlarının âni olarak ılıklaştıklarını (*eşitenerjili veyâ tek enerji guruplu difüzyon teorisi*), veyâhut da 2) fisyon nötronlarının ılık enerjiye kadar sürekli bir şekilde yavaşladıklarını (*FERMİ'nin çağ teorisi*) farzederek inceledik. Her iki hâlde de elde edilen sonuçların nötronların dağılımlarını tam bir gerçeklikle aksettirmediklerine işâret etmiştik. Filhakika eşitenerjili nötron difüzyonu teorisinde ağırlık merkezi ılık enerjili nötronlara yüklenmekte ve hızlı nötronların önemi, k_∞ un hesabındaki ε çarpanının hesabı hâriç, tamamen ihmâl edilmekteydi; FERMİ'nin çağ teorisi de ancak, atom ağırlıkları düşük olan maddeler ihtivâ etmeyen ortamlar için mûteber olabiliyordu.

Bütün bu mahzurları karşılayabilecek ve gerçeği daha iyi aksettirebilecek bir teorinin esasını, ortamdaki nötronların enerjileri bakımından bir takım guruplara bölünmesi teşkil etmektedir. Böylece her guruptaki nötronların ortamın kritikliğine iştirak ediş şekillerini göz önüne almak mümkün olmaktadır. Şu hâlde nötronların bu çok enerji guruplu teorisinde çağ teorisindeki sürekli yavaşlama yerine guruptan guruba sıçramalı bir yavaşlama ikaame edilmiş bulunmakta ve bu da, ortamı teşkil eden atomların kütleleri ne olursa olsun, teorinin her zaman kâbil-i tatbik olmasını sağlamaktadır. Sürekli bir yavaşlama yerine guruplarla yavaşlamanın ikaamesi bize çok guruplu teorinin esas denklemlerine geçmek için FERMİ'nin sürekli yavaşlama teorisinin denklemlerini vâsıta olarak kullanabileceğimizi telkin eder.

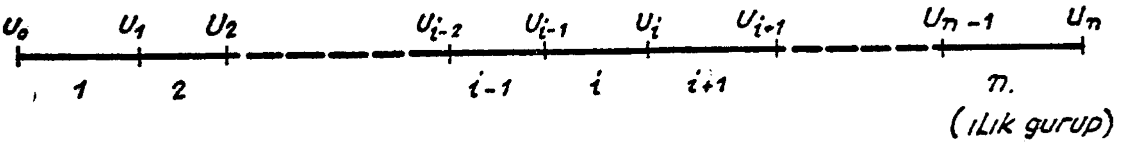
2. **Çokgruplu Difüzyon Teorisinin Temel Denklemleri.** — Geçen paragrafın sonundaki îkaza uyarak sürekli yavaşlamayı esas ittihaz eden (XIV . 1 . 1) denklemlerini göz önüne alalım:

$$\left.\begin{array}{lll} 0 \le u \le u_{\imath l}: & D(u)\nabla^2\phi(\vec{r},u) - \Sigma_a(u)\phi(\vec{r},u) + K(\vec{r},u) = \dfrac{\partial q(\vec{r},u)}{\partial u} & \text{(a)} \\ u = u_{\imath l} & :\ D_{\imath l}\nabla^2\phi_{\imath l}(\vec{r}) - \Sigma_{a,\imath l}\,\phi_{\imath l}(\vec{r}) + q(\vec{r},u_{\imath l}) = 0 & \text{(b)} \\ 0 \le u \le u_{\imath l}: & q(\vec{r},u) = \xi\Sigma_s(u)\phi(\vec{r},u) & \text{(c)} \end{array}\right\} \quad \text{(XV.2.1)}$$

Bu denklemler yardımıyla çokgruplu nötron difüzyonu denklemlerine geçebilmek için fisyon nötronlarının en yüksek enerjisine tekabül eden u=0 letarjisinden ılık enerjiye tekabül eden $u = u_{\imath l}$ letarji aralığını lâlettâyin bir şekilde n altaralığa bölelim ve

$$u_0 = 0$$
$$u_i - u_{i-1} = \Delta u_i \qquad (i = 1, 2, \ldots, n)$$
$$u_n = u_{\imath l}$$

vazedeim.



Şekil: XV . 1. Letarji guruplarına tekabül eden letarji aralıkları

Enerjileri $u_i - u_{i-1} = \Delta u_i$ ($i = 1, 2, \ldots\ldots, n$) letarji aralığı içine düşen bütün nötronlara i - inci letarji gurubu nötronları adını vereceğiz. Enerji guruplarını böylece belirttikten sonra (XV . 2 . 1 a) denklemini u_{i-1} den u_i ye kadar u üzerinden integre edelim:

$$\int_{u_{i-1}}^{u_i} D(u)\nabla^2\phi(\vec{r},u)du - \int_{u_{i-1}}^{u_i} \Sigma_a(u)\,\phi(\vec{r},u)du + \int_{u_{i-1}}^{u_i} K(\vec{r},u)du = \int_{u_{i-1}}^{u_i} \frac{\partial q(\vec{r},u)}{\partial u} \qquad \text{(XV.2,2)}$$

$$(i = 1,\ 2, \ldots n)$$

Şimdi eğer şu vazları yaparsak:

$$\overline{\phi}_i(\vec{r}) = \frac{1}{\Delta u_i} \int_{u_{i-1}}^{u_i} \phi(\vec{r},u)\, du \tag{XV.2.3a}$$

$$D_i = \frac{\dfrac{1}{\Delta u_i} \displaystyle\int_{u_{i-1}}^{u_i} D(u)\, \phi(\vec{r},u) du}{\dfrac{1}{\Delta u_i} \displaystyle\int_{u_{i-1}}^{u_i} \phi(\vec{r},u) du} = \frac{\dfrac{1}{\Delta u_i} \displaystyle\int_{u_{i-1}}^{u_i} D(u)\, \phi(\vec{r},u) du}{\overline{\phi}_i(\vec{r})} \tag{XV.2.3b}$$

$$\Sigma_i = \frac{\dfrac{1}{\Delta u_i} \displaystyle\int_{u_{i-1}}^{u_i} \Sigma(u)\, \phi(\vec{r},u) du}{\dfrac{1}{\Delta u_i} \displaystyle\int_{u_{i-1}}^{u_i} \phi(\vec{r},u) du} = \frac{\dfrac{1}{\Delta u_i} \displaystyle\int_{u_{i-1}}^{u_i} \Sigma(u)\, \phi(\vec{r},u) du}{\overline{\phi}_i(\vec{r})} \tag{XV.2.3c}$$

$$\overline{K}_i(\vec{r}) = \frac{1}{\Delta u_i} \int_{u_{i-1}}^{u_i} K(\vec{r},u) du \tag{XV.2.3d}$$

$$q_i(\vec{r}) = \frac{1}{\Delta u_i} \int_{u_{i-1}}^{u_i} q(\vec{r},u) du = \frac{1}{\Delta u_i} \int_{u_{i-1}}^{u_i} \xi \Sigma_s(u)\, \phi(\vec{r},u) du = \xi \Sigma_{s,i}\, \overline{\phi}_i(\vec{r}) \tag{XV.2.3e}$$

(XV. 2. 2) denklemlerini artık

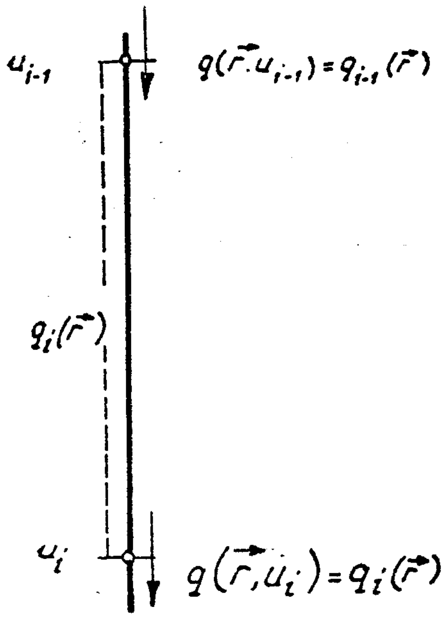
$$D_i \Delta u_i \nabla^2 \overline{\phi}_i(\vec{r}) - \Sigma_{a,i} \Delta u_i\, \overline{\phi}_i(\vec{r}) + \overline{K}_i(\vec{r}) \Delta u_i = q(\vec{r},u_i) - q(\vec{r},u_{i-1}) \tag{XV.2.4}$$
$$(i = 1,\ 2, \ldots, n)$$

şeklinde yazmak kâbil olur.

Şu hâlde her letarji gurubu için bir $\overline{\Phi}_i(\vec{r})$ nötron akısı ve bunu tâyin eden bir diferansiyel denklem de gene her gurup için uygun seçilmiş tesir kesitleri ve difüzyon katsayıları târif etmiş olmaktayız.

(XV . 2 . 4) denklemlerini çözebilmek için bunları, sâdece $\overline{\Phi}_i(\vec{r})$ nötron akıları cinsinden ifâde edebilmek ve bunun için de $q(\vec{r}, u_{i-1})$ ve $q(\vec{r}, u_i)$ büyüklüklerini nötron akıları cinsinden tâyin edebilmek lâzımdır.

Bunun için şuna işâret etmek kâfidir: muayyen bir letarji aralığında nötronların q yavaşlama yoğunluğu u ya göre sâbittir; o aralığın



Şekil: XV . 2

üst sınırında q nun değeri, bir evvelki aralıktan bu aralığa yavaşlayan nötronların sayısını göstereceğinden bir evvelki aralıkta q nun aldığı ortalama değere eşittir; yâni meselâ i - inci letarji aralığı göz önüne alıyorsak bunun üst ve altsınırı sırasıyla $u = u_{i-1}$ ve $u = u_i$ ve q yavaşlama yoğunluğunun bu noktalardaki değerleri de $q(\vec{r}, u_{i-1})$ ve $q(\vec{r}, u_i)$ dir. $q(\vec{r}, u_{i-1})$, $(i-1)$ - inci aralıktan yavaşlayarak $u = u_{i-1}$ i aşan nötronların, $q(\vec{r}, u_i)$ de i - inci aralıktan yavaşlayarak $u = u_{i-1}$ yi aşan nötronların yoğunluklarıdır. Fakat q, $(i-1)$ - inci aralık boyunca sâbit bir $\vec{q}_{i-1}(r)$ değeri ve i - inci aralık boyunca da sâbit bir $\vec{q}_i(r)$ değeri aldığından

$$\vec{q}(r,u_{i-1}) = \vec{q}_{i-1}(r)$$

ve

$$\vec{q}(r,u_i) = \vec{q}_i(r)$$

dir. Buna binâen, ve bir taraftan da (XII . 9 . 3) ile verilen makroskopik yavaşlama tesir kesidinin târifini göz önünde tutup diğer taraftan da

$$\vec{\phi}_i(r) = \vec{\overline{\phi}}_i(r)\Delta u_i = \int_{u_{i-1}}^{u_i} \vec{\phi}(r,u)\, du$$
$$\vec{K}_i(r) = \vec{\overline{K}}_i(r)\Delta u_i = \int_{u_{i-1}}^{u_i} \vec{K}(r,u)\, du \qquad \text{(XV.2.5)}$$

vazlarını yaparak (XV . 2 . 4) denklemlerinin

$$D_i\nabla^2 \vec{\phi}_i(r) - (\Sigma_{a,i} + \Sigma_{yav,i})\vec{\phi}_i(r) + \Sigma_{yav,i-1}\vec{\phi}_{i-1}(r) + \vec{K}_i(r) = 0 \qquad \text{(XV.2.6)}$$

şekline girdiği görülür.

Buradaki $\vec{K}_i(r)$ kaynak terimlerini sıfır olarak kabul ettiğimiz zaman çoğaltkan ortamlardaki çokguruplu nötron difüzyonunun temel denklemleri en basit şekillerine ircâ edilmiş olur. Yalnız burada birkaç ince nokta vardır ki bunları açıkça belirtmek gerekmektedir. Bunlardan biri (XV . 2 . 6) da $i=1$ için ortaya çıkan $\Sigma_{yav,0}\vec{\phi}_0(r)$ ifâdesinin neye delâlet edeceğidir. Eğer bütün fisyon nötronlarının, ılık nötronların hâsıl ettikleri fisyonlar dolayısıyla 1. letarji gurubunda doğmuş olduklarını kabul edersek

$$\Sigma_{yav,0}\vec{\phi}_0(r) = \frac{k_\infty}{p}\Sigma_{a,n}\vec{\phi}_n(r)$$

yazılır. Filhakika bu takdirde $\Sigma_{yav,0}\phi_0(\vec{r})$, 1. letarji gurubuna tekabül eden gurup kaynak terimi rolünü oynar; bunun ise ılık gurupta absorplanmış olan $\Sigma_{a,n}\phi_n(\vec{r})$ nötronun doğumlarına sebebiyet verdiği ve letarjileri 1. gurup içine düşen $\frac{k_\infty}{p}\Sigma_{a,n}\phi_n(\vec{r})$ adet nötron tarafından temsil edileceği âşikârdır. (Niçin $k_\infty \Sigma_{a,n}\phi_n(\vec{r})$ değil de $\frac{k_\infty}{p}\Sigma_{a,n}\phi_n(\vec{r})$? Düşününüz).

Tasrih edilmesi gereken bir diğer nokta da $\Sigma_{yav,n}=0$ olması iktizâ ettiğidir. n - inci gurup, ılık nötronları temsil ettiğinden bu guruba ait nötronlar ortamdaki atomlarla termik dengede bulunurlar ve artık daha aşağı (yukarı) enerjilere (letarjilere) yavaşlıyamıyacak olduklarından bu guruba tekabül eden yavaşlama tesir kesidinin de sıfır olarak kabul edilmesi lâzım geldiği âşikârdır.

Bu şartlar altında (XV . 2 . 6) denklemleri açıkça

$$\boxed{\begin{aligned}
&D_1\nabla^2\phi_1(\vec{r})-(\Sigma_{a,1}+\Sigma_{yav,1})\phi_1(\vec{r})+\frac{k_\infty}{p}\Sigma_{a,n}\phi_n(\vec{r})=0\\
&D_2\nabla^2\phi_2(\vec{r})-(\Sigma_{a,2}+\Sigma_{yav,2})\phi_2(\vec{r})+\Sigma_{yav,1}\phi_1(\vec{r})=0\\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\
&D_i\nabla^2\phi_i(\vec{r})-(\Sigma_{a,i}+\Sigma_{yav,i})\phi(\vec{r})+\Sigma_{yav,i-1}\phi_{i-1}(\vec{r})=0\\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\
&D_n\nabla^2\phi_n(\vec{r})-\Sigma_{a,n}\phi_n(\vec{r})+\Sigma_{yav,n-1}\phi_{n-}(\vec{r})=0
\end{aligned}} \qquad \text{(XV.2.7)}$$

şeklinde yazılırlar.

Fakat ikinci mertebeden kısmî türevli n adet kuple denklemden müteşekkil olan bu diferansiyel denklem sistemi daha yakından incelenirse görülür ki bunlar çokguruplu nötron difüzyonundaki kararlı nötron akılarını ancak şu dört zımnî şartın tahakkuku hâlinde belirlemektedirler.

1) Ancak n - inci guruptaki nötronlar fisyona sebebiyet verebilirler.

2) Fisyon nötronlarının hepsi 1. letarji gurubunda doğarlar.

3) Her nötron yavaşlama süresince belirli bir guruptan ancak hemen onu tâkibeden guruba geçebilir.

4) Nötronlar esnek olmayan çarpışmaya mâruz kalmazlar.

Halbuki fisyon nötronları σ_f mikroskopik fisyon tesir kesidine tâbî olduklarından, σ_f nin sıfırdan farklı olduğu her letarjide üreyebilirler.

Öte yandan göz önüne alınan nükleer yakıtın cinsine göre fisyon olayı hızlı veyâ ılık nötronlar tarafından husûle getirilir. Meselâ U^{235} ve Pu^{239} daha ziyâde ılık, U^{238} ile Th^{232} de sâdece hızlı nötronlarla fisyona uğrarlar, ve ilk ikisi için σ_f ılık enerjiyle 10 MeV arasında her yerde sıfırdan farklı son ikisi içinse σ_f ancak 1 MeV—10 MeV arasında sıfırdan farklıdır.

Kezâ, nötronlar, yavaşlamaları esnâsında ve bilhassa hidrojen, döteryum ve beliryum gibi atom sayısı küçük olan yavaşlatıcı elemanlarla çarpışmalarında enerjilerinin, hidrojen hâli için hepsini, diğerleri için de mühim bir kesrini kaybedebilirler. Buna binâen bir nötronun bir tek çarpışma birden fazla enerji gurubundan birden geçerek yavaşlaması tabiîdir.

Ve nihayet enerjileri 25000 eV den büyük olan nötronlar bilhassa nükleer yakıtla esnek olmayan çarpışmalara sebebiyet verebilir ve böylece birkaç gurup üstteki (aşağıdaki) bir letarjiyi (enerjiyi) iktisâbedebilirler.

Bu fizikî müşâhedelerin de göstermekte olduğu vechile yukarıda sürekli yavaşlama teorisinden istidlâl ettiğimiz bu çokguruplu difüzyon modeli yerine daha mükemmel bir model ikâme etmek gerekmektedir. Eğer yukarıda sıralanmış olan dört tahdid edici şartı da kaldıracak olursak çoğaltkan bir ortamda, i - inci gurup nötronları göz önüne alarak, 1 cm^3 de ve 1 saniyedeki kararlı (zamana tâbî olmayan) nötron dengesi için şu bilânçoyu kurmak icâbeder.

difüzyonla kaybolan i - inci gurup nötronları — absorplanmayla kaybolan i - inci gurubu terkeden nötronları — esnek çarpışmayla i - inci gurubu terkeden nötronlar — esnek olmayan çarpışmayla i - inci gurubu terkeden nötronlar + esnek çarpışmayla i-inci guruptan önceki guruplardan i-inci guruba intikâl eden nötronlar + esnek olmayan çarpışmayla i-inci guruptan önceki guruplardan i-inci guruba intikâl eden nötronlar + i-inci gurupta doğan fisyon nötronları = 0 (XV.2.9)

$-D_i\nabla\cdot\phi_i(\vec{r})$ göz önüne alınan birim hacımda saniye başına difüzyonla kaybolan i - inci gurup nötronlarıdır. Diğer taraftan

$$\Sigma_{a,i}\phi_i(\vec{r}),\quad \Sigma_{yav,i}\phi_i(\vec{r}),\quad \Sigma_{in,i}\phi_i(\vec{r})$$

de sırasıyla absorplanma, esnek yavaşlama ve esnek olmayan yavaşlamayla i - inci gurubu terkeden nötronların yoğunluklarını göstermektedir. $\Sigma_{yav,m\to i}\phi_m(\vec{r})$ ve $\Sigma_{in,m\to i}\phi_m(\vec{r})$ ifadeleri de m - inci guruptan sırasıyla esnek ve esnek olmayan çarpışmalar sonucunda i - inci guruba intikal eden nötronları temsil ederler. Esnek ve esnek olmayan çarpışmalarla i - inci guruba intikal eden nötronların toplam yoğunluğu $m=1$ den $m=i-1$ e kadar bu ifâdeler üzerinden yapılmakla elde edilir:

$$\sum_{m=1}^{i-1}(\Sigma_{yav,m\to i}+\Sigma_{in,m\to i})\,\phi_m(\vec{r}).$$

Bundan başka her enerji gurubunda normal olarak fisyon olayının vuku bulduğunu kabul ettiğimizden k - ıncı gurupta vuku bulan fisyon adedi $\Sigma_{f,k}\phi_k(\vec{r})$ ve bunlardan üreyen nötron sayısı $\nu_k\Sigma_{f,k}\phi_k(\vec{r})$ ve bütün fisyonlardan üreyen nötronların sayısı da

$$\sum_{k=1}^{n}\nu_k\Sigma_{f,k}\,\phi_k(\vec{r})$$

olur. Ancak, bütün bu nötronlardan sâdece muayyen bir mikdarı fisyon esnasında muayyen bir letarji gurubu içinde doğar. $f(u)$ ile fisyon spektrumunu gösterdiğimizde, meselâ i - inci gurupta doğan fisyon nötronlarının yüzdesi

$$f_i=\int_{u_{i-1}}^{u_i}f(u)du \qquad \text{(XV.2.9)}$$

ve i - inci gurupta doğan fisyon nötronlarının sayısı da böylece:

$$f_i\sum_{k=1}^{n}\nu_k\Sigma_{f,k}\,\phi_k(\vec{r})$$

olur.

Bütün bu hususlar göz önünde tutulduğu takdirde (XV . 2 . 8) denge denklemi

$$\boxed{\begin{gathered} D_i \nabla^2 \phi_i(\vec{r}) - (\Sigma_{a,i} + \Sigma_{yav,i} + \Sigma_{in,i})\,\phi_i(\vec{r}) + \\ + \sum_{m=1}^{i-1} (\Sigma_{yav,m \to i} + \Sigma_{in,m \to i})\phi_m(\vec{r}) + f_i \sum_{k=1}^{n} \nu_k \Sigma_{f,k}\, \phi_k(\vec{r}) = 0 \\ (i = 1,\ 2, \ldots, n) \end{gathered}} \qquad \text{(XV.2.10)}$$

şekline girer. Bu denklemlere OKRENT denklemleri adı verilmiştir.

Nötron akılarının $\phi_i = \phi_i(\vec{r}, t)$ $(i=1,\ 2, \ldots\ldots, n)$ şeklinde zamana da bağlı oldukları farzedilirse gerek (XV . 2 . 7) ve gerekse (XV . 2 . 10) denklemlerinin sağ yanlarına nötron yoğunluğunun zamana göre değişimi demek olan

$$\frac{1}{v_i} \frac{\partial \phi_i(\vec{r}, t)}{\partial t}$$

ifâdeleri gelecektir.

Önümüzdeki derste çok guruplu difüzyon teorisi denklemlerini kararlı nötron akıları hâli için çözeceğiz.

XVI. DERS

Çokguruplu Difüzyon Teorisinde Kararlı Nötron Akıları

Nötron akılarının tâyini - Kritiklik için gerek ve yeter şartlar - Kritiklik denkleminin yaklaşık olarak çözülmesi - Çokguruplu difüzyon teorişindeki akıbükümlerin reeliği - İterasyon metoduyla OKRENT denklemlerinin çözülmesi - Yansıtılmış ortamlarda çokguruplu nötron difüzyonu ve kritiklik denklemi.

1. **Çokgurup Denklemlerinin Çözülmesi.** — Bu derste muayyen bir düzgün simetriyi haiz konveks çoğaltkan ortamlardaki çokguruplu nötron difüzyonunu inceleyeceğiz ve formalizmi daha fazla ağırlaştırmamak gâyesiyle de, kararlı nötron akılarını tâyin etmek için OKRENT denklemlerinin yerine (XV . 2 . 7) ile vermiş olduğumuz

$$\left.\begin{array}{l}
D_1\nabla^2\phi_1(\vec{r})-(\Sigma_{a,1}+\Sigma_{yav,1})\phi_1(\vec{r})+\dfrac{k_\infty}{p}\Sigma_{a,n}\phi_n(\vec{r})=0\\
D_2\nabla^2\phi_2(\vec{r})-(\Sigma_{a,2}+\Sigma_{yav,2})\phi_2(\vec{r})+\Sigma_{yav,1}\phi_1(\vec{r})=0\\
\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\\
D_i\nabla^2\phi_i(\vec{r})-(\Sigma_{a,i}+\Sigma_{yav,i})\phi_i(\vec{r})+\Sigma_{yav,i-1}\phi_{i-1}(\vec{r})=0\\
\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\\
D_n\nabla^2\phi_n(\vec{r})-\Sigma_{a,n}\phi_n(\vec{r})+\Sigma_{yav,n-1}\phi_{n-1}(\vec{r})=0
\end{array}\right\}\qquad (XVI.1.1)$$

sistemini çözeceğiz. Bu sistemi çözmek için tatbik edeceğimiz çözüm tarzı aynen OKRENT denklemlerinin çözümüne de tatbik edilebilmektedir.

Şimdi, (XVI . 1 . 1) sistemini çözebilmek için, sayılarını ve değerlerini sonradan tâyin edeceğimiz, $B_k^2 (k=1, 2, ...)$ diye birtakım sâbitlerle

$$\nabla^2 R_k(\vec{r}) + B_k^2 R_k(\vec{r}) = 0 \qquad (k=1, 2, ...) \tag{XVI.1,2}$$

şeklindeki HELMHOLTZ tipi kısmî türevli diferansiyel denklemleri gerçekleyen bir takım $R_k(\vec{r})$ $(k=1, 2, ...)$ fonksiyonları tasarlayalım; bundan sonra da (XVI . 1 . 1) i gerçekleyen $\phi_i(\vec{r})$ $(i=1, 2, ..., n)$ nötron akılarının

$$\phi_i(\vec{r}) = \sum_{k=1}^{s} \widehat{\alpha}_{ik} R_k(\vec{r}) \qquad (i=1, 2, ..., n) \tag{XVI.1.3}$$

tarzında, $R_k(\vec{r})$ fonksiyonlarının lineer kombinezonları şeklinde ifâde edilip edilemeyeceklerini araştıralım; ve eğer hakikaten (XVI . 1 . 3) bağıntıları cârî ise s nin, $\widehat{a}_{ik}$ katsayılarının ve B_k^2 büyüklüklerinin ne olmaları gerektiğini tesbite çalışalım.

(XVI . 1 . 1) sistemini

$$\left.\begin{aligned} \Sigma_{yav,0} &= \frac{k_\infty}{p} \Sigma_{a,n} \\ \Sigma_{yav,n} &= 0 \\ \phi_0(\vec{r}) &= \phi_n(\vec{r}) \end{aligned}\right\} \tag{XVI.1.4}$$

vazetmek sûretiyle kısaca

$$D_i \nabla^2 \phi_i(\vec{r}) - (\Sigma_{a,i} + \Sigma_{yav,i}) \phi_i(\vec{r}) + \Sigma_{yav,i-1} \phi_{i-2}(\vec{r}) = 0 \qquad (i=1, 2, ..., n) \tag{XVI.1.5}$$

şeklinde yazabiliriz. Şimdi (XVI . 1 . 3) vazını göz önüne alıp (XVI . 1 . 2) den de

$$\nabla^2 R_k(\vec{r}) = -B_k^2 R_k(\vec{r})$$

olduğuna dikkat edersek (XVI . 1 . 5) sistemi

$$\sum_{k=1}^{s}\left\{[-D_iB_k^2-(\Sigma_{a,i}+\Sigma_{yav,i})]\widetilde{\alpha}_{ik}+\Sigma_{yav,i-1}\widetilde{\alpha}_{i-1,k}\right\}R_k(\vec{r})=0 \qquad \text{(XVI.1.6)}$$

$$(i=1,\ 2,\dots,\ n)$$

şeklinde yazılabilir. Bu ifâdeler içindeki $R_k(\vec{r})$ fonksiyonları çoğaltkan ortamın içinde bağımsız $\vec{r}$ değişkenine tâbî olarak muhtelif değerler alabilen fonksiyonlardır. Bunların aldıkları her değer için (XVI . 1 . 6) ifâdelerinin sıfır olabilmesi için kıvrık parantezler içindeki ifâdelerin özdeş olarak sıfır olmaları mecbûrîdir:

$$-[D_iB_k^2+(\Sigma_{a,i}+\Sigma_{yav,i})]\widetilde{\alpha}_{ik}+\Sigma_{yav,i-1}\widetilde{\alpha}_{i-1,k}=0 \qquad \text{(XVI.1.7)}$$

$$(i=1,\ 2,\dots\ n;\quad k=1,\ 2,\dots,\ s)$$

Muayyen her k değeri için (XVI . 1 . 7) ifâdeleri $\widetilde{\alpha}_{ik}$ bilinmeyenleri cinsinden n bilinmeyenli n denklemden müteşekkil homogen bir cebrik denklem sistemi meydana getirir. Bu homogen denklem sisteminin sıfırdan farklı çözümleri olabilmesi için esas determinantının özdeş olarak sıfıra eşit olması lâzımdır. Şu hâlde:

$$\begin{vmatrix}
-D_k^2-(\Sigma_{a,1}+\Sigma_{yav,1}) & 0 & \cdots & \cdots & \frac{k_\infty}{p}\Sigma_{a,n} \\
\Sigma_{yav,1} & -D_2B_k^2-(\Sigma_{a,2}+\Sigma_{yav,2}) & & & 0 \\
0 & & & & 0 \\
\vdots & & & & \vdots \\
\vdots & & \Sigma_{yav,i-1} & -D_iB_k^2-(\Sigma_{a,i}+\Sigma_{yav,i}) & \vdots \\
\vdots & & & & \vdots \\
0 & \cdots & & \Sigma_{yav,n-1} & -D_nB_k^2-\Sigma_{a,n}
\end{vmatrix}=0 \qquad \text{(XVI.1.8)}$$

$$(k=1,\ 2,\dots,\ s)$$

olmalıdır.

Bu determinantlar B_k^2 cinsinden n - inci mertebeden cebrik denklemler teşkil ederler. k nın belirli bir değeri için n adet B^2 değeri bulunur. Diğer taraftan k indisi hangi değeri alırsa alsın (XVI . 1 . 8) denklemlerinin katsayıları hep aynı katsayılar olarak kaldıklarından, k indisinin her değeri için aynı cebrik denklem ve dolayısıyla, bunun kökleri olarak da hep aynı n adet kök bulunur. Şu hâlde $s=n$ dir ve dolayısıyla

$$\phi_i(\vec{r}) = \sum_{k=1}^{n} \widehat{\alpha}_{ik} R_k(\vec{r}) \tag{XVI.1.9}$$

olmalıdır.

Şimdi

$$L_i^2 = \frac{D_i}{\Sigma_{a,i} + \Sigma_{yav,i}} \tag{XVI.1.10}$$

vazederek ve bir de $\Sigma_{a,i}/\Sigma_{yav,i} \ll 1$ kabul ederek B^2 leri veren denklemin

$$\frac{k_\infty}{p \prod_{i=1}^{n-1} \left(1 + \frac{\Sigma_{a,i}}{\Sigma_{yav,i}}\right) \prod_{i=1}^{n} (1 + L_i^2 B^2)} = 1 \tag{XVI.1.11}$$

şekline ircâ edebileceği görülür.

Hâlbuki (XII . 9 . 5) ifâdesine göre ilk n - 1 gurupta rezonansa tutulmama ihtimâli

$$p = \prod_{i=1}^{n-1} \left(1 - \frac{\Sigma_{a,i}}{\Sigma_{yav,i}}\right) \cong \frac{1}{\prod_{i=1}^{n-1} \left(1 + \frac{\Sigma_{a,i}}{\Sigma_{yav,i}}\right)} \tag{XII.9.5}$$

yazılabilir. Buna binâen (XVI . 1 . 11) ifâdesi

$$\boxed{\frac{k_\infty}{\prod_{i=1}^{n}(1+L_i^2B^2)}=1} \qquad \text{(XVI.1.12)}$$

şekline müncer olur.

Böylece B^2 lerin bilinmesi $R_k(\vec{r})$ fonksiyonlarının da (XVI . 1 . 2) vâsıtasıyla bilinmesini sağlar. Diğer taraftan (XVI . 1 . 7) ifâdelerinden

$$\frac{\widetilde{\alpha}_{ik}}{\widetilde{\alpha}_{i-1,k}}=\frac{\Sigma_{yav,i-1}}{D_iB_k^2+(\Sigma_{a,i}+\Sigma_{yav,i})}$$

buluruz. Şimdi

$$A_{ik}=\frac{\widetilde{\alpha}_{ik}}{\widetilde{\alpha}_{1k}}=\prod_{j=2}^{i(>1)}\frac{\widetilde{\alpha}_{jk}}{\widetilde{\alpha}_{j-1,k}}=\prod_{j=2}^{i(>)1}\frac{\Sigma_{yav,j-1}}{D_jB_k^2+(\Sigma_{a,j}+\Sigma_{yav,j})}$$

vazedersek buradan da

$$\widetilde{\alpha}_{ik}=\widetilde{\alpha}_{1k}A_{ik}=\widetilde{\alpha}_{1k}\prod_{j=1}^{i(>1)}\frac{\Sigma_{yav,j-1}}{D_iB_k^2+(\Sigma_{a,j}+\Sigma_{yav,i})} \qquad \text{(XVI.1.13)}$$

elde edilir. Yâni her $\widetilde{a}_{ik}$ katsayısı $\widetilde{a}_{1k}$ ile tamamen belirli bir ifâdenin çarpımı şeklinde ortaya çıkmaktadır. Başka bir deyimle, n^2 adet $\widetilde{a}_{ik}$ katsayısından ancak n adedi biribirlerinden müstakildir, yâni (XVI . 1 . 1) sisteminin genel çözümü n adet sâbit ihtivâ eder.

A_{ik} büyüklüklerine kuplaj katsayıları adı verilir. Bu takdirde nötron akılarının genel ifâdeleri

$$\phi_i(\vec{r})=\sum_{k=1}^{n}\widetilde{\alpha}_{1k}A_{ik}R_k(\vec{r}) \qquad \text{(XVI.1.14)}$$

$$(i=1,\ 2,\ldots,\ n)$$

olur. Diğer taraftan herbir $R_k(\vec{r})$ fonksiyonu, (XVI . 1 . 2) gibi ikinci dereceden kısmî türevli bir diferansiyel denklemi tahkik etmesi bakımından, $U_k(\vec{r})$ ve $W_k(\vec{r})$ gibi müstakil iki fonksiyonun lineer bir kombinezonudur. [Meselâ

$$\frac{d^2R_k(x)}{dx^2}+B_k{}^2R_k(x)=0$$

denkleminin genel çözümü olan $R_k(x)$ in $R_k(x)=\alpha_k \cos B_kx+\beta_k \sin B_kx$ şeklinde olduğu gibi]. Şu hâlde $U_k(\vec{r})$ ve $W_k(\vec{r})$ ile (XVI . 1 . 2) denklemine tekabül eden iki müstakil çözümü göstermek üzere (XVI . 1 . 1) sisteminin genel çözümleri

$$\phi_i(\vec{r})=\sum_{k=1}^{n} A_{ik}[\alpha_{1k}U_k(\vec{r})+\beta_{1k}W_k(\vec{r})] \qquad \text{(XVI.1.15)}$$

$$(i=1,\ 2,\ldots,n)$$

şeklinde olacaktır. Böylece, i gurup indisinin değeri ne olursa olsun her ϕ_i nötron akısı hep aynı 2n adet sâbiti ihtivâ etmektedir.

(XVI . 1 . 1) sisteminin (XVI . 1 . 15) genel çözümünde karşımıza çıkan bu 2n sâbiti ifnâ edebilmek için: a) ortamın simetrisinden, b) nötron akılarının uzatılmış uzunlukta sıfır olmaları keyfiyetinden, ve c) ortamın kaynak şartından faydalanabiliriz.

Sâdece ilk iki imkândan faydalanmak sûretiyle genel çözümdeki 2n sâbitin 2n - 1 inin tâyin edilebileceğini ve sonuncu şartın da geri kalan sâbiti tâyine kâfi olduğunu göreceğiz. Bunun için önce $\vec{s}=\vec{s}(x,\ y,\ z)$ ile ortamın simetri yerine tekabül eden yervektörünü, ve $\vec{n}=\vec{n}(x,\ y,\ z)$ ortamın dışyüzeyine dik birimvektör ve kezâ $\vec{\rho}=\vec{\rho}(x,\ y,\ z)$ de bu dışyüzeyin yervektörü olmak üzere, $\vec{\rho}_i=\vec{\rho}+0{,}7104\,\lambda_{tr,i}\,\vec{n}$ ile de uzatılmış (ekstrapole) dışyüzeyin yervektörünü gösterelim. Buna göre bir taraftan nötron akılarının simetri yerinde bir maksimum arzetmelerinden ötürü, ve diğer taraftan da nötron akılarının uzatılmış sınırda sıfır olmaları hasebiyle

$$\left.\begin{aligned} [\phi_i'(\vec{r})]_{\vec{r}=\vec{s}} &= \sum_{k=1}^{n} A_{ik}[\alpha_{1k}U_k(\vec{r})+\beta_{1k}W_k(\vec{r})]_{\vec{r}=\vec{s}}=0 \\ \phi_i(\vec{\rho_i}) &= \sum_{k=1}^{n} A_{ik}[\alpha_{1k}U_k(\vec{\rho_i})+\beta_{1k}W_k(\vec{\rho_i})]=0 \end{aligned}\right\} \qquad \text{(XVI.1.16)}$$

$$(i=1,\ 2, \ldots, n)$$

denklem sistemi cârî olacaktır. Bu sistem (α_{1k}, β_{1k}) değişkenleri cinsinden 2n bilinmeyen ihtivâ eden 2n denklemden müteşekkil homogen bir denklem sistemidir. Eğer bu sistemin $|\mathbf{D}|$ esas determinantı sıfırsa sistemin sıfırdan farklı çözümleri vardır ve bu 2n bilinmeyenden herhangi 2n - 1 tânesi, geri kalanın fonksiyonu olarak ifâde olunabilir. Öte yandan bu sistemin esas determinantı $\vec{\rho}$ ya bağlıdır ve $\vec{\rho}$ nun ancak muayyen değeri veyâ değerleri için sıfır olur. İşte bu $|\mathbf{D}|$ esas determinantını sıfır kılan en küçük mutlak değeri haiz $\vec{\rho}_{kr}$ yervektörüne ortamın kritik boyut yervektörü adı verilir:

$$|\mathbf{D}(\vec{\rho}_{kr})| = 0. \qquad \text{(XVI.1.17)}$$

$|\mathbf{D}(\vec{\rho})|$ nun sıfır oluşu, göz önüne alınmış olan ortamın kritik olması için yeter bir şarttır. Hâlbuki (XVI . 1 . 12) denklemine bakılacak olunursa bunun, eşitenerjili nötronların difüzyonundaki kritiklik denkleminin en tabiî bir teşmili olarak addolunacağı zannedilebilir. Filhakika n=1 için (XVI . 1 .12) ifâdesi gene eşitenerjili nötronların difüzyonundaki kritiklik denklemine müncer olmaktadır. Fakat n - guruplu difüzyon teorisinde kritiklik için yeter şart (XVI . 1 . 17) ifâdesiyle verilmiştir. Bu şarta vâsıl olabilmek için şüphesiz ki (XVI . 1 . 12) nin meriyetinin cârî olması lâzımdır. İşte bu sebepten ötürü n - guruplu difüzyon teorisinde kritikliğin gerek şartı (XVI . 1 .12) ve yeter şartı da (XVI . 1 . 17) ifâdeleriyle verilmiş olmaktadır.

Ortamın kritik olması, yâni (XVI . 1 . 16) sisteminin esas determinantının sıfır olması hâlinde homogen cebrik denklemler teorisine binâen (XVI . 1 .16) dan nötron akılarının tek bir sâbite bağlı ifâdelerini bulabiliriz. Bu sâbitin de eşitenerjili nötronların difüzyonunda olduğu gibi, problemin kaynak şartıyla belirleneceği ve değerinin de ortamdaki nötron seviyesi için bir ölçü teşkil edeceği âşikârdır.

Göz önüne alınan ortam sonsuz bir dilim şeklinde veyâ küresel veyâhut da sonsuz silindir şeklinde homogen bir ortamsa, yâni tek bir uzay değişkenine tâbî ise, bu takdirde buna tekabül eden kritik boyutu $|\mathbf{D}(\rho_{kr})|=0$ denkleminden bir yaklaştırma metoduyla nisbeten kolay bir tarzda hesaplamak mümkündür. Bunun için ortamın kritik boyutuna tekabül eden mâkûl bir ρ_1 değeri tahmin edilir ve $|\mathbf{D}(\rho_1)|$ hesaplanır. Bu, büyük bir ihtimalle sıfırdan farklı olacaktır. Bunun üzerine, $\rho_2 \neq \rho_1$ olmak üzere başka bir ρ_2 tahminî değeri için $|\mathbf{D}(\rho_2)|$ hesaplanır. Bu sonuncu ifâde sıfıra eşit bulunursa $\rho_2=\rho_{kr}$ demektir. Aksi hâlde $|\mathbf{D}(\rho_1)|$ ve $|\mathbf{D}(\rho_2)|$ noktaları bir doğruyla birleştirilerek bunun ρ eksenini hangi noktada kestiği, yâni $|\mathbf{D}(\rho)|$ nun lineer ekstrapolasyonunun hangi $\rho=\rho_0$ değeri için sıfır olduğu araştırılır. Bu ρ_0 değerinden itibâren birkaç merhale sonunda ρ_{kr} değerine iyi bir takribiyetle erişilebilir.

2. **B^2 lerin Reelliği.** — Şimdi B^2 leri veren (XVI.1.12) formülünü göz önüne alalım. Bu, esasında, B^2 cinsinden n-inci dereceden cebrik bir denklemdir. Gâyet tabiî, bu denklemin n adet kökünden hepsinin birden, genel olarak, reel olması beklenemez. Bu paragrafın gâyesi bu n kökün kalitatif bir şekilde incelenmesidir. Bunun için

$$y=\frac{k_\infty}{\prod_{i=1}^{n}(1+L_i x)} \qquad \text{(XVI.2.1)}$$

fonksiyonunu göz önüne alalım. Elemanter bazı mülâhazalarla bu fonksiyonun şu özellikleri haiz olduğunu kolayca görebiliriz:

a) y fonksiyonu x-ler eksenini yatay asimtot olarak kabul eder.

b) Bu fonksiyon kezâ

$$x_j=-1/L_j^2 \qquad (j=1,\ 2,\ldots,n)$$

apsisli n adet dikey asimtota sâhiptir. Yalnız burada şuna işâret edelim ki j indisi muhakkak, gurup indisi olan i ye tekabül ediyor değildir. Bu, sâdece, muhtelif L^2 leri büyüklüklerine göre sıralamak için kullanılan bir indistir ve j nin küçük değerlerine L^2 lerden en büyükleri tekabül edecek şekilde târif edilmiştir.

c) y, ordinatlar eksenini

$$y = k_\infty$$

noktasında keser.

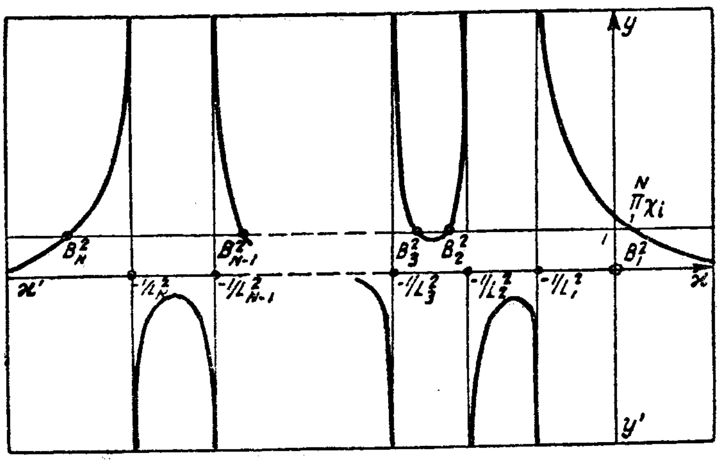
d) Keză, y fonksiyonu

$$n \text{ çift ise } \begin{cases} \dfrac{n}{2} - 1 & \text{minumum} \\ \dfrac{n}{2} & \text{maksimum} \end{cases}$$

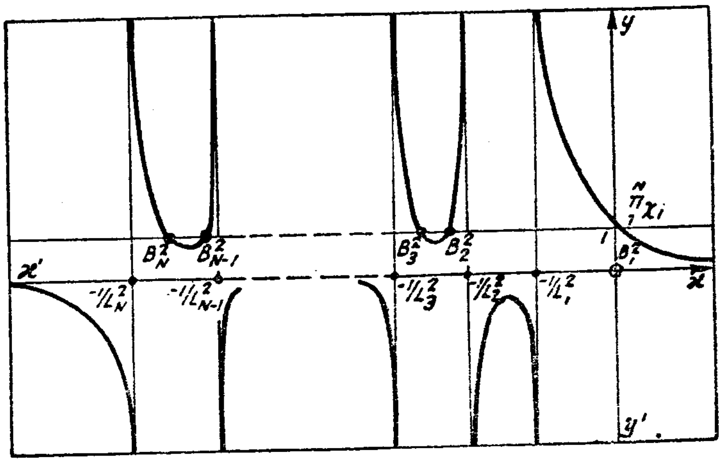
$$n \text{ tek ise } \begin{cases} \dfrac{n-1}{2} & \text{minumum} \\ \dfrac{n-1}{2} & \text{maksimum} \end{cases}$$

arzeder.

y fonksiyonunun $y=1$ doğrusuyla arakesit noktaları (XVI.1.12) denkleminin köklerini verir (Bk. Şekil: XVI.1 ve 2).



Şekil: XVI.1. (XVI.2.1) fonksiyonunun n çift olduğu zamanki değişimi.



Şekil: XVI.2. (XVI.2.1) fonksiyonunun n tek olduğu zamanki değişimi.

Şekil: XVI.1 ve 2 nin yardımıyla, $k_\infty > 1$ oldukça (XVI.2.1) fonksiyonunun a), b) ve c) özelliklerinden ötürü, $y=1$ doğrusuyla birinci dörttebir düzlemde ($x>o$, $y>o$) daima bir arakesit noktasının mevcûdolacağı görülür. Gene aynı özelliklerin yardımıyla (XVI.1.12) denkleminin köklerinden hiçbirinin «sırf sanal» olamayacağı ve n eğer çift ise aynı ifâdenin negatif olan en aşağı bir başka reel kökü bulunduğu kolayca tesbit olunur. Bu özellikler bir teorem olarak şöyle ifâde edilebilirler:

TEOREM. $k_\infty > 1$ *oldukça*

$$\frac{k_\infty}{\prod_{i=1}^{n}(1+L_i^2B^2)}=1$$

denklemin köklerinden ancak bir teki pozitiftir; diğer köklerinden hiçbiri sırf sanal olamaz ve n çift bir sayı olduğu takdirde denklem en azından bir de negatif köke mâliktir.

3. İterasyon Yoluyla Kararlı Nötron Akılarının Tâyini. — Bu kısımda çokguruplu difüzyon teorisinde nötron akılarının iterasyon yoluyla nasıl elde edildiklerini göreceğiz. Bu iş için de bu sefer OKRENT denklemlerinden istifâde edelim.

Eğer (XV . 2 . 10) OKRENT denklemlerindeki cm³ ve saniye başına $\vec{r}$ noktasında doğan fisyon nötronlarının toplam sayısı için

$$\sum_{k=1}^{n} \nu_k \Sigma_{f,k} \phi_k(\vec{r}) = F(\vec{r}) \tag{XVI.3.1}$$

vazedersek bu **denklemler**

$$\left.\begin{array}{l}
D_1\nabla^2\phi_1(\vec{r}) - (\Sigma_{a,1}+\Sigma_{yav,1})\,\phi_1(\vec{r}) + f_1F(\vec{r}) = 0 \\
D_2\nabla^2\phi_2(\vec{r}) - (\Sigma_{a,2}+\Sigma_{yav,2})\,\phi_2(\vec{r}) + \\
\qquad + (\Sigma_{yav,1\rightarrow 2}+\Sigma_{in,1\rightarrow 2})\,\phi_1(\vec{r}) + f_2F(\vec{r}) = 0 \\
\cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ y\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot \\
D_i\nabla^2\phi_i(\vec{r}) - (\Sigma_{a,i}+\Sigma_{yav,i})\,\phi_i(\vec{r}) + \\
\qquad + \sum_{m=1}^{i-1}(\Sigma_{yav,m\rightarrow i}+\Sigma_{in,m\rightarrow i})\,\phi_m(\vec{r}) + f_iF(\vec{r}) = 0 \\
\cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot \\
\cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot
\end{array}\right\} \tag{XVI.3.2}$$

şeklinde yazılırlar.

Bu sistemi iterasyon yoluyla çözebilmek için ilkönce cm³ ve saniye başına fisyon nötronlarının dağılımını veren $F(\vec{r})$ fonksiyonu, keyfî ve bütün çoğaltkan ortam üzerinden normalize edilmiş mümkün olduğu kadar basit bir $F^0(\vec{r})$ fonksiyonu olarak seçilir; bunun yardımıyla (XVI . 3 . 2) sisteminin ilk denklemi çözülerek bir $\phi_1^0(\vec{r})$ fonksiyonu elde edilir. Böylece eldeki mevcûd $F^0(\vec{r})$ ve $\phi_1^0(\vec{r})$ fonksiyonlarının yardımıyla (XVI . 3 . 2) nin ikinci denkleminin $\phi_2^0(\vec{r})$ çözümü bulunur. Bundan sonra eldeki $F^0(\vec{r})$, $\phi_1^0(\vec{r})$ ve $\phi_2^0(\vec{r})$ fonksiyonları vâsıtasıyla (XVI . 3 . 2) nin üçüncü denkleminin $\phi_3^0(\vec{r})$ çözümü tâyin olunur ve bu işlem adım adım $\phi_n^0(\vec{r})$ nin tâyinine kadar gider.

(XVI . 3 . 2) sistemini keyfî olarak seçilmiş normalize bir $F^0(\vec{r})$ kaynak fonksiyonu için tamamen çözüp de bütün $\phi_i^0(\vec{r})$ $(i=1, 2, \ldots\ldots, n)$ akıları tâyin edildikten sonra bunların yardımıyla

$$\sum_{k=1}^{n} \nu_k \Sigma_{f,k} \phi_k^0(\vec{r})$$

ifâdesi teşkil olunur ve bunun (XVI . 3 . 1) i gerçekleyip gerçeklemediği araştırılır. Genel olarak

$$\sum_{k=1}^{n} \nu_k \Sigma_{f,k} \phi_k^0(\vec{r}) \neq F^0(\vec{r})$$

dir. Bunun üzerine

$$\sum_{k=1}^{n} \nu_k \Sigma_{f,k} \phi_k^0(\vec{r}) = F^1(\vec{r}) \qquad \text{(XVI.3.3)}$$

vazedilir. Burada, V çoğaltkan ortamın hacmı olmak üzere,

$$\int_V F^1(\vec{r})\, dV = N_1$$

ortamdaki birinci nötron neslindeki nötronların sayısını gösteriyor demektir.

Bundan sonra $F^1(\vec{r})$ fonksiyonunun yardımıyla (XV . 3 . 2) sistemi yukarıda izah olunduğu şekilde bir kere daha çözülür ve çözüm takımı olarak $\phi_i^1(\vec{r})$ $(i=1, 2, \ldots\ldots, n)$ fonksiyonları elde edilir. Eğer

$$\sum_{k=1}^{n} \nu_k \Sigma_{f,k} \phi_k^1(\vec{r}) = F^1(\vec{r})$$

ise elde edilen $\phi_i^1(\vec{r})$ fonksiyonları OKRENT denklemlerinin hakikî ve nihaî çözümleri olurlar. Şâyet bu böyle değilse aynı minvâl üzere $F^2(\vec{r})$, $F^3(\vec{r})$, $F^4(\vec{r})$,...... ve ilh.. fonksiyonları tesbit edilip bunlardan birinin (XVI . 3 . 2) sistemini kâfî derecede sıhhatle tâyin etmesine kadar bu işlemlere devam edilir.

Eğer göz önünde bulundurulan ortamın k_∞ çoğalma çarpanı, ileride vuku bulacak reaktiflik kayıplarını da göz önünde bulundurarak, evvelden tâyin edilmişse bu takdirde yukarıda izah edilen iterasyon işlemini (k_∞, çoğaltkan bir ortamdaki bir nötron neslinde bulunan nötronların sayısının bir evvelki nötron neslindeki nötronların sayısına oranı demek olduğundan)

$$\frac{\int_V F^{i+1}(\vec{r})dV}{\int_V F^i(\vec{r})dV} = \frac{\sum_{k=1}^{n} \nu_k \Sigma_{f,k} \int_V \phi_k^{i+1}(\vec{r})\, dV}{\sum_{k=1}^{n} \nu_k \Sigma_{f,k} \int_V \phi_k^i(\vec{r})dV} \approx k_\infty \qquad \text{(XVI.3.4)}$$

olduğu anda kesmek lâzımdır.

İşte, bütün sâbitler bilindiği takdirde çokguruplu nötron difüzyonu teorisinde iterasyon yoluyla nötron akıları ve ortamın kritikliği bu şekilde tâyin edilir. Filhakika (XVI . 3 . 4) ifâdesindeki integraller bütün çoğaltkan ortamın hacmı üzerinden alınmış olduğu için çoğaltkan ortamın kritik boyutları da kendiliğinden işin içine dâhil olmuştur demektir. Fakat genel olarak çoğaltkan ortamın kritik boyutları önceden bilinmediğinden bütün bu hesaplarda muayyen bir takım boyutlardan haraket edilir ve bu boyutlarla iterasyonun yakınsak mı yoksa ıraksak mı olduğu araştırılır.

Eğer evvelden seçilmiş muayyen boyutlar için iterasyonda gitgide ıraklaşan neticeler elde ediliyorsa sistem arzu edilenden daha kritiktir; buna göre boyutlar biraz küçültülür ve işlem aynı şekilde (XVI . 3 . 4) bağıntısı gerçekleşinceye kadar tekrarlanır.

Birkaç gurup için elle icrâ edilebilecek derecede sıkıntısız matematik işlemler arzeden bu metot, gurup sayısı 4 ü aştı mıydı çok sıkıntılı ve zahmetli olur. Büyük sayıda nötron gurubu ihtivâ eden difüzyon problemlerini hâlletmek için, bu metodu esas ittihaz eden süratli elektronik beyinlerden faydalanılır.

4. **Yansıtılmış Ortamlarda Çokguruplu Nötron Difüzyonu.** — Bu bölümde yansıtılmış ortamlardaki çokguruplu nötron difüzyonu probleminin formel çözümünü vereceğiz. Yansıtılmış ortamlarda çokguruplu nötron difüzyonunu incelerken, ortamın kalbi için cârî olan (XVI . 1 . 1) denklemlerine yansıtıcı içindeki nötron bilânçosunu veren denklemlerin ve ortamlar arasındaki arayüzeyler için cârî olan sınır şartlarının ilâvesi elzemdir.

Hemen şuna dikkati çekelim ki fisyonluk çekirdek ihtivâ etmediğinden dolayı yansıtıcıda, enerjileri birinci gurup içine düşen nötronlar üremez. Yansıtıcıdaki birinci guruba ait nötronlar difüzyon yoluyla ve yavaşlamağa fırsat bulamadan, çoğaltkan ortamdan yansıtıcıya geçmiş olan birinci gurup nötronlardır. Buna göre yansıtıcıdaki nötron akıları

$$\left.\begin{array}{l}
\overline{D}_1\nabla^2\overline{\phi}_1(\vec{r})-(\overline{\Sigma}_{a,1}+\overline{\Sigma}_{yav,1})\overline{\phi}_1(\vec{r})=0\\
\overline{D}_2\nabla^2\overline{\phi}_2(\vec{r})-(\overline{\Sigma}_{a,2}+\overline{\Sigma}_{yav,2})\overline{\phi}_2(\vec{r})+\overline{\Sigma}_{yav,1}\overline{\phi}_1(\vec{r})=0\\
\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\
\overline{D}_i\nabla^2\overline{\phi}_i(\vec{r})-(\overline{\Sigma}_{a,i}+\overline{\Sigma}_{yav,i})\overline{\phi}_i(\vec{r})+\overline{\Sigma}_{yav,i-1}\overline{\phi}_{i-1}(\vec{r})=0\\
\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\
\overline{D}_n\nabla^2\overline{\phi}_n(\vec{r})-\overline{\Sigma}_{a,n}\overline{\phi}_n(\vec{r})+\overline{\Sigma}_{yav,n-1}\overline{\phi}_{n-1}(\vec{r})=0
\end{array}\right\} \qquad \text{(XVI.4.1)}$$

şeklini alırlar. Bu denklemleri

$$\left.\begin{array}{l}
\varkappa_i^2=\dfrac{\overline{\Sigma}_{a,i}}{\overline{D}_i}+\dfrac{\overline{\Sigma}_{yav,i}}{\overline{D}_i}=\dfrac{1}{\overline{L}_i^2}+\dfrac{1}{\Lambda_i^2}\\
\varkappa_n^2=\dfrac{\overline{\Sigma}_{s,n}}{\overline{D}_n}; \qquad d_{i-1}=\dfrac{\overline{D}_{i-1}}{\overline{D}_i}
\end{array}\right\} \qquad \text{(XVI.4.2)}$$

vazetmek suretiyle kısaca

$$\left.\begin{array}{l}
\nabla^2\overline{\phi}_1(\vec{r})-\varkappa_1^2\overline{\phi}_1(\vec{r})=0\\
\nabla^2\overline{\phi}_i(\vec{r})-\varkappa_i^2\overline{\phi}_i(\vec{r})+\dfrac{d_{i-1}}{\Lambda_i^2}\overline{\phi}_{i-1}(\vec{r})=0\\
\qquad (i=2,\ 3,\ldots,n)
\end{array}\right\} \qquad \text{(XVI.4.3)}$$

şeklinde yazmak kaabildir.

Bu n denklemden ilki yalnız bir tek bilinmeyen fonksiyon ihtivâ etmektedir. Buna göre birinci denklemi diğerlerinden müstakil olarak çözmek kâbildir. Şimdi genel olarak, m - inci denklemin çözümünün, katsayıları bazı rekürans bağıntılarını gerçeklemek şartıyla, ilk i denklemin homogen kısımlarının çözümlerinin lineer bir kombinezonu şeklinde ifâde edilebileceğini tesis edeceğiz.

Daha açıkça ifâde edersek, $R_k(\vec{r})$ lerle

$$\nabla^2\overline{R}_k(\vec{r}) - \varkappa_k^2\overline{R}_k(\vec{r}) = 0 \qquad (i=1,\ 2,\ldots,n) \tag{XVI.4.4}$$

denklemlerinin çözümlerini gösterirsek

$$\frac{c_{ik}}{c_{i-1,k}} = \frac{d_{i-1}}{\Lambda^2_{i-1}(\varkappa_i^2 - \varkappa_k^2)} \tag{VVI.4.5}$$

bağıntıları cârî olmak şartıyla

$$\overline{\phi}_i(\vec{r}) = \sum_{k=1}^{i} c_{ik}\overline{R}_k(\vec{r}) \qquad (i=1,\ 2,\ldots,n) \tag{XVI.4.6}$$

olacaktır.

Filhakika bunun $i=1$ için doğru olduğu âşikârdır. $i=2$ için de doğruluğu kolaylıkla tahkik olunur. Şimdi bunun $i-1$ için doğru olduğunu kabul edelim; bu takdirde bunun i - inci denklem için de cârî olacağını ispatlayacağız.

(XVI . 4 . 3) denklemini, (XVI . 4 . 4) ve (XVI . 4 . 6) yı göz önünde tutmak suretiyle,

$$c_{ii}[\nabla^2\overline{R}_i(\vec{r}) - \varkappa_i^2\overline{R}_i(\vec{r})] + \sum_{k=1}^{i-1} c_{ik}\nabla^2\overline{R}_k(\vec{r}) - \varkappa_i^2 \sum_{k=1}^{i-1} c_{ik}\overline{R}_k(\vec{r}) +$$

$$+\frac{d_{i-1}}{\Lambda^2_{i-1}}\sum_{k=1}^{i-1} c_{i-1,k}\overline{R}_k(\vec{r}) = 0 \tag{XVI.4.7}$$

yazabiliriz. Fakat (XVI . 4 . 4) dolayısıyla bu ifâdedeki köşeli parantez sıfıra eşittir; ve gene aynı (XVI . 4 . 4) bağıntısı (XVI . 4 . 7) yi artık

$$\sum_{k=1}^{i-1}\left[c_{ik}(x_k^2-x_i^2)+c_{i-1,k}\frac{d_{i-1}}{V'_{i-1}}\right]\overline{R}_k(\vec{r})=0 \qquad \text{(XVI.4.8)}$$

şeklinde yazmamızı sağlar. (XVI . 4 . 5) bağıntılarından ötürü (XVI . 4 . 8) in her zaman cârî olduğu görülmektedir ki bu da iddiamızın doğruluğuna delâlet eder. Şu hâlde yansıtıcıdaki i - inci nötron akısı hakikaten

$$\overline{\phi}_i(\vec{r})=\sum_{k=1}^{i} c_{ik}\overline{R}_k(\vec{r}) \qquad \text{(XVI.4.6)}$$

ifâdesiyle verilecektir.

Şimdi

$$C_{ik}=\frac{c_{ik}}{c_{kk}}=\prod_{h=k+1}^{i}\frac{c_{hk}}{c_{h-1,k}} \qquad \text{(XVI.4.9)}$$

vazedelim. Bu takdirde (XVI . 4 . 6) ifâdesi

$$\overline{\phi}_i(\vec{r})=\sum_{k=1}^{i} c_{kk}C_{ik}\overline{R}_k(\vec{r}) \qquad \text{(XVI.4.10)}$$

şekline girer. (XVI . 4 . 5) ve (XVI . 4 . 9) dolayısıyla bütün C_{ik} ların kolayca hesaplanan büyüklükler olduğu meydandadır. Buna göre c_{kk} lar tâyin edilmeleri gereken sâbitleri teşkil etmektedirler.

(XVI . 4 . 4) denklemleri ikinci mertebeden kısmî türevli diferansiyel denklemler olduklarından bunların $R_k(\vec{r})$ genel çözümleri $U_k(\vec{r})$ ve $W_k(\vec{r})$ gibi müstakil iki fonksiyonun lineer kombinezonudur. Şu hâlde α_k ve β_k ile yeni sâbitler târif ederek (XVI . 4 . 10) ifâdesi

$$\overline{\phi}_i(\vec{r}) = \sum_{k=1}^{i} C_{ik}[\overline{\alpha}_k \overline{U}_k(\vec{r}) + \overline{\beta}_k \overline{W}_k(\vec{r})] \qquad \text{(XVI.4.11)}$$

$$(i=1,\ 2, \ldots, n)$$

şekline girer. Bu ifâdeden, (XVI . 4 . 1) in genel çözümünün 2n sâbit ihtivâ ettiği anlaşılmaktadır.

Yansıtılmış ortamlardaki kararlı nötron akılarının analitik ifâdesini tesis etmeden önce ortamın kritiklik şartını yazmak lâzımdır. Bunun için gerek çoğaltkan ortamdaki nötron akılarının (XVI . 1 . 15) ile verilen genel ifâdesine ve gerekse yansıtıcadi nötron akılarının (XVI . 4 . 11) ile verilen genel ifâdesine simetri ve sınır şartlarını tatbik etmemiz lâzımdır. (XVI . 1 . 15) ifâdeleri de, (XVI . 4 . 11) ifâdeleri de 2n adet sâbit ihtivâ etmektedirler. Cem'an bu 4n sâbiti ifnâ edebilmek için 4n adet bağıntıya ihtiyacımız vardır ki bu da, dediğimiz gibi, simetri ve sınır şartlarından elde edilecektir.

Şimdi $\vec{s}=\vec{s}(x, y, z)$ ile çoğaltkan ortamın simetri yerine tekabül eden yervektörünü, $\vec{A}=\vec{A}(x, y, z)$ ile çoğaltkan ortamla yansıtıcı arasındaki arayüzeye tekabül eden yervektörünü ve $\vec{E}=\vec{E}(x, y, z)$ ile de yansıtıcının uzatılmış (ekstrapole) dışyüzeyine tekabül eden yervektörünü gösterecek olursak, $i=1, 2, \ldots\ldots, n$ için:

Simetri şartı:

$$[\phi_i'(\vec{r})]_{\vec{r}=\vec{s}} = \sum_{k=1}^{n} A_{ik}[\alpha_{1k} U_k'(\vec{r}) + \beta_{1k} W_k'(\vec{r})]_{\vec{r}=\vec{s}} = 0$$

Süreklilik şartları:

$$\sum_{k=1}^{n} A_{ik}[\alpha_{1k} U_k(\vec{A}) + \beta_{1k} W_k(\vec{A})] = \sum_{k=1}^{i} C_{ik}[\overline{\alpha}_k \overline{U}_k(\vec{A}) + \overline{\beta}_k \overline{W}_k(\vec{A})]$$

$$\sum_{k=1}^{n} A_{ik} D_i \left\{[\alpha_{1k} U_k'(\vec{r}) + \beta_{1k} W_k'(\vec{r})]\right\}_{\vec{r}=\vec{A}} = \sum_{k=1}^{i} C_{ik} \overline{D}_i \left\{[\overline{\alpha}_k \overline{U}_k'(\vec{r}) + \overline{\beta}_k \overline{W}_k'(\vec{r})]\right\}_{\vec{r}=\vec{A}}$$

Sınır şartı:

$$\sum_{k=1}^{i} C_{ik}[\bar{\alpha}_k \, \overline{U}_k(\vec{E}) + \bar{\beta}_k \, \overline{W}_k(\vec{E})] = 0$$

olur. 4n adet denklem homogen bir cebrik denklem sistemi meydana getirirler. Bu sistemin sıfırdan farklı bir çözümü haiz olabilmesi için esas determinantının sıfır olması lâzımdır. Elemanları çoğaltkan ortamın nükleer yakıt konsantrasyonuna, ortamın şekil ve boyutlarına ve yansıtıcının kalınlığına bağlı olan 4n×4n şeklindeki bu determinant bize transandant bir denklem verir. Nükleer yakıt konsantrasyonu, çoğaltkan ortamın yarıçapı ve yansıtıcının kalınlığı gibi kritikliğe doğrudan doğruya tesir eden bu üç büyüklükten herhangi ikisinin evvelden keyfî olarak tesbit edilmiş olması bu transandant denklem vâsıtasıyla üçüncüsüne tekabül eden en küçük değerin zorunlu olarak tesbitini intâceder. Göz önüne alınan büyüklüğe göre transandant denklemin verdiği minimum değere: *kritik nükleer yakıt konstrasyonu, kritik boyutlar* veyâ *kritik yansıtıcı kalınlığı* adı verilir. Bu transandant denklemin kökleri de pratikte, birinci paragrafta izah etmiş olduğumuz şekilde, ancak takribî bir tarzda tâyin edilir. Bundan sonra homogen cebrik denklem sistemleri teorisi yardımıyla $\phi_i(\vec{r})$ ve $\phi_i(\vec{r})$ lerin ifâdelerindeki sâbitlerden lâlettâyin 4n - 1 tânesi geri kalanın fonksiyonu olarak tesbit edilebilir. Bu sonuncu sâbiti de problemimiz için uygun bir başlangıç şartı (kaynak şartı) vazetmek suretiyle ifnâ etmek kâbildir.

Burada formel olarak özetlediğimiz yansıtılmış ortamlardaki çokguruplu nötron difüzyonu probleminin, pratikte bu tarzda çözülemeyeceği âşikârdır, zirâ gurup sayısı 3 ü aştı mıydı problem elle çözülemeyecek kadar girift bir manzara arzeder. Bu sebepten ötürü çokguruplu nötron difüzyonu hesapları az gurup olduğu zaman iterasyonla, aksi hâlde büyük kapasiteli elektronik beyinler vâsıtasıyla icrâ edilirler.

Bibliyografya

Yansıtılmış çoğaltkan ortamlar hakkında tamamlayıcı ve ileri bilgileri: *P. V. MAGHREBLIAN, D. K. HOLMES Reactor Analysis, Mc Graw Hill Book Com. Inc. (1960), sayfa : 418-546 da bulabilirsiniz.*

Determinantlar ve cebrik lineer denklemler için bakınız: *MACİT BÜKE Analitik Geometri, İst. Üniv. Fen Fak. yayınlarından No. 36, 2. baskı (1962), Bölüm I.*

ALIŞTIRMALAR:

1. İkiguruplu nötron difüzyon teorisinde B^2 lerden hiçbirinin sanal olamayacağını gösteriniz.

2. Çokguruplu nötron difüzyon çerçevesi dâhilinde B^2 leri L^2 ler cinsinden alttan ve üstten sınırlandırınız.

3. Gurup sayısı sonsuza gittiğinde,

$$\lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n-1} L_i^2 = \tau$$

vazedip logaritma almak suretiyle

$$\frac{k_\infty}{\prod_{i=1}^{n} (1+L_i^2 B^2)} = 1$$

ifâdesinin

$$\frac{k_\infty \exp(-B^2\tau)}{1+L_n^2 B^2} = 1$$

ifâdesine ircâ edilebileceğini gösteriniz.

4. Çokguruplu nötron difüzyonu denklemlerinden birinci guruba tekabül edenin

$$D_1 \nabla^2 \phi_1(\vec{r}) - (\Sigma_{s,1} + \Sigma_{yav,1})\, \phi_1(\vec{r}) + \nu\, \Sigma_{f,n}\, \phi_n(\vec{r}) = 0$$

şeklinde de yazılabileceğini ve bu yazılış tarzına tekabül eden B^2 leri veren denklemin de

$$\frac{\nu \dfrac{\Sigma_{f,n}}{\Sigma_{a,n}^{yak}} \dfrac{\Sigma_{a,n}^{yak}}{\left(\Sigma_{a,n}^{yak} + \Sigma_{a,n}^{diğer}\right)}\, p}{\prod_{i=1}^{n} (1+L_i^2 B^2)} = \frac{\eta f p}{\prod_{i=1}^{n} (1+L_i^2 B^2)} = 1$$

şekline gireceğini gösteriniz.

XVII. DERS

İkiguruplu Nötron Difüzyon Teorisi

İkiguruplu nötron difüzyonu teorisine göre yansıtılmış ortamların kritikliği - Tâdil edilmiş ikiguruplu nötron difüzyonu teorisi.

1. İkiguruplu Nötron Difüzyonu Teorisine Göre Yansıtılmış Ortamların Kritikliği. — Bu derste, pratikteki ehemmiyetine binâen, ikiguruplu nötron difüzyonu teorisini ve bunun tâdil edilmiş bir şeklini daha yakından incelemek istiyoruz.

Nötronların sâdece hızlı (1 indisi) ve ılık (2 indisi) diye iki enerji gurubuna ayrılabileceğini düşünecek olursak, çoğaltkan ortam için (XVI. 1.1) ve yansıtıcı için de (XVI.4.1) denklemleri

$$\left.\begin{aligned} & D_1\nabla^2\phi_1(\vec{r})-\Sigma_{yav,1}\phi_1(\vec{r})+\frac{k_\infty}{p}\Sigma_{a,2}\phi_2(\vec{r})=0 \\ & D_2\nabla^2\phi_2(\vec{r})-\Sigma_{a_i}\phi_2(\vec{r})+p\Sigma_{yav,1}\phi_1(\vec{r})=0 \end{aligned}\right\} \qquad \text{(XVII.1.1a)}$$

$$\left.\begin{aligned} & \overline{D}_1\nabla^2\overline{\phi}_1(\vec{r})-\overline{\Sigma}_{yav,1}\overline{\phi}_1(\vec{r})=0 \\ & \overline{D}_2\nabla^2\overline{\phi}_2(\vec{r})-\overline{\Sigma}_{a,2}\overline{\phi}_2(\vec{r})+\overline{\Sigma}_{yav,1}\overline{\phi}_1(\vec{r})=0 \end{aligned}\right\} \qquad \text{(XVII.1.1b)}$$

şekline ircâ olurlar. İki guruplu nötron difüzyonu ancak ılık çoğaltkan ortamların hesapları için uygun olduğundan ve ılık ortamlar için de yüksek enerjilerde nötronların absorplanması kaabil-i ihmâl olduğundan biz de hızlı nötronlara tekabül eden makroskopik absorplama tesir kesidini sıfır farzetmiş bulunuyoruz. Burada dikkat edilecek bir diğer nokta çoğaltkan ortamdaki ılık nötronlar için kaynak teriminin $p\Sigma_{yav,1}\ \phi_1(\vec{r})$ şeklinde yazılmış olmasıdır. Filhakika esnek çarpışma yoluyla yavaşlama işlemine geçen $\Sigma_{yav,1}\ \phi_1(\vec{r})$ nötrondan ancak p oranı kadarı ılıkötesi (epitermik) rezonanslar bölgesini absorplanmaya mâruz kalmadan aşabilirler. Binâenaleyh ılıklaşan hızlı nötronların sayısı ancak $p\Sigma_{yav,1}\ \phi_1(\vec{r})$ dir.

Şimdi bu dersin 1. paragrafındaki vazları tekrarlarsak, mâlûm merhalelerden sonra, (XVI.1.8) determinantının n=2 için muâdili olarak

$$\begin{vmatrix} -(D_1B^2+\Sigma_{a,1}+\Sigma_{yav,1}) & \frac{k_\infty}{p}\Sigma_{a,2} \\ p\Sigma_{yav,2} & -(D_2B^2+\Sigma_{a,2}) \end{vmatrix} = 0 \qquad \text{(XVII.1.2)}$$

veyâ

$$\left(1+\frac{D_1}{\Sigma_{yav,1}}B^2+\frac{\Sigma_{a,1}}{\Sigma_{yav,1}}\right)\left(1+\frac{D_2}{\Sigma_{a,2}}B^2\right)=k_\infty \qquad \text{(XVII.1.3)}$$

ifâdesi elde edilir.

D_2, ılık guruba tekabül eden difüzyon katsayısı ve $\Sigma_{a,2}$ da makroskopik absorplama tesir kesiti olduğuna göre

$$\frac{D_2}{\Sigma_{a,2}}=L_{,l}^2$$

dır. Öte yandan makroskopik yavaşlama tesir kesidinin (XII.9.3′) ile verilmiş olan târifiyle nötron çağının (XIII.3.3) ile verilmiş olan târifi yardımıyla

$$\frac{D_1}{\Sigma_{yav,1}}=\tau_{,l}$$

yazılabileceği anlaşılır. Bundan başka her iyi yavaşlatıcı ortam için $\Sigma_a \ll \Sigma_{yav}$ olacağından $\Sigma_{a,1}/\Sigma_{yav,1}\approx 0$ alınabilir. Bu takdirde (XVII.1.3) ifâdesini

$$\boxed{k_{et}=\frac{k_\infty}{(1+\tau_{,l}B^2)\,(1+L_{,l}^2B^2)}} \qquad \text{(XVII.1.4)}$$

şeklinde de yazmak kaabil olur. Bu ifâde, esas itibâriyle, B^2 cinsinden ikinci dereceden cebrik bir denklemdir:

$$(B^2)^2+\left(\frac{1}{\tau_{11}}+\frac{1}{L_{11}^2}\right)B^2-\frac{k_\infty-1}{\tau_{11}L_{11}^2}=0.$$

Bu denklemin köklerinden birisinin pozitif, diğerininse negatif olduğu görülmektedir. Bunlara sırasıyla μ^2 ve $-\nu^2$ diyecek olursak

$$\left.\begin{aligned}\mu^2&=\frac{1}{2}\left[-\left(\frac{1}{\tau_{11}}+\frac{1}{L_{11}^2}\right)+\sqrt{\left(\frac{1}{\tau_{11}}+\frac{1}{L_{11}^2}\right)^2+\frac{4(k_\infty-1)}{\tau_{11}L_{11}^2}}\right]\\ -\nu^2&=\frac{1}{2}\left[-\left(\frac{1}{\tau_{11}}+\frac{1}{L_{11}^2}\right)-\sqrt{\left(\frac{1}{\tau_{11}}+\frac{1}{L_{11}^2}\right)^2+\frac{4(k_\infty-1)}{\tau_{11}L_{11}^2}}\right]\end{aligned}\right\}\qquad \text{(XVII.1.5)}$$

olduğu kolaylıkla hesaplanır. Buna göre çoğaltkan ortamdaki $\phi_1(\vec{r})$ hızlı nötron akısıyla $\phi_2(\vec{r})$ ılık nötron akısı,

$$\left.\begin{aligned}\nabla^2R_1(\vec{r})+\mu^2R_1(\vec{r})&=0\\ \nabla^2R_2(\vec{r})-\nu^2R_2(\vec{r})&=0\end{aligned}\right\}\qquad \text{(XVII.1.6)}$$

olmak üzere, (XVI.1.3) e binâen

$$\left.\begin{aligned}\phi_1(\vec{r})&=\overset{\frown}{\alpha}_{11}R_1(\vec{r})+\overset{\frown}{\alpha}_{12}R_2(\vec{r})\\ \phi_2(\vec{r})&=\overset{\frown}{\alpha}_{21}R_1(\vec{r})+\overset{\frown}{\alpha}_{22}R_2(\vec{r})\end{aligned}\right\}\qquad \text{(XVII.1.7)}$$

olur. Fakat (XII.1.6) denklemleri ikinci mertebeden kısmî türevli diferansiyel denklemler olduklarından bunların genel çözümleri, haiz oldukları iki müstakil çözümün lineer kombinezonu şeklindedir:

$$R_k(\vec{r})=\beta_{1k}U_k(\vec{r})+\beta_{2k}W_k(\vec{r})\qquad \text{(XVII.1.8)}$$
$$(k=1,2)$$

Eğer göz önüne alınan ortam küresel, silindirik ve dilim şeklindeki ortamlardan biri gibi düzgün bir simetriyi haiz konveks bir ortamsa simetri şartlarından dolayı (XVII.1.8) deki özel çözümlerden birinin katsayısının özdeş olarak sıfır olduğu zahmetsizce hesaplanır. Buna binâen $R_1(\vec{r})$ ve $R_2(\vec{r})$ nin bu geometriler için müsait ifâdeleri Cetvel: XVII . 1 de gösterilmiştir:

Geometri	R_1	R_2
Sonsuz dilim	$\cos \mu x$	$\mathrm{ch}\ \nu x$
Küre	$\dfrac{\sin \mu r}{r}$	$\dfrac{\mathrm{sh}\ \nu r}{r}$
Sonsuz silindir	$J_0(\mu r)$	$I_0(\nu r)$

Uygun bir geometri için $R_1(\vec{r})$ ve $R_2(\vec{r})$ ile artık Cetvel: XVII . 1 deki ifâdeleri göstererek, çoğaltkan ortamdaki nötron akıları

$$\left.\begin{aligned} \phi_1(\vec{r}) &= \alpha_{11} R_1(\vec{r}) + \alpha_{22} R_2(\vec{r}) \\ \phi_2(\vec{r}) &= \alpha_{21} R_1(\vec{r}) + \alpha_{22} R_2(\vec{r}) \end{aligned}\right\} \tag{XVII.1.7'}$$

şeklini alırlar. Burada 4 keyfî sâbit mevcutmuş gibi gözükmektedir. Şimdi bir taraftan

$$\Sigma_{yav,2} = 0, \quad \frac{D_1}{\Sigma_{yav,1}} = \tau_{11}$$

olduğu göz önünde tutulur, diğer taraftan da (XVI . 1 . 13) nazar-ı itibâre alınarak hızlı ve ılık guruplar arasındaki kuplaj katsayıları hesaplanırsa

$$\boxed{\begin{aligned} \phi_1(\vec{r}) &= \alpha_{11} R_1(\vec{r}) + \alpha_{12} R_2(\vec{r}) \\ \phi_2(\vec{r}) &= \alpha_{11} \frac{D_1 \upsilon}{\tau_{11} D_2} \frac{R_1(\vec{r})}{\dfrac{1}{L_{11}^2} + \mu^2} + \alpha_{12} \frac{D_1 \upsilon}{\tau_{11} D_2} \frac{R_2(\vec{r})}{\dfrac{1}{L_{11}^2} - \nu^2} \end{aligned}} \tag{XVII.1.9}$$

bulunur. Buna göre (XVII . 1 . 1a) nın genel çözümü ancak 2 keyfî sâbit ihtivâ etmektedir.

Aynı hesap tarzı yansıtıcıdaki nötron akılarını veren (XVII . 1 . 1b) sistemi için de tatbik olunur. Muhtelif geometriler için $\overline{R}_1(\vec{r})$ ve $\overline{R}_2(\vec{r})$ fonksiyonları için müsait ifâdeler

$$\frac{\overline{\Sigma}_{a,1}+\overline{\Sigma}_{yav,1}}{\overline{D}_1}=\varkappa_1^2\,; \qquad \frac{\overline{\Sigma}_{a,2}}{\overline{D}_2}=\varkappa_2^2$$

vazetmek suretiyle Cetvel: XVII . 2 de toplanmış bulunmaktadır:

Cetvel: XVII . 2

Geometri	$\overline{R}_1$	$\overline{R}_2$
Sonsuz dilim	$\text{sh}\,\varkappa_1\left(\frac{H}{2}+T-x\right)$	$\text{sh}\,\varkappa_2\left(\frac{H}{2}+T-x\right)$
Küre	$\frac{\text{sh}\,\varkappa_1(R+T-r)}{r}$	$\frac{\text{sh}\,\varkappa_2(R+T-r)}{r}$
Sonsuz silindir	$K_0(\varkappa_1 r)-\frac{K_0[\varkappa_1(R+T)]}{I_0[\varkappa_1(R+T)]}I_0(\varkappa_1 r)$	$K_0(\varkappa_2 r)-\frac{K_0[\varkappa_2(R+T)]}{I_0[\varkappa_1(R+T)]}I_0(\varkappa_2 r)$

Bu cetvelde T gene yansıtıcının uzatılmış kalınlığını göstermektedir. Nötron akılarının ifâdesi de artık

$$\left.\begin{aligned}\overline{\phi}_1(\vec{r})&=c_{11}\overline{R}_1(\vec{r})\\ \overline{\phi}_2(\vec{r})&=c_{21}\overline{R}_1(\vec{r})+c_{22}\overline{R}_2(\vec{r})\end{aligned}\right\} \qquad \text{(XVII.1.10)}$$

olur. (XVI . 4 . 5) ve (XVI . 4 . 9) ifâdelerinden faydalanarak (XVII . 1 . 10) nötron akılarının

$$\boxed{\begin{aligned}\overline{\phi}_1(\vec{r})&=c_{11}\overline{R}_1(\vec{r})\\ \overline{\phi}_2(\vec{r})&=c_{11}\frac{\overline{\Sigma}_{yav,1}}{\overline{D}_1}\left(\frac{1}{\varkappa_2^2-\varkappa_1^2}\right)\overline{R}_1(\vec{r})+c_{22}\overline{R}_2(\vec{r})\end{aligned}} \qquad \text{(XVII.1.11)}$$

ifâdelerine müncer oldukları, yâni onların da keyfî iki sâbit ihtivâ ettikleri görülür. Böylelikle çoğaltkan ortam için (XVII . 1 . 9) ve yansıtıcı için de (XVII . 1 . 11) bağıntıları cem'an dört sâbit ihtivâ etmektedirler. Şimdi

$$S_1 = \frac{D_1}{\tau_{,1} D_2} \frac{1}{\frac{1}{L_{,1}^2} + \mu^2} ; \quad S_2 = \frac{D_1}{\tau_{,1} D_2} \frac{1}{\frac{1}{L_{,1}^2} - \nu^2} ;$$

$$S_3 = \frac{\overline{\Sigma}_{yav,1}}{\overline{D}_2} \left(\frac{1}{\varkappa_2^2 - \varkappa_1^2} \right) \qquad \text{(XVII.1.12)}$$

vazedelim ve, gerek çoğaltkan ortamdaki ve gerekse yansıtıcıdaki nötron akılarının genel ifâdelerini sınır şartlarına tâbî tutalım. Buna göre nötron akılarının ve nötron akımlarının çoğaltkan ortamla yansıtıcı arasındaki *s* arayüzeyinde sürekli olduklarını yazmamız gerekmektedir. Nötron akılarının, yansıtıcının uzatılmış (ekstrapole) dışyüzeyinde sıfır oldukları şartını $R_1(\vec{r})$ ve $R_2(\vec{r})$ fonksiyonlarının nihâî analitik ifâdelerini tesis ederken tatbik etmiş olduğumuzdan (Bk. Cetvel: XVII . 2) aynı şartı burada bir kere daha tatbik etmek lâzım değildir.

Köşeleri parantezler içine alınmış ifâdelerle bunların *s* arayüzeyi üzerinde alınmış olan değerlerine işâret ederek, sınır şartları

$$\left.\begin{aligned} [\phi_1(\vec{r})] &= [\overline{\phi}_1(\vec{r})] \\ [\phi_2(\vec{r})] &= [\overline{\phi}_2(\vec{r})] \\ -D_1[\phi_1'(\vec{r})] &= -\overline{D}_1[\overline{\phi}_1'(\vec{r})] \\ -D_2[\phi_2'(\vec{r})] &= -\overline{D}_2[\overline{\phi}_2'(\vec{r})] \end{aligned}\right\} \qquad \text{(XVII.1.13)}$$

olur. (XVII . 1 . 12) vazlarını göz önünde bulundurarak ve kısaca

$$d_1 = \frac{\overline{D}_1}{D_1} ; \qquad d_1 = \frac{\overline{D}_2}{D_2}$$

vazetmek suretiyle, bu ifâdeler

$$\left.\begin{array}{l} \alpha_{11}[R_1(\vec{r})] + \alpha_{12}[R_2(\vec{r})] - c_{11}[\bar{R}_1(\vec{r})] = 0 \\ S_1\alpha_{11}[R_1(\vec{r})] + S_2\alpha_{12}[R_2(\vec{r})] - S_3c_{11}[\bar{R}_1(\vec{r})] - c_{22}[\bar{R}_2(\vec{r})] = 0 \\ \alpha_{11}[R_1'(\vec{r})] + \alpha_{12}[R_2'(\vec{r})] - d_1c_{11}[\bar{R}_1'(\vec{r})] - \quad = 0 \\ S_1\alpha_{11}[R_1'(\vec{r})] + S_2\alpha_{12}[R_2'(\vec{r})] - d_2c_{11}[\bar{R}_1'(\vec{r})] - d_2c_{22}[\bar{R}_2'(\vec{r})] = 0 \end{array}\right\} \quad \text{(XVII.1.14)}$$

şekillerini alır. Bunlar α_{11}, α_{12}, c_{11}, c_{22} cinsinden 4 denklemden müteşekkil homogen bir denklem sistemidir. Bu sistemin sıfırdan farklı bir çözümü haiz olması için (XVII . 1 . 14) sisteminin esas determinantı sıfıra eşit olmalıdır:

$$\Delta = \begin{vmatrix} [R_1(\vec{r})] & [R_2(\vec{r})] & -[\bar{R}_1(\vec{r})] & 0 \\ S_1[R_1(\vec{r})] & S_2[R_2(\vec{r})] & -S_3[\bar{R}_1(\vec{r})] & -[\bar{R}_2(\vec{r})] \\ [R_1'(\vec{r})] & [R_2'(\vec{r})] & -d_1[\bar{R}_1'(\vec{r})] & 0 \\ S_1[R_1'(\vec{r})] & S_2[R^{2\prime}(\vec{r})] & -d_2S_3[\bar{R}_1'(\vec{r})] & -d_2[\bar{R}_2'(\vec{r})] \end{vmatrix} = 0 \quad \text{(XVII.1.15)}$$

İşte bu ifâde yansıtılmış çoğaltkan ortam için kritiklik denklemini teşkil eder. Bu ifâdeyi daha derlitoplu bir şekle sokmak kaabildir. Filhakika

$$\alpha = \frac{[R_1'(\vec{r})]}{[R_1(\vec{r})]}; \quad \beta = \frac{[R_2'(\vec{r})]}{[R_2(\vec{r})]}; \quad \gamma = \frac{[\bar{R}_1'(\vec{r})]}{[\bar{R}_1(\vec{r})]};$$

$$\delta = \frac{[\bar{R}_2'(\vec{r})]}{[\bar{R}_2(\vec{r})]} \quad \text{(XVII.1.16)}$$

diye yeni fonksiyonlar târif etmek ve

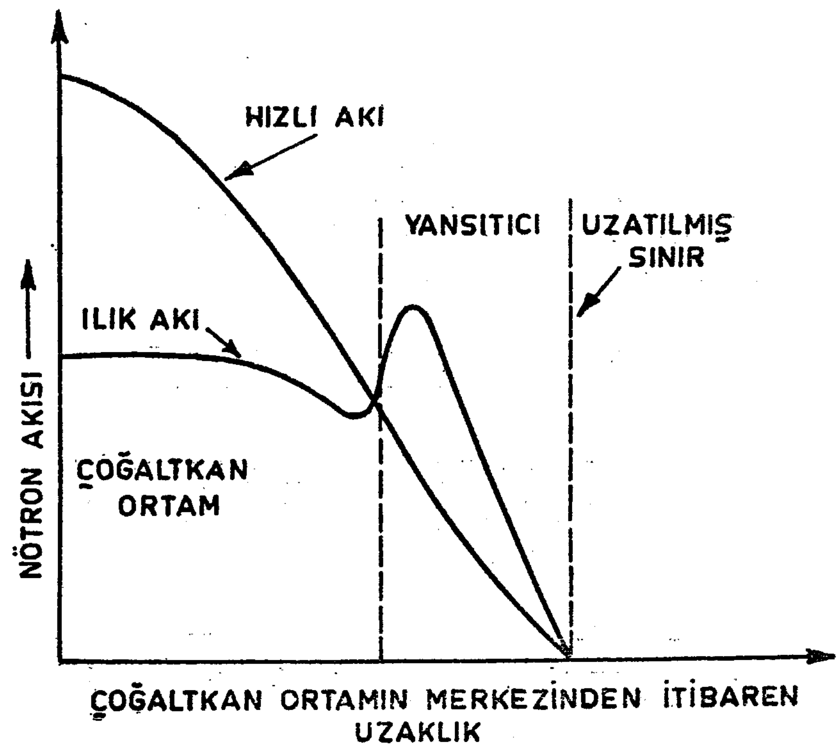
$$C_1 = S_1(d_1\gamma - \beta); \quad C_2 = S_2(\beta - d_2\delta); \quad C_3 = S_3d_2(\delta - \gamma);$$

$$\alpha' = \frac{d_2\delta C_1 + d_1\gamma C_2 + \beta C_3}{C_1 + C_2 + C_3} \quad \text{(XVII,1.17)}$$

vazetmek suretiyle kritiklik denkleminin

$$\boxed{\Delta = \alpha - \alpha' = 0} \qquad \text{(XVII.1.18)}$$

şekline ircâ edilebileceği gösterilebilir. Bu kritiklik denklemi de gene geçen derste târif edilmiş olan usûlle yaklaşık bir tarzda çözülebilir. Bundan sonra, (XVII . 1 . 14) sistemine homogen cebrik denklemler teorisini tatbik ederek buradaki 4 keyfî sâbitten herhangi 3 ü diğer geri kalanın fonksiyonu olarak tek bir şekilde belirlenir. Sonuncu sâbit ise problemin spesifik kaynak şartıyla tâyin olunur.



Şekil: XVII . 1. Yansıtıcıyla çevrili sonsuz dilim şeklindeki bir çoğaltkan ortamla yansıtıcıdaki hızlı ve ılık nötron akılarının dağılımları.

Eğer yansıtılmış bir ortamdaki nötron akılarını ikigruplu difüzyon teorisine göre hesaplayıp bunlara tekabül eden eğrileri çizecek olursak (Bk. Şekil: XVII . 1) yansıtıcıdaki ılık nötron akısının, çoğaltkan ortamla yansıtıcı arasındaki arayüzeyin biraz ötesinde bir maksimum arzettiği ve hattâ bu maksimumun, çok kere, çoğaltkan ortamdaki ılık nötron akısının haiz olduğu maksimumundan birkaç misli bile daha büyük olduğu müşahede edilir. Bunun sebebi, çoğaltkan ortamda doğup da yansıtıcıya sızan hızlı nötronların burada, ılık enerjiye doğru yavaşlarlarken, çoğaltkan ortama nisbetle çok daha az absorplanmalarıdır.

2. **Tâdil Edilmiş İkiguruplu Difüzyon Teorisi.** — Göz önüne aldığımız ortamda, nükleer yakıtın rezonans bölgesine tekabül eden enerji aralığında, yâni ılıkötesi bölgede, nükleer yakıt tarafından hatırı sayılır derecede bir nötron absorplanması ve dolayısıyla fisyon vuku buluyorsa, artık ikiguruplu nötron difüzyonu şeması olayları gerçeğe tam bir sadakatle aksettirebilmekten uzak kalır. Bunun için biri hızlı nötronlara, diğeri ılıkötesi nötronlara ve sonuncusu da ılık nötronlara tekabül etmek üzere en az üçguruplu bir nötron difüzyonu şeması kullanmak zarureti vardır. Fakat üçguruplu nötron difüzyonunun hesapları ikiguruplu nötron difüzyonuna nisbetle çok daha girifttir. Bu itibarla, gene üçguruplu bir difüzyon şemasına dayanmak şartıyla, fakat hızlı ve ılık nötronlar için birer denklem yazarak ve fark olarak da bu denklemlerdeki kaynak terimlerini üçguruplu nötron difüzyonu şemasına göre hesaplayarak problemi daha gerçekçi bir görüşle çözmenin mümkün olacağını göstereceğiz.

Filhakika cm³ ve saniye başına hızlı guruptan yavaşlamaya geçen $\Sigma_{yav,1}\,\phi_1(\vec{r})$ nötrondan rezonanslar bölgesini aşıp da ılık enerjiye erişebilenler ancak

$$K_2 = p\,\Sigma_{yav,1}\phi_1(\vec{r}) \tag{XVII.2.1}$$

tânedir. Bunlar, böylece, ılık nötronlar gurubunun kaynak terimini teşkil etmektedirler.

Hızlı nötronlardan K_2 nötronun ılık enerjiye erişebilmelerine karşılık rezonans bölgesinde yutulan nötronların sayısı da tabiî $(1-p)\Sigma_{yav,1}\,\phi_1(\vec{r})$ olacaktır. f_r ile rezonans bölgesi için ılık faydalanma çarpanını ve η_r ile de rezonans bölgesinde absorplanan her nötrona karşılık açığa çıkan nötronların sayısını gösterecek olursak, rezonans bölgesinde absorplanmış olan nötronların ürettiği hızlı fisyon nötronlarının sayısı

$$K_1' = f_r\eta_r(1-p)\,\Sigma_{yav,1}\,\phi_1(\vec{r}) \tag{XVII.2.2}$$

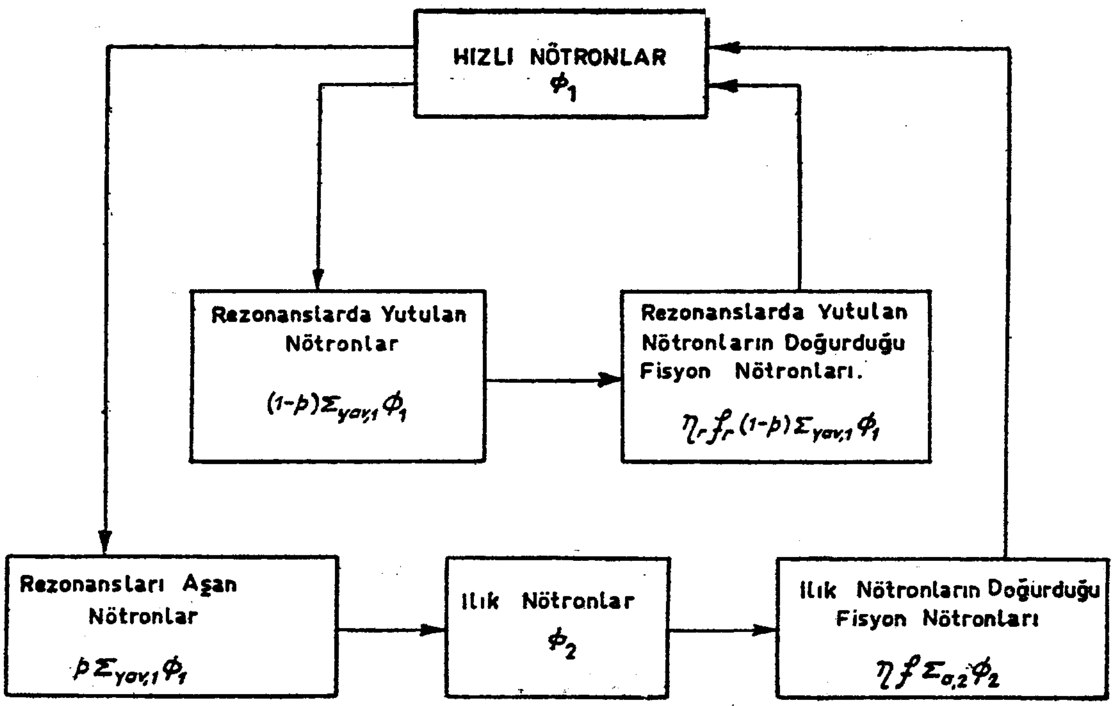
olacaktır. K_1 birinci gurup (hızlı) nötronlar için bir kaynak terimi teşkil etmektedir. Fakat şüphesiz ki bu, yegâne hızlı nötron kaynağı değildir. Filhakika ılık nötronlar gurubunda absorplanan $\Sigma_{a,2}\phi_2(\vec{r})$ nötron

$$K_1' = f\eta\, \Sigma_{a,2}\phi_2(\vec{r}) \qquad \text{(XVII.2.3)}$$

adet hızlı fisyon nötronu üretmektedir. Buna binâen hızlı nötronlar gurubunun toplam kaynak terimi:

$$K_1 = K_1' + K_2' = [f_r\eta_r(1-p)\,\Sigma_{yav,1}\,\phi_1(\vec{r}) + f\eta\,\Sigma_{a,2}\phi_2(\vec{r})] \qquad \text{(XVII.2.4)}$$

olur. (Bk. Şekil: XVII . 2).



Şekil: XVII . 2. Tâdil edilmiş ikiguruplu difüzyon teorisine göre kaynak terimleri

Bu takdirde üçguruplu nötron difüzyonu şemasına dayanan tâdil edilmiş ikiguruplu nötron difüzyonu denklemleri, ılık reaktörlerde $\Sigma_{a,1} \approx 0$ olduğu da göz önünde tutularak,

$$\left.\begin{aligned} D_1\nabla^2\phi_1(\vec{r}) - \Sigma_{yav,1}[1-(1-p)f_r\eta_r]\,\phi_1(\vec{r}) + \eta f \Sigma_{a,2}\phi_2(\vec{r}) &= 0 \\ D_2\nabla^2\phi_2(\vec{r}) - \Sigma_{a,2}\phi_2(\vec{r}) + p\Sigma_{yav,1}\phi_1(\vec{r}) &= 0 \end{aligned}\right\} \qquad \text{(XVII.2.5)}$$

şekline girerler.

Bu dersin 1. paragrafında yapıldığı gibi bu denklemler de aynı şekilde çözülebilirler. Bundan başka

$$\bar{\tau} = \frac{\tau}{1-(1-p)f_r\eta_r} \qquad \text{(XVII.2.6)}$$

ve

$$\bar{k}_\infty = \frac{k_\infty}{1-(1-p)f_r\eta_r} \qquad \text{(XVII.2.7)}$$

vazetmek suretiyle tâdil edilmiş ikiguruplu nötron difüzyonunda çıplak bir ortama tekabül eden kritiklik denklemini de tıpkı (XVII . 1 . 4) e benzer şekilde

$$\boxed{\frac{\bar{k}_\infty}{(1+\bar{\tau}B^2)(1+L_{ıl}^2B^2)} = 1} \qquad \text{(XVII.2.8)}$$

olarak yazmak kaabildir.

Böyle, rezonans bölgesinde büyük bir apsorplama arzeden bir ortamın k_∞ çoğalma çarpanının ifâdesi de şimdiye kadar görmüş olduğumuz ifâdeden farklı olacaktır. Filhakika her hızlı nötrondan ılık enerjiye ancak p nisbeti kadarı vâsıl olmakta ve bu da ηf yeni fisyon nötronu doğurmaktadır; hâlbuki her hızlı nötrondan $(1-p)$ nisbeti kadarı rezonans bölgesinde yutularak $\eta_r f_r$ fisyon nötronunun doğmasına sebep olmaktadır. Şu hâlde k_∞ çoğalma çarpanı, ılıkötesi fisyonla ılık fisyon olaylarını cem'eden

$$\boxed{k_\infty = \eta f p + \eta_r f_r (1-p)} \qquad \text{XVII.2.9)}$$

şeklinde, iki kısımdan mürekkep bir çoğalma çarpanı olacaktır.

Rezonans bölgesindeki çoğalma çarpanı olan $\eta_r f_r$, R ile rezonans bölgesini göstermek üzere,

$$\eta_r f_r = \frac{\int_R \Sigma_{a,\text{nük}}(u)\,\eta(u)\,\phi(u)\,du}{\int_R [\Sigma_{a,\text{nük}}(u) + \Sigma_{a,\text{dış}}(u)]\,\phi(u)\,du}$$

ile verilir. Eğer η nın sâbit olduğunu ve rezonans bölgesindeki nötron akısının da

$$\phi(u) = \frac{q}{\xi \Sigma_s(u)}$$

şeklinde verilmiş olduğunu farzedersek

$$\eta_r f_r = \eta \frac{<\Sigma_{a,\text{nük}}>_R}{<\Sigma_{a,\text{nük}} + \Sigma_{a,\text{diğ}}>_R} \qquad \text{(XVII.2.10)}$$

bulunur. Burada $\Sigma_{a,\text{diğ}}$ eskiden olduğu gibi, çoğaltkan ortamdaki nükleer yakıttan gayrı maddelerin makroskopik absorplama tesir kesidini göstermektedir.

ALIŞTIRMALAR:

1. (XVII.1.16) ile târif edilmiş olan α, β, γ ve δ fonksiyonlarının değerlerini, dilim şeklindeki, küresel ve silindirik reaktör biçimleri için ve önce yansıtıcının sonsuz ve sonra da yansıtıcı kalınlığının sonlu bir T değeri aldığı hâller için hesaplayınız.

2. Tekguruplu ve ikiguruplu difüzyon teorisine göre U^{235} den müteşekkil bir kürenin kritik yarıçapını hesaplayınız.

3. Nükleer yakıtı U^{235}, yavaşlatıcısı BeO olan homogen bir atom reaktörü kritik olduğu zaman $f=0{,}8$ olmaktadır. Reaktördeki yakıtın zamanla kendikendini tüketmesi dolayısıyla doğacak reaktiflik düşüklüğüne bir çâre olarak, nükleer yakıtın konsantrasyonunun iki misline çıkarıp bundan doğacak olan fazla reaktifliği de ortamda (ılıkötesi bölgede dahi büyük bir absorplama kabiliyeti olan) bor çubuklarıyla telâfi etmek düşünülüyor. Ortama bu türlü ithâl edilen borun f yi gene 0,8 e ircâ ettiğini farzederek rezonans bölgesi için $\eta_r f_r$ çoğalma çarpanını, p rezonanstan kaçma ihtimâlini ve k_∞ mürekkep çoğalma katsayısını hesaplayınız. (Not: U^{235} ve B nin tesir kesitlerinin 0,15 eV ile 5 ev arasında integre ederek $<\Sigma_{a,\text{nük}}>_R$ ve $<\Sigma_{a,\text{diğ}}>_R$ değerlerini hesaplayınız).

XVIII. DERS

Çokgruplu Difüzyon Teorisinde Zamana Bağlı Nötron Akıları

Çokgruplu difüzyon teorisinde zamana bağlı nötron akılarını veren temel denklemler - Temel denklemlerin çözümü için başlangıç şartları.

1. **Temel denklemler.** — XVI. derste çokgruplu difüzyon teorisine göre nötron akılarını nasıl tâyin edebileceğimizi gördük. Bu derste de gene çokgruplu difüzyon teorisi çerçevesi içinde, zamana bağlı nötron akılarını tâyin edeceğiz. Bunun için tatbik edeceğimiz metod başlangıç şartlarını da göz önünde bulunduracağından çözümlerimiz artık keyfî sâbit ihtivâ etmeyecektir.

Gene XVI. dersin 1. paragrafında tahdidedici dört şart altında vazetmiş olduğumuz çokgruplu difüzyon modeline dönelim. Nötron akılarının

$$\phi_i = \phi_i(\vec{r},t)$$
$$(i=1,2,\ldots,n)$$

şeklinde zamana da tâbî olduklarını düşünecek olursak (XVI.1.5) denklemlerinin

$$\boxed{\begin{gathered} D_i\nabla^2\phi_i(\vec{r},t)-(\Sigma_{a,i}+\Sigma_{yav,i})\phi_i(\vec{r},t)+\Sigma_{yav,i-1}\phi_{i-1}(\vec{r},t)= \\ =\frac{1}{v_i}\frac{\partial\phi_i(\vec{r},t)}{\partial t} \\ (i=1,2,\ldots,n) \end{gathered}} \qquad \text{(XVIII.1.2)}$$

şeklinde yazılacağını görmek kolaydır. Filhakika bu ifâdenin sol tarafı 1 cm³ de saniye başına *i*-inci guruba dâhil olan nötronlarla aynı gurubu terkedenler arasındaki farkı, sağ tarafıysa aynı gurupta ve aynı hacım içinde, saniye başına nötron yoğunluğunun değişimini göstermektedir. Bu denklemlerin târifinde (XVI.1.4) vazlarını daima göz önünde tutmak lâzımdır.

2. **Denklemlerin Çözümü.** — Kararlı nötron akıları için

$$\phi_i(\vec{r}) = \sum_{k=1}^{n} \alpha_{ik} R_k(\vec{r})$$

şeklinde bir vaz yapmıştık. Buradaki $R_k(\vec{r})$ fonksiyonları da, B_k^2 ler (XVI.1.12) ile belirlenmek üzere,

$$\nabla^2 R_k(\vec{r}) + B_k^2 R_k(\vec{r}) = 0 \qquad \text{(XVIII.2.1)}$$

$$(k=1,\ 2,\ldots,\ n)$$

şeklindeki HELMHOLTZ tipi denklemlerle târif edilmiş bulunuyorlardı.

Şimdi, (XVII.1.1) denklemlerini çözebilmek için de:

$$\phi_i(\vec{r},t) = \sum_{k=1}^{n} \alpha_{ik}(t) R_k(\vec{r}) \qquad \text{(XVIII.2.2)}$$

$$(i=1,\ 2,\ldots,\ n)$$

şeklinde bir vaz yapacağız. Buradaki her $R_k(\vec{r})$ fonksiyonu kısmî türevli ikinci dereceden bir diferansiyel denklemin çözümü olduğundan iki keyfî sâbit ihtivâ eder. Öte yandan, her nötron akısı için $\alpha_{ik}(t)$ fonksiyonlarının sayısı n olduğundan bütün nötron akıları için tâyin etmemiz lâzım gelen $2n^2$ adet belirsiz fonksiyon var demektir.

Bu fonksiyonları tâyin etmeden önce başlangıç ve sınır şartlarını göz önüne alalım. Çoğaltkan ortamın $\vec{r}_h (h=1,\ 2,\ \ldots\ldots,\ m)$ koordinatını haiz farklı m noktasına $t=0$ ânında i - inci guruba ait toplam olarak

$$\sum_{i=1}^{n} \eta_{ih}$$

adet nötronu dışarıdan ithâl ettiğimizi düşünelim. Bu takdirde (XVII. 2.2) dolayısıyla

$$\phi_i(\vec{r_h},1)=\sum_{k=1}^{n}\alpha_{ik}(0)R_k(\vec{r})=v_i\eta_{ih} \qquad \text{(XVIII.2.3)}$$

$$(i=1,\ 2,\dots,n;\ h=1,\ 2,\dots,m)$$

olur. Diğer taraftan i-inci guruba ait uzatılmış kritik boyut vektörünü de $\vec{\rho}=\vec{\rho}^{*}+0{,}7104\ \lambda_{tr,i}$ ile gösterirsek

$$\phi_i(\vec{\rho},0)=\sum_{k=1}^{n}\alpha_{ik}(0)R_k(\vec{\rho})=0 \qquad \text{(XVIII.2.4)}$$

$$(i=1,\ 2,\dots,n)$$

olur.

(XVII.2.2 ve 3) bağıntıları n(m+1) denklemden ibârettir. Eğer m=2n−1 ise n(m+1)=2n^2 olur ve bu denklemlerden müteşekkil sistemden, bilinmeyenleri tek bir şekilde tâyin etmek kaabil olur. Eğer m<2n−1 ise çoğaltkan ortam için n[(2n−1)−m] adet daha keyfî nokta seçilir ve $t=0$ ânında buralarda nötron akılarının sıfır olduğu yazılır. Eğer m>2n−1 ise bu takdirde bu m bağıntı içinden keyfî 2n−1 tânesini seçmek kâfidir. Geri kalanlar seçilenlerin lineer kombinezonlarıdır. Böylelikle bütün $\alpha_{ik}(0)$ sâbitlerini tâyin etmek mümkün olur.

$\alpha_{ik}(t)$ leri tâyin için

$$F_i(\vec{r},\omega)=\int_0^{\infty}\phi_i(\vec{r},t)\cdot\exp(-\omega t)dt \qquad \text{(XVIII.2.5)}$$

ile $\phi_i(\vec{r},t)$ nin t ye göre LAPLACE dönüşümünü ve

$$a_{ik}(\vec{\omega})=\int_0^{\infty}\alpha_{ik}(t)\cdot\exp(-\omega t)dt \qquad \text{(XVIII.2.6)}$$

ile de $\alpha_{ik}(t)$ nin t ye göre LAPLACE dönüşmüşünü gösterelim. (XVII . 1 . 1), (XVII . 2 . 1, 5 ve 6) ya ve LAPLACE dönüşümünün hassalarına binâen

$$\sum_{k=1}^{n}\left\{-\left(D_iB_k^2+\Sigma_{a,i}+\Sigma_{yav,i}+\frac{\omega}{v_i}\right)a_{ik}(\omega)+\Sigma_{yav,i-1}a_{i-1,k}(\omega)+\right.$$

$$\left.+\frac{1}{v_i}\alpha_{ik}(0)\right\}\ R_k(\vec{r})=0 \qquad \text{(XVIII.2.7)}$$

$$(i=1,\ 2,\ldots,n)$$

$R_k(\vec{r})$ fonksiyonlarının çoğaltkan ortamda aldıkları değerler ne olursa olsun bu (XVII . 2 . 7) ifâdelerinin doğru olabilmeleri için kıvrık parantezler içindeki ifâdelerin özdeş olarak sıfır olmaları lâzımdır:

$$-\left(D_iB_k^2+\Sigma_{a,i}+\Sigma_{yav,i}+\frac{\omega}{v_i}\right)a_{ik}(\omega)+\Sigma_{yav,i-1}a_{i-1,k}(\omega)+$$

$$+\frac{1}{v_i}\alpha_{ik}(0)\equiv 0 \qquad \text{(XVIII.2.8)}$$

$$(i=1,\ 2,\ldots,n;\ k=1,\ 2,\ldots,n)$$

(XVII . 2 . 8) bağıntıları $\alpha_{ik}(\omega)$ lar cinsinden homogen olmayan cebrik n adet denklem sistemi meydana getirmektedirler. Muayyen bir k indisine tekaabül eden sistemin $|\Delta_k(\omega)|$ esas determinantı şu şekli arzeder:

$$|\Delta(\omega)|=\begin{vmatrix} -\left(D_1B_k^2+\Sigma_{a,1}+\Sigma_{yav,1}+\frac{\omega}{v_1}\right) & & 0\cdots & \frac{k_\infty}{p}\Sigma_{a,r} \\ \Sigma_{yav,1} & -\left(D_2B_k^2+\Sigma_{a,2}+\Sigma_{yav,2}+\frac{\omega}{v_2}\right) & 0\cdots & 0 \\ 0 & & & \vdots \\ \vdots & \Sigma_{yav,i-1} & -\left(D_iB_k^2+\Sigma_{a,i}+\Sigma_{yav,i}+\frac{\omega}{v_i}\right) & 0 \\ 0 & & & \vdots \\ \vdots & & & \vdots \\ 0\text{———————} & & \Sigma_{yav,n-1} & -\left(D_nB_k^2+\Sigma_{a,n}+\frac{\omega}{v_n}\right) \end{vmatrix}$$

$$(k=1,\ 2,\ldots,n) \qquad \text{(XVIII.2.9)}$$

Tıpkı XVI. derste olduğu gibi burada da

$$L_i^2 = \frac{D_i}{\Sigma_{a,i} + \Sigma_{yav,i}} \qquad \widehat{l_i}^* = \frac{1}{v_i(\Sigma_{a,i} + \Sigma_{yav,i})}$$

vazetmek suretiyle, bu (XVIII . 2 . 9) determinantlarının

$$|\Delta_k(\omega)| = \prod_{i=1}^{n} (\Sigma_{a,i} + \Sigma_{yav,i}) \left[\prod_{i=1}^{n} (1 + L_i^2 B_k^2 + \widehat{l}^*_i \omega) - k_\infty \right]$$

$$(k = 1, 2, \ldots, n) \qquad \text{(XVIII.2.10)}$$

şekline girdikleri görülür.

Bunlar, esas itibâriyle ω cinsinden n - inci dereceli polinomlardır. $\omega = 0$ ın bu polinomların bir kökü olduğuna da işâret edelim. Filhakika $\omega = 0$ için (XVI . 1 . 12) ifâdesine binâen (XVIII . 2 . 10) da sıfır olmaktadır. Geri kalan diğer bütün köklerin bu takdirde negatif olacaklarını göstermek mümkündür. Fakat bu, **«negatif olmayan matrisler teorisi»** ne dayandığı için ispatını burada vermeyeceğiz.

$|\Delta_k(\omega)|$, $(k = 1, 2, \ldots, n)$, ların sıfırdan farklı köklerini $-p_{kl}$ ile gösterelim. $(p_{kl} > 0)$. Eğer $M_{ik}(\omega)$ ile $a_{ik}(\omega)$ ya tekaabül eden minörü gösterirsek cebrik denklemlerin elemanter teorisine göre

$$a_{ik}(\omega) = \frac{(-1)^{i+k} M_{ik}(\omega)}{|\Delta_k(\omega)|} \qquad \text{(XVIII.2.11)}$$

ifâdesiyle verilir. Burada pay (n - 1) - inci ve payda da n - inci mertebeden polinomlardır. Buna göre bu ifâdeyi basit kesirlere ayıracak olursak $p_{kk} = 0$ vazetmek suretiyle genel olarak

$$a_{ik}(\omega) = \frac{Q_{i,kk}}{\omega} + \sum_{l \neq k}^{n} \frac{Q_{i,kl}}{\omega + p_{kl}} \qquad \text{(XVIII.2.12)}$$

yazmak kaabil olur. Bu ifâdedeki $Q_{i,kl}$ büyüklükleri basit kesirlere parçalama işlemi esnâsında ortaya çıkan tamâmen belirli sâbitleri göstermektedirler.

(XVIII . 2 . 12) nin ters LAPLACE dönüşmüşünü alacak olursak

$$\alpha_{ik}(t) = Q_{i,kk} + \sum_{l \neq k}^{n} Q_{i,kl} \cdot \exp(-p_{kl}t) \tag{XVIII.2.13}$$

bulunur ki bu ifâdeyle (XVIII . 2 . 2) vazına binâen de:

$$\boxed{\begin{aligned} \phi_i(\vec{r},t) = {} & \sum_{k=1}^{n} Q_{i,kk} R_k(\vec{r}) + \\ & + \sum_{k=1}^{n} \sum_{l \neq k}^{n} Q_{i,kl} R_k(\vec{r}) \cdot \exp(-p_{kl}t) \\ & (i = 1, 2, \ldots, n) \end{aligned}} \tag{XVIII.2.14}$$

bağıntıları elde edilmiş olur.

$p_{kl} > 0$ olduğundan $t \to \infty$ için $\phi_i(\vec{r}, t)$ nötron akılarının:

$$\lim_{t\to\infty} \phi_i(\vec{r},t) = \phi_i(\vec{r}) = \sum_{k=1}^{n} Q_{i,kk} R_k(\vec{r}) \tag{XVIII.2.15}$$

$$(i = 1, 2, \ldots, n)$$

şeklinde kararlı bir dağılım arzettikleri görülmektedir.

EK I

İhtimâller Hesabından Bazı Kavramlar

Birinin vuku bulması bütün diğerlerinin vukuunu ifnâ eden n hâlden m tânesi muayyen bir A olayı için mümkünse

$$p(A)=\frac{m}{n} \tag{1}$$

oranına A olayının ihtimâli adı verilir. Misâl olarak, zarla bir atışta 4 tutturmayı göz önüne alalım. Zarın homogen, ve herbir yüzünün de eşit olduğunu farzedelim. Bu takdirde bir atışta 4 tutturmak A olayını temsil eder. Diğer taraftan zarla bir atışta muayyen bir sayıyı tutturmak (burada 4) diğer bütün sayıların (yâni burada 1, 2, 3, 5 ve 6) elde edilmeleri imkânını ifnâ etmektedir. Bir zarda 6 yüz bulunduğundan, birinin vukuu bütün diğerlerinin vukuunu ifnâ eden n=6 hâl mevcuttur demektir. Öte yandan bu 6 hâlden acaba kaç tânesi 4 tutturmak için mümkün olan hâli temsil etmektedirler? Şüphesiz ki bir tânesi: o da 4 yazılı yüzün üstte olduğu hâlde zarın yere düşmüş olması hâli. Dolayısıyla

$$m=1$$

dir ve buna göre de

$$p(A)=\frac{1}{6}$$

olur.

Âşikâr olarak daima $0 \leq p \leq 1$ dir, $p=0$ veyâ $p=1$ olması hâlleri, sırasıyla, göz önüne alınan olayın tahakkuk etmemesi ve tahakkuk etmesi için katiyet ifâde eder. Bir olayın vukuu ihtimâli p ise vuku bulmaması ihtimâli de

$$q=1-p \tag{2}$$

olur, yâni

$$p+q=1 \tag{3}$$

dir.

Birinin vukuu diğerinin vukuunu ifnâ eden A ve B diye iki olay varsa, sırasıyla önce A olayının ve sonra B olayının vuku bulmalarının $p(AB)$ ihtimâli

$$p(AB)=p(A)\cdot p(B) \tag{4}$$

ile verilir. Bunların ikisinden birinin vuku bulmasının $p(A+B)$ ihtimâli de

$$p(A+B)=p(A)+p(B) \tag{5}$$

dir. Genel olarak, birinin vukuu bütün diğerlerinin vukuunu ifnâ eden n adet A_i ($i=1, 2, \ldots\ldots, n$) olayından ilk m tânesinin biribirleri ardından sırayla vuku bulmalarının ihtimâlinin

$$p(A_1A_2\ldots A_m)=\prod_{i=1}^{m}p(A_i) \tag{6}$$

ve bunlardan ilk k tânesinden lâlettâyin birinin bir defada vuku bulması ihtimâlinin de

$$p(A_1+A_2+\ldots+A_k)=\sum_{i=1}^{k}p(A_i) \tag{7}$$

olacağı âşikârdır. Diğer taraftan göz önüne alınan n adet A_i olayından herhangi birinin bir defada vuku bulması ihtimâli, açık olarak,

$$p(A_1+A_2+\ldots+A_n)=p(A_1)+p(A_2)+\ldots+p(A_n)=1 \tag{8}$$

olacaktır. Misâl olarak gene zar atmaya dönelim. Müteakip üç zar atışında sırayla 3, 5, 2 tutturmak ihtimâli (6) ya göre

$$p(3, 5, 2)=\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}=\frac{1}{216}$$

ve bir atışta 3, 5 veyâ 2 sayılarından herhangi birini tutturmak ihtimâli de (7) ye göre

$$p(3+5+2)=\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$$

olur.

İhtimâller hesabında önemli kavramlardan biri de **sürekli ihtimâl** kavramıdır. Bunu zihnimizde tecessüm ettirebilmek için birim uzunlukta bir doğru parçasının $\Delta x=0{,}1$ uzunluğunu haiz 10 aralığa bölünmüş olduğunu farzedelim ve sonra kendikendimize bu doğru parçası üzerindeki bir x noktasının 0,3 ile 0,7 noktaları arasında bulunması ihtimâlinin ne olduğunu soralım. 0,3 ile 0,7 noktaları arasında 4 adet Δx aralığı ve birim doğru parçası üzerinde de cem'an 10 adet Δx aralığı olduğundan aranan ihtimâlin

$$p=\frac{4\cdot\Delta x}{10\cdot\Delta x}=0{,}4$$

olduğu âşikârdır. Eğer bu sefer $0{,}167<x<0{,}293$ olmasının ihtimâlini ararsak birim doğru parçasını, herbiri $\Delta x=0{,}001$ olan 1000 aralığı bölmek suretiyle

$$p=\frac{123\cdot\Delta x}{1000\cdot\Delta x}=\frac{126}{1000}=0{,}126$$

olduğu bulunur. Buna benzer misâlleri Δx gitgide sonsuz küçük kılarak çoğaltabiliriz. Bu misâllerden de anlaşıldığı gibi x in birim uzunluğunu haiz doğru parçasının muayyen bir altaralığında bulunması ihtimâli bu altaralığın uzunluğuyla verilmektedir. Buna göre ve $0\leqq a\leqq b\leqq 1$ olmak şartıyla, $p(a<x<b)$ ile x in a ile b arasında bulunması ihtimâlini gösterecek olursak

$$p(a<x<b)=b-a \tag{9}$$

oluyor demektir. Bu bağıntıyı gerçekleyen x değişkeninin (0,1) aralığında **düzgün bir dağılımı** haiz olduğu söylenir. Eğer göz önüne alınan doğru parçası birim uzunluğu haiz değilse, L ile bunun uzunluğunu göstererek ve $0\leqq a\leqq b\leqq L$ olmak şartıyla x noktasının a ile b arasında bulunmasının ihtimâli

$$p(a < x < b) = \frac{b-a}{L} \tag{10}$$

olur. Bu ise göz önüne alınan L uzunluğundaki doğru parçasını önce birim uzunluğu haiz bir doğru parçasına dönüştürmek ve sonra ihtimâli buna göre hesaplamak demektir.

(9) bağıntısını

$$p(a < x < b) = \int_a^b 1 \cdot dx \tag{11}$$

şeklinde de yazmak kaabildir; bu takdirde göz önüne aldığımız hâl için *ihtimâl yoğunluğunun* 1 e eşit olduğundan bahsedilir. Benzer şekilde (10) bağıntısının da

$$p(a < x < b) = \frac{\int_a^b dx}{\int_0^L dx} = \int_a^b \frac{1}{L}\, dx \tag{12}$$

şeklinde yazılabileceği görülür. Bu takdirde de ihtimâl yoğunluğu 1/L olur.

Daha genel bir tarzda, bir değişken keyfî bir $f(x)$ yoğunluğuna göre bir dağılımı haiz olabilir. Böyle bir değişken için

$$f(t)\,\Delta t$$

ifâdesi, yaklaşık bir tarzda, x in

$$t < x < t + \Delta t$$

aralığında bulunması ihtimâlini verir. x in (a, b) aralığında bulunmasının ihtimâlinin ise (11) formülünün tabiî bir teşmili olan

$$p(a<x<b)=\int_a^b f(x)dx \qquad (13)$$

ifâdesiyle verileceği âşikârdır.

$f(x)$ in târif edilmiş olduğu A aralığının alt sınırını (min a) ile gösterirsek, $f(x)$ ihtimâl yoğunluğuna bağlı olarak târif edilen

$$F(t)=\int_{(\min A)}^{t} f(x)dx \qquad (14)$$

fonksiyonuna **dağılım fonksiyonu** adı verilir. Âşikâr olarak $F(t)$ ifâdesi x in $[(\min A), t]$ altaralığında bulunmasının ihtimâlini vermektedir.

Şüphesiz ki, x noktasının $f(x)$ in târif edilmiş olduğu bütün A aralığında bulunması ihtimâli 1 e eşittir; şu hâlde

$$\int_A f(x)dx=1$$

olmalıdır. Eğer $f(x)$, târifi dolayısıyla bu eşitliği sağlamıyorsa bu takdirde

$$g(x)=\frac{f(x)}{\int_A f(x)dx}$$

diye normalize edilmiş yeni bir ihtimal yoğunluğu târif etmek kaabildir. Buna göre dağılım fonksiyonu da

$$F(t)=\frac{\int_{(\min A)}^{t} f(x)dx}{\int_A f(x)dx} \qquad (15)$$

şeklinde yazılır.

Eğer $G(x)$ ile bir A bölgesinde târif edilmiş ve x in her değerine $f(x)dx$ gibi bir ihtimâlin tekaabül etmekte olduğu bir fonksiyonu gösterecek olursak $G(x)$ fonksiyonunun *ortalama değeri* veya *beklenen değeri* diye

$$\langle G(x)\rangle = \frac{\int_A G(x)f(x)dx}{\int_A f(x)dx} = \int_A G(x)F(x)dx \tag{16}$$

ifâdesine denir.

Eğer bahis konusu olan $G(x)$ fonksiyonu $G(x_i)$, $(i=1, 2, \ldots\ldots)$, gibi ancak münferid değerler alabilen bir fonksiyonsa, $F(x_i)$ ile her $G(x_i)$ ye tekabül eden dağılım fonksiyonunun değerini gösterirsek, bu takdirde (16) ifâdesi

$$\langle G\rangle = \sum_i G(x_i)F(x_i) \tag{17}$$

şekline girer.

x değişkeninin k - ıncı momenti diye de

$$\langle x^k\rangle = \begin{cases} \sum_i x_i^k F(x_i), & \text{veyâ} \\ \int_A x^k F(x)dx \end{cases} \tag{18}$$

ifâdesine denir.

Benzer şekilde $F(t, s)$ gibi iki müstakil değişkene veyâ [$\vec{r}$ ile keyfî sayıda müstakil bileşeni haiz bir vektörü göstererek] $F(\vec{r})$ gibi keyfî sayıda müstakil bileşene bağlı dağılım fonksiyonları da târif etmek ve bunlar için de yukarıdakilere benzer formüller vermek kaabildir.

EK II

Üretim Oranı

V. Derste **«üretim oranı»** veya **«üretim katsayısı»** diye isimlendirdiğimiz büyüklük için

$$C = \eta - 1 - S \tag{1}$$

formülünü vermiştik; bu bölümde C nin daha açık bir ifâdesini tesis etmek istiyoruz. Üslü ifâdelerle çoğaltkan ortamdaki **«verimli çekirdekler»** e tekabül eden büyüklükleri göstermek üzere ve η nın (IV . 2 . 4) ile verilmiş olan ifâdesini göz önünde tutarak genel bir şekilde

$$\eta = \frac{\int_V (\nu\Sigma_f + \nu'\Sigma_f')\,\phi(\vec{r},t)\,dV}{\int_V (\Sigma_f + \Sigma_c)\,\phi(\vec{r},t)\,dV} \tag{2}$$

yazılır.

S ile gösterdiğimiz büyüklük fisyonluk çekirdek tarafından absorplanan nötron başına, çoğaltkan ortamdan dışarı sızan nötronlarla ortamda diğer çekirdekler tarafından parazit olarak absorplanan nötronların toplamını göstermektedir. Absorplanan fisyonluk çekirdek başına ortamdan dışarı sızan nötronlar

$$\frac{\int_S \vec{J}(\vec{r},t)\,d\vec{S}}{\int_V (\Sigma_f + \Sigma_c)\,\phi(\vec{r},t)\,dV} \tag{3}$$

dir. Absorplanan fisyonluk çekirdek başına ortamda parazit bir şekilde absorplanan nötronlar da ($\Sigma_{c,par}$ ile fisyonluk çekirdeklerden gayrı çekirdekler tarafından yutulan nötronlara tekaabül edilen makroskopik parazit yutulma tesir kesidini göstererek)

$$\frac{\int_V (\Sigma_f' + \Sigma'_{c,par}) \phi(\vec{r},t) dV}{\int_V (\Sigma_f + \Sigma_c) \phi(\vec{r},t) dV} \tag{4}$$

olur.

(2), (3) ve (4) den faydalanarak C nin ifâdesini

$$C = \frac{\int_V (\nu\Sigma_f - \Sigma_f - \Sigma_c - \Sigma_{c,par}) \phi(\vec{r},t) dV - \int_S \vec{J}(\vec{r},t) d\vec{S}}{\int_V (\Sigma_f + \Sigma_c) \phi(\vec{r},t) dV}$$

$$+ \frac{\int_V (\nu'\Sigma_f' - \Sigma_f') \phi(\vec{r},t) dV}{\int_V (\Sigma_f + \Sigma_c) \phi(\vec{r},t) dV} \tag{5}$$

şekline sokmak kaabildir.

Bu ifâdenin payı, çoğaltkan ortamda, verimli çekirdekler tarafından yakalanabilme durumunda bulunan nötronların birim zaman aralığındaki sayısını ve paydası da, gene birim zaman aralığında, çoğaltkan ortamda nükleer yakıt tarafından absorplanan nötronların sayısını göstermektedir. Böylece üretim oranının

$$C = \frac{\text{1 saniyede verimli çekirdeklerin yuttuğu nötronların sayısı}}{\text{1 saniyede nükleer yakıtın yuttuğu notronların sayısı}}$$

tarzında da ifâde olunabileceği anlaşılmaktadır.

(5) deki yüzey integralini FICK kanunu vâsıtasıyla, ve difüzyon denklemiyle GAUSS integrâl formülünü kullanarak IX. 7 bölümündeki gibi hesaplarsak, $\Sigma_c/\Sigma_f = \alpha$ da vazetmek sûretiyle (5) ifâdesi

$$C=\frac{\nu-(1+\alpha)-\frac{\Sigma_{c,par}}{\Sigma_f}-\frac{DB_g^2}{\Sigma_f}+\frac{\Sigma_f'}{\Sigma_f}(\nu'-1)}{1+\alpha} \qquad (7)$$

şekline girer.

Bu formül, nötronların enerjileri göz önüne alınmadan genel bir tarzda çıkarılmış olduğundan hem ılık fisyon reaktörleri ve hem de hızlı fisyon reaktörleri için câridir. Bununla beraber (7) deki muhtelif terimlerin sıkı bir incelenmesi, nötronların enerjileri arttıkça

1) $\alpha=\Sigma_c/\Sigma_f=\sigma_0/\sigma_f$ nin azaldığını,

2) Σ_f'/Σ_f nin arttığını,

3) genel olarak $\Sigma_{c,par}/\Sigma_f$ nin azaldığını,

ve

4) ν nün hissedilir derecede arttığını gösterir.

Bütün bu sonuçlar ılık nötronlarla işleyen bir reaktöre nazaran hızlı nötronlarla işleyen bir reaktör için C nin değerinin kesin olarak daha büyük olduğuna delâlet ederler ki Cetvel: V.1 de bu sonucu teyidetmektedir.

EK III

Bessel Diferansiyel Denkleminin Çözümleri

1. **BESSEL Fonksiyonları Ve Aralarındaki Bağıntılar.** — IX. Dersin 5. bölümünde silindirik bir ortamda nötronların difüzyonu meselesini incelerken $R(\rho)$ radyal nötron akısının, B_g^2 ve α^2 iki sâbit olmak üzere,

$$\frac{d^2R}{d\rho^2} + \frac{1}{\rho}\frac{dR}{d\rho} + (B_g^2 - \alpha^2)R = 0 \tag{1.1}$$

şeklinde bir denklemi tahkik ettiğini bulmuş ve bu denklemin de daha genel dir denklem olan

$$\frac{d^2R}{d\rho^2} + \frac{1}{\rho}\frac{dR}{d\rho} + \left(\beta^2 - \frac{\nu^2}{\rho^2}\right)R = 0 \tag{1.2}$$

denkleminin $\beta^2 = B_g^2 - \alpha^2$ ve $\nu = 0$ için özel bir hâli olduğunu müşahede etmiştik.

(1 . 2) denklemine, genel olarak, **BESSEL** denklemi denir. Bunun çözümlerine de **BESSEL fonksiyonları** adı verilir. BESSEL denkleminin çözümlerini sonlu sayıda elemanter fonksiyonun bir kombinezonu olarak belirtmek imkânsızdır. Bunun için, (1 . 2) nin çözümlerini bulmak gâyesiyle önce

$$\beta\rho = x$$

vazederek denklem

$$\frac{d^2R}{dx^2} + \frac{1}{x}\frac{dR}{dx} + \left(1 - \frac{\nu^2}{x^2}\right)R = 0 \tag{1.3}$$

standart şekline sokulur ve sonra da

$$R(x)=x^{\sigma}\sum_{k=0}^{\infty} a_k x^k \tag{1.4}$$

gibi sonsuz bir seriyle ifâde olunabilen çözümler aranır. (1 . 4) formülündeki σ üssünün değerini ve a_k katsayılarını tâyin edebilecek olursak BESSEL denkleminin özel bir çözümünü bulmuş oluruz. Bunun için yapılacak iş basittir, ve, (1 . 4) ifâdesini (1 . 3) denklemine vazetmek sûretiyle elde edilecek olan cebrik ifâdeye dayanarak σ ve a_k ları tesbit etmekten ibârettir. Bir diferansiyel denklemde aranan fonksiyon yerine sonsuz bir seri ikaame edip bu serinin katsayılarını tâyin ederek diferansiyel denklemin özel bir çözümünü tesbit etmekten ibâret olan metoda **FROBENİUS metodu** adı verilir. Şu hâlde (1 . 4) sonsuz serisini (1 . 3) BESSEL denklemine vazedelim. Bu takdirde

$$\sum_{k=0}^{\infty}[(\sigma+k)(\sigma+k-1)+(\sigma+k)+(x^2-\nu^2)]\,a_k x^{\sigma+k}=0$$

şeklinde bir ifâde buluruz ki bunu da x^{σ} ile bölüp, terimleri x in artan üslerine göre tanzim edince

$$(\sigma^2-\nu^2)a_0+[(\sigma+1)^2-\nu^2]a_1x+\sum_{k=2}^{\infty}\{[(\sigma+k)^2-\nu^2]a_k+a_{k-2}\}x^k=0 \tag{1.5}$$

özdeşliğini elde ederiz.

Eğer $\sigma=\pm\nu$ ise sâbit terim, ve $a_1=0$ ise de ikinci terim sıfır olur. Bununla beraber $\sigma=\pm\nu$ olması a_0 ı tâyin etmez, ve onu keyfî bırakır. Bu takdirde (1 . 5) özdşliğinin gerçekleşmesi için de x^k ların katsayılarının özdeş olarak sıfır olmaları, yâni

$$[(\sigma+k)^2-\nu^2]a_k+a_{k-2}=0 \qquad (k=2,\ 3,\dots)$$

olması lâzımdır. Buradan da, (1 . 4) açılımının katsayıları arasında

$$(\sigma-\nu+k)(\sigma+\nu+k)a_k=-a_{k-2} \tag{1.6}$$
$$(k=2,\ 3,\dots)$$

şeklinde birtakım rekürans bağıntıları elde edilir.

Şimdi

$$\sigma=\nu$$

seçelim; böylece (1.6) rekürans bağıntıları

$$k(2\nu+k)a_k=a_{k-2} \qquad (k=2,\ 3,\ldots) \tag{1.7}$$

ifâdelerine müncer olur. $a_1=0$ olduğu için bu son bağıntılardan tek indisli bütün katsayıların sıfır oldukları anlaşılır. Sıfırdan farklı katsayıların indislerinin hep çift sayılar olduğunu belirtmek için k yerine $2k$ vazederek

$$a_{2k}=-\frac{1}{2^2k(\nu+k)}a_{2k-2} \tag{1.8}$$

olur. Keyfî kalan a_0 için

$$a_0=\frac{1}{2^\nu\cdot\nu!} \tag{1.9}$$

değerini kabul edip (1.8) ifâdesinden de a_2, a_4, a_6,...... ilh... katsayıları adım adım hesaplanarak (1.4) serisinin, yâni (1.3) BESSEL denkleminin artık $J(x)$ ile göstereceğimiz özel bir çözümünün

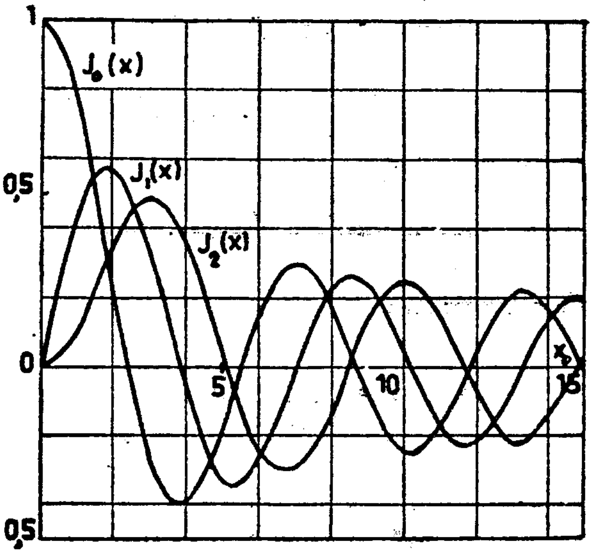
$$\boxed{J_\nu(x)=\sum_{k=0}^{\infty}(-1)^k\frac{\left(\frac{x}{2}\right)^{\nu+2k}}{k!\,(\nu+k)!}} \tag{1.10}$$

şeklinde olduğu gösterilir. $J_\nu(x)$ fonksiyonuna *ν-üncü mertebeden birinci cins BESSEL fonksiyonu* adı verilir.

$J(x)$ i bulurken $\sigma=\nu$ seçmiştik. Eğer ν tamsayı ise, $\sigma=-\nu$ seçildiği takdirde elde edilecek olan $J_{-\nu}(x)$ fonksiyonunun $J_\nu(x)$ e

$$\boxed{J_{-\nu}(x)=(-1)^\nu J_\nu(x)} \tag{1.11}$$

şeklinde bağlı olacağı kolaylıkla tahkik olunur. ν nün tamsayı olmadığı hâllerde $J_\nu(x)$ ile $J_{-\nu}(x)$ in BESSEL denklemini tahkik eden biribirle-



Şekil: E III . 1. Sıfırıncı, birinci ve ikinci mertebeden 1. cins BESSEL fonksiyonlarının değişimleri.

rinden tamamen müstakil iki fonksiyon meydana getirdikleri âşikârdır. Şu hâlde ν tamsayı değilse BESSEL denkleminin genel çözümü

$$\boxed{R(x) = AJ_\nu(x) + BJ_{-\nu}(x)} \tag{1.12}$$

şeklinde olacaktır.

Eğer ν bir tamsayı ise (1 . 3) ün özel bir çözümünün $J_\nu(x)$ olduğunu bilmekteyiz. Fakat BESSEL diferansiyel denklemi ikinci mertebeden bir diferansiyel denklem olduğundan bunun genel çözümü, biribirinden müstakil iki özel çözümün lineer bir kombinezonu olacaktır.

ν tamsayı olduğu zaman $J_\nu(x)$ ile $J_{-\nu}(x)$ biribirlerinden müstakil olmadıklarından acaba BESSEL denkleminin, bu hâle tekabül eden, ikinci müstakil çözümü ne olacaktır?

ν nün tamsayı olması hâlinde BESSEL denkleminin ikinci müstakil çözümü olarak aradığımız fonksiyona şimdilik $u(x)$ ve $J_\nu(x)$ e de kısaca $v(x)$ dersek (1 . 3) denkleminden

$$x^2\frac{d^2u}{dx^2}+x\frac{du}{dx}+(x^2-\nu^2)u=0$$

$$x^2\frac{d^2v}{dx^2}+x\frac{dv}{dx}+(x^2-\nu^2)v=0$$

yazılabilir. Bu denklemlerin birincisini v ve ikincisini de u ile çarpıp biribirlerinden çıkartırsak

$$x(u''v-uv'')+u'v-uv'=0$$

bulunur. Fakat diğer taraftan

$$u''v-uv''=\frac{d}{dx}(u'v-uv')$$

olduğundan bu ifâde

$$\frac{d}{dx}\{x(u'v-uv')\}=0$$

şekline girer. Bu derhâl integre edilebilir ve

$$x(u'v-uv')=b$$

bulunur. Bunu xv^2 ile bölerek

$$\frac{u'v-uv'}{xv^2}=\frac{b}{xv^2}$$

yâni

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{u}{v}\right)=\frac{b}{xv^2}$$

bulunur. Buradan integrâl alarak

$$\frac{u}{v}=a+b\int\frac{dx}{xv^2}$$

ve $v(x)=J_\nu(x)$ olduğunu hatırlayarak

$$u(x)=aJ_\nu(x)+bJ_\nu(x)\int\frac{dx}{x\{J_\nu(x)\}^2} \tag{1.13}$$

elde edilir. İntegranttaki $J_\nu(x)$ yerine (1.10) serisini yerleştirip integrantı da x in artan kuvvetlerine göre seriye açarak (1.13) ifâdesindeki integrâl, β_0 ile de integrasyon sâbitini göstermek üzere

$$\int\left(\frac{\alpha_\nu}{x^{2\nu+1}}+\cdots+\frac{\alpha_1}{x^3}+\frac{\alpha_0}{x}+\beta_1 x+\beta_2 x^3+\beta_3 x^5+\cdots\right)dx=$$

$$=-\frac{\alpha_\nu}{2\nu x^{2\nu}}-\cdots-\frac{\alpha_1}{2x^2}+\alpha_0\ln x+\beta_0+\frac{\beta_1}{2}x^2+\frac{\beta_2}{4}x^4+$$

$$+\frac{\beta_3}{5}x^6+\cdots$$

şekline girer. Bu ifâde $J_\nu(x)$ ile çarpılıp da (1.13) deki yerine yerleştirildi miydi, ara hesaplardan sonra BESSEL denkleminin ikinci müstakil özel çözümü olarak

$$J_\nu(x)(\alpha_0\ln x+\beta_0)+\frac{1}{x^\nu}(c_0+c_1x^2+c_2x^4+\cdots)$$

bulunur. Burada α_0, c_1, c_2,... değerleri belli olan sâbitlerdir. β_0 ise keyfîdir; bu bakımdan bunun değeri, bu ikinci müstakil özel çözüme en müsait şekli verecek şekilde intihâbedilir. γ ile EULER sâbitini göstermek sûretiyle, genel olarak, BESSEL denkleminin bu ikinci $Y_\nu(x)$ müstakil çözümü için

$$Y_\nu(x)=\frac{\pi}{2}\left\{\gamma+\ln\frac{x}{2}\right\}J_\nu(x)-\frac{1}{\pi}\sum_{k=0}^{\nu-1}\frac{(\nu-k+1)!}{k!}\left(\frac{2}{x}\right)^{\nu-2k}-$$

$$-\frac{1}{\pi}\sum_{k=0}^{\infty}\sum_{s=1}^{k}\frac{(-1)^k\left(\frac{x}{2}\right)^{\nu+2k}}{k!(\nu+k)!}\left(\frac{1}{s+\nu}+\frac{1}{s}\right) \qquad (1.15)$$

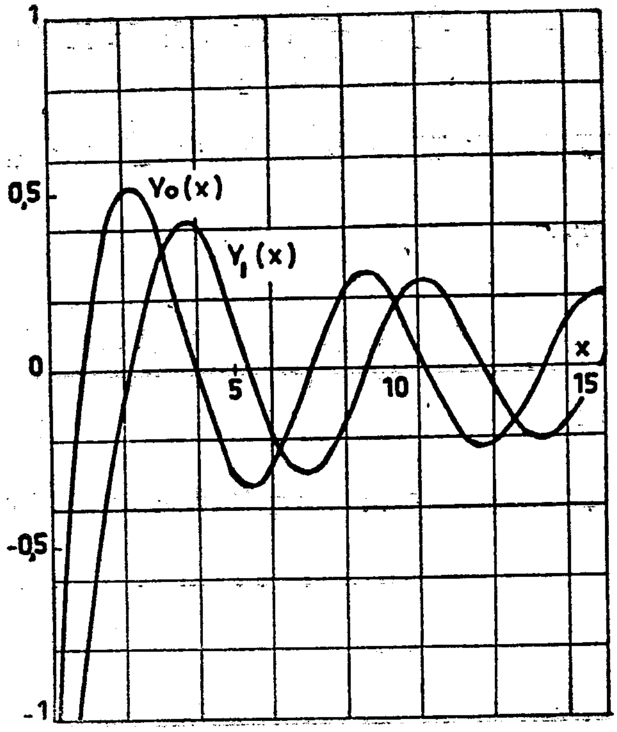
ifâdesi kabul edilir.

Gerek $J_\nu(x)$ fonksiyonlarının ve gerekse *ν-üncü mertebeden ikinci cins BESSEL fonksiyonları* denen $Y_\nu(x)$ fonksiyonlarının x lere göre aldıkları değerler cetvellenmiş bulunmaktadır.

Şu hâlde, BESSEL denkleminin genel çözümü, ν nün tamsayı olması hâlinde,

$$\boxed{R(x)=AJ_\nu(x)+BY_\nu(x)} \tag{1.16}$$

olacaktır.



Şekil: E III . 2. Sıfırıncı ve birinci mertebeden 2. cins BESSEL fonksiyonlarının değişimleri.

Şekil: E III . 1. ve 2. ilk birkaç mertebeden birinci ve ikinci cins BESSEL fonksiyonlarının değişimlerini göstermektedir. Görüldüğü gibi her iki cins fonksiyon da x eksenini birçok noktada kesmektedirler. Filhakika her iki cins fonksiyonun da, mertebeleri ne olursa olsun, sonsuz sayıda kökü haiz oldukları ispatlanır. Bundan başka x in büyük değerleri için bu fonksiyonların asimtotik ifâdelerinin de

$$\begin{aligned} J_\nu(x) &= \sqrt{\frac{2}{\pi x}}\cos\left[x-(2\nu+1)\frac{\pi}{4}\right] \\ Y_\nu(x) &= \sqrt{\frac{2}{\pi x}}\sin\left[x-(2\nu+1)\frac{\pi}{4}\right] \end{aligned} \tag{1.17}$$

şeklinde olduğu gösterilebilir.

Nötronların difüzyon teorisinde bizi en çok ilgilendiren birinci ve ikinci cins BESSEL fonksiyonları $J_0(x)$, $J_1(x)$, $Y_0(x)$, ve $Y_1(x)$ dir. Bunların birkaç kökünü Cetvel: 1 de vermekteyiz.

Kök sırası	J_0 ın kökü	J_1 in kökü	Y_0 ın kökü	Y_1 in kökü
1.	2,4048	0,0000	0,89	2,20
2.	5,5201	3,8417	3,93	5,43
3.	8,6537	7,0153	7,08	8,60
4.	11,7915	10,1735	10,22	11,75
5.	14,9309	13,3237	13.36	14,90

Görüldüğü üzere her müteakip iki sıfır arasındaki fark, (1 . 17) asimtotik formüllerini teyidederek π ye doğru gitmektedir.

$J_\nu(x)$ in genel ifâdesi olan (1 . 10) formülünden x e göre türev alarak

$$J_\nu'(x) = -\frac{\nu}{x} J_\nu(x) + J_{\nu-1}(x) \tag{1.18}$$

ve

$$J_\nu'(x) = \frac{\nu}{x} J_\nu(x) - J_{\nu+1}(x) \tag{1.19}$$

şeklinde reküran̂s bağıntıları bulunur. (Bu reküran̂s bağıntılarından faydalanarak siz de başka reküran̂s bağıntıları bulunuz). Kezâ $Y_\nu(x)$ fonksiyonları için de tıpatıp benzer reküran̂s bağıntılarının mevcûd olduğunu görmek çok kolaydır. Hususiyle bu reküran̂s bağıntılarından

$$J_0'(x) = -J_1(x) \tag{1.20}$$

ve

$$Y_0'(x) = -Y_1(x) \tag{2.21}$$

olduğu anlaşılmaktadır.

2. **BESSEL Fonksiyonlarının Diklik (Ortogonâllik) Özellikleri.** — Bu bahsin 1. bölümünden, $J_\nu(\lambda x)$ ve $J_\nu(\mu x)$ fonksiyonlarının, sırasıyla

$$\left\{\frac{d^2}{dx^2}+\frac{1}{x}\frac{d}{dx}+\left(\lambda^2-\frac{\nu^2}{x^2}\right)\right\}J_\nu(\lambda x)=0 \tag{2.2}$$

$$\left\{\frac{d^2}{dx^2}+\frac{1}{dx}\frac{d}{dx}+\left(\mu^2-\frac{\nu^2}{x^2}\right)\right\}J_\nu(\mu x)=0 \tag{2.2}$$

denklemlerinin çözümleri olduklarını bilmekteyiz. (2 . 1) ifâdesini $xJ_\nu(\mu x)$ ve (2 . 2) ifâdesini de $xJ_\nu(\lambda x)$ ile çarpıp 0 dan a ya kadar integre ettikten sonra bunları biribirlerinden çıkartacak olursak $\lambda\neq\mu$ olmak şartıyla:

$$\boxed{\int_0^a xJ_\nu(\lambda x)\cdot J_\nu(\mu x)dx=\frac{a}{\lambda^2-\mu^2}[\mu J_\nu(\lambda a)J_\nu'(\mu a)-\lambda J_\nu(\mu a)J_\nu'(\lambda a)]} \tag{2.3}$$

elde ederiz. $\lambda=\mu$ için (2 . 3) ifâdesine tekaabül eden bir ifâde, ε sonsuz küçük bir büyüklük olmak üzere, $\mu=\lambda+\varepsilon$ vazetmek ve TAYLOR teoreminden faydalandıktan sonra $\varepsilon\to0$ yapmakla elde edilir ve neticede

$$\boxed{\int_0^a x\left\{J_\nu(\lambda x)\right\}^2dx=\frac{a^2}{2}\left[\left\{J_\nu'(\lambda a)\right\}^2+\left(1-\frac{\nu^2}{\lambda^2a^2}\right)\right]\left\{J_\nu(\lambda a)\right\}^2} \tag{2.4}$$

elde edilir.

(2 . 3) deki integralin şu üç hâlde sıfır olabileceği kolayca tahkik edilir:

I) eğer

$$J_\nu(\lambda a)=0,\quad J_\nu'(\mu a)=0 \tag{2.5}$$

ise, yâni λa ve μa

$$J_\nu(x)=0$$

denkleminin kökleriyseler,

II) eğer

$$J_\nu'(\lambda a)=0\,, \quad J_\nu'(\mu x)=0 \tag{2.6}$$

ise, yâni λa ve μa

$$J_\nu'(x)=0$$

denkleminin kökleriyseler, veyâhut da

III) eğer λa ile μa, H ile bir sâbiti göstermek üzere,

$$xJ_\nu'(x)+HJ_\nu(x)=0 \tag{2.7}$$

denkleminin kökleriyseler.

λa ile μa nın (2 . 7) denkleminin kökleri olmaları hâlinde, $\delta_{\lambda\mu}$ KRO-ENECKER sembolü olmak üzere, yâni

$$\left.\begin{array}{l}\text{eğer } \lambda\neq\mu \text{ ise}\\ \text{eğer } \lambda=\mu \text{ ise}\end{array}\right\}\delta_{\lambda\mu}=\left\{\begin{array}{l}0\\1\end{array}\right.$$

olmak üzere gerek (2 . 4), gerekse (2 . 7) yi göz önünde tutup

$$C_\lambda=\frac{\left\{J_\nu(\lambda a)\right\}^2}{2\lambda^2}\left[H\left\{J_\nu(\lambda a)\right\}^2+\lambda^2a^2-\nu^2\right] \tag{2.8}$$

vazederek (2 . 3) ve (2 . 4) bağıntıları tek bir formül vâsıtasıyla ifâde olunabilirler ve:

$$\boxed{\int_0^a xJ_\nu(\lambda x)J_\nu(\mu x)dx=C_\lambda\,\delta_{\lambda\mu}} \tag{2.9}$$

olur. Bu,

$$\left.\begin{array}{l}\text{eğer } \lambda\neq\mu \text{ ise}\\ \\ \text{eğer } \lambda=\mu \text{ ise}\end{array}\right\}\int_0^a xJ_\nu(\lambda x)\,J_\nu(\mu x)dx=\left\{\begin{array}{l}0\\ \\ C_\lambda\end{array}\right.$$

demektir. Böylece VIII. Derste görmüş olduğumuz şekilde, birinci cins

BESSEL fonksiyonlarının da bu şartlar altında dik (ortogonâl) bir fonksiyon ailesi meydana getirdikleri görülmüş olur. İkinci ders BESSEL fonksiyonları da (2.1) ve (2.2) şeklindeki denklemleri tahkik ettiklerinden bunlar için de benzer şartlar tahtında benzer şekilde diklik (ortogonâllik) bağıntılarının mevcûd olduğu anlaşılmaktadır.

3. BESSEL Serileri; Bir Fonksiyonun BESSEL Serisine Açılması. — BESSEL fonksiyonları diklik bağıntılarını haiz olduklarından VIII. Derste görmüş olduğumuz veçhile belirli bir $0 \leq x \leq a$ aralığında sürekli olan bir $f(x)$ fonksiyonu bir BESSEL serisine açılabilir, yâni

$$f(x)=\sum_{m=0}^{\infty}\alpha_m J_\nu(\lambda_m x) \tag{3.1}$$

yazmak kaabildir. $f(x)$ fonksiyonunun bu BESSEL açılımındaki α_m katsayılarını tesbit etmek için (3.1) in her iki yanını $xJ_\nu(\lambda_n x)$ ile çarpıp 0 dan a ya kadar integre edelim; bu takdirde (2.9) a göre:

$$\int_0^a xf(x)J_\nu(\lambda_n x)dx=\sum_{m=0}^{\infty}\alpha_m\int_0^a xJ_\nu(\lambda_m x)J_\nu(\lambda_n x)dx=\alpha_n C_n$$

ve buradan da

$$\alpha_n=\frac{1}{C_n}\int_0^a xf(x)J_\nu(\lambda_n x)dx \tag{3.2}$$

bulunur. Eğer (3.1) de toplam

$$J_\nu(x)=0$$

denkleminin kökleri üzerinden alınmışsa

$$\alpha_n=\frac{2\lambda_n^2}{\left\{J_\nu(\lambda_n a)\right\}^2}\cdot\frac{1}{(\lambda_n^2a^2-\nu^2)}\int_0^a xf(x)J_\nu(\lambda_n x)dx \tag{3.3}$$

ve şâyet toplam

$$J_\nu'(x)=0$$

denkleminin kökleri üzerinden alınmışsa

$$\alpha_n=\frac{2}{a^2\left\{J_\nu'(\lambda_n a)\right\}^2}\int_0^a xf(x)J_\nu(\lambda_n x)dx \qquad (3.4)$$

ifâdeleriyle verilir.

Bu bölümde gâyet tabiî BESSEL serilerinin yakınsaklığı gibi fevkalâde çetin bir meseleye temas etmemiz bahis konusu olamaz. Bu hususu derinleştirmek isteyenler bahsin sonundaki bibliyografyada zikredilen WATSON'un eserine müracaat edebilirler.

4. **Tâdil Edilmiş BESSEL Fonksiyonları.** — Şimdi

$$\frac{d^2R}{dx^2}+\frac{1}{x}\frac{dR}{dx}+\left(1-\frac{\nu^2}{x^2}\right)R=0$$

BESSEL denkleminde $x=iz$ vazedersek

$$\frac{d^2R}{dz^2}+\frac{1}{z}\frac{dR}{dz}-\left(1+\frac{\nu^2}{z^2}\right)R=0 \qquad (4.1)$$

şeklinde bir denklem elde ederiz. ν tamsayı oldukça bu denklemin genel çözümünün

$$R(z)=AJ_\nu(iz)+C\,Y_\nu(iz) \qquad (4.2)$$

şeklinde olduğu âşikârdır. Ancak tabiatta, çözümleri kompleks şekilden ziyâde reel şekilde vermek tercih edilir. Bu sebepten ötürü BESSEL fonksiyonlarını **tâdil etmek** lâzımdır.

(1.10) da $x=iz$ vazedersek

$$J_\nu(iz)=i^\nu\sum_{k=0}^{\infty}\frac{\left(\frac{z}{2}\right)^{\nu+2k}}{k!(\nu+k)!}$$

bulunur. ν - *üncü mertebeden birinci cins tâdil edilmiş BESSEL fonksiyonu* diye

$$I_\nu(z) = i^{-\nu} J_\nu(iz) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\left(\frac{z}{2}\right)^{\nu+2k}}{k!(\nu+k)!} \tag{4.3}$$

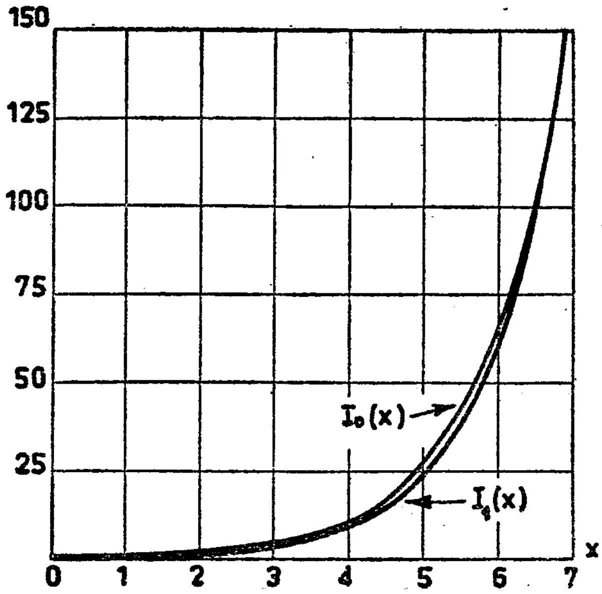
ifâdesine denir. (4 . 3) den hareket ederek

$$I_\nu(z) = I_{-\nu}(z) \tag{4.4}$$

ve

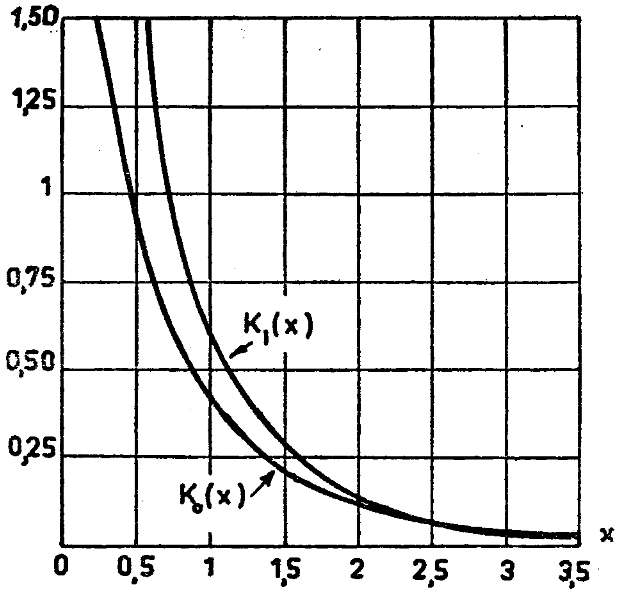
$$I_\nu(-z) = (-1)^\nu I_\nu(z) \tag{4.5}$$

olduğu gösterilebilir.



Şekil: E III . 3. Sıfırıncı ve birinci mertebeden 1. cins tâdil edilmiş BESSEL fonksiyonlarının değişimi.

ν tamsayı olmadığı takdirde (4 . 1) denkleminin ikinci müstakil özel çözümü tıpkı BESSEL diferansiyel denkleminin ikinci müstakil özel çözümünün tâyin edilişi gibi bir metotla bulunur. Buna da ν - üncü mertebeden ikinci cins tâdil edilmiş BESSEL fonksiyonu adı verilir, ve bu $K_\nu(z)$ ile gösterilir. Nötronların difüzyon teorisinde bizi yalnız $I_0(x)$, $I_1(x)$, $K_0(x)$ ve $K_1(x)$ fonksiyonları ilgilendirmektedir. ν ne olursa olsun gerek $I_\nu(x)$ in ve gerekse $K_\nu(x)$ in ancak sanal kökleri haiz olduklarını da ispatlamak kaabildir.



Şekil: E III. 4. Sıfırıncı ve birinci mertebeden 2. cins tâdil edilmiş BESSEL fonksiyonlarının değişimi.

Asimtotik açılımlar hâriç $I_\nu(x)$ ve $K_\nu(x)$ fonksiyonları $J_\nu(x)$ ve $Y_\nu(x)$ in bu bahsin 1., 2. ve 3. bölümlerinde tahkik ettikleri bütün bağıntıların tıpatıp benzerlerini tahkik ederler. Bu dört çeşit fonksiyona, genel olarak, silindirik simetriyi haiz problemlerde rastlanıldıklarından dolayı, silindir fonksiyonları adı verilir. Bunların teorisini, birinci cins veyâ ikinci cins v.s... diye tefrik etmeden tamamen genel bir şekilde kurmak da mümkündür.

Bibliyografya

BESSEL fonksiyonlarının sırf metamatik yönünden incelenmesi için şu eser tavsiye edilebilir

G. N. WATSON: *A Treatise on the Theory of Bessel Functions, Cambridge Universitfi Press, 2 nd edition (1944).*

BESSEL fonksiyonlarının tatbikatı için de şu esere müracat ediniz:

N. W. McLACHLAN: *Bessel Functions for Engineers, Oxford Üniversity Press 2 nd edition (1961).*

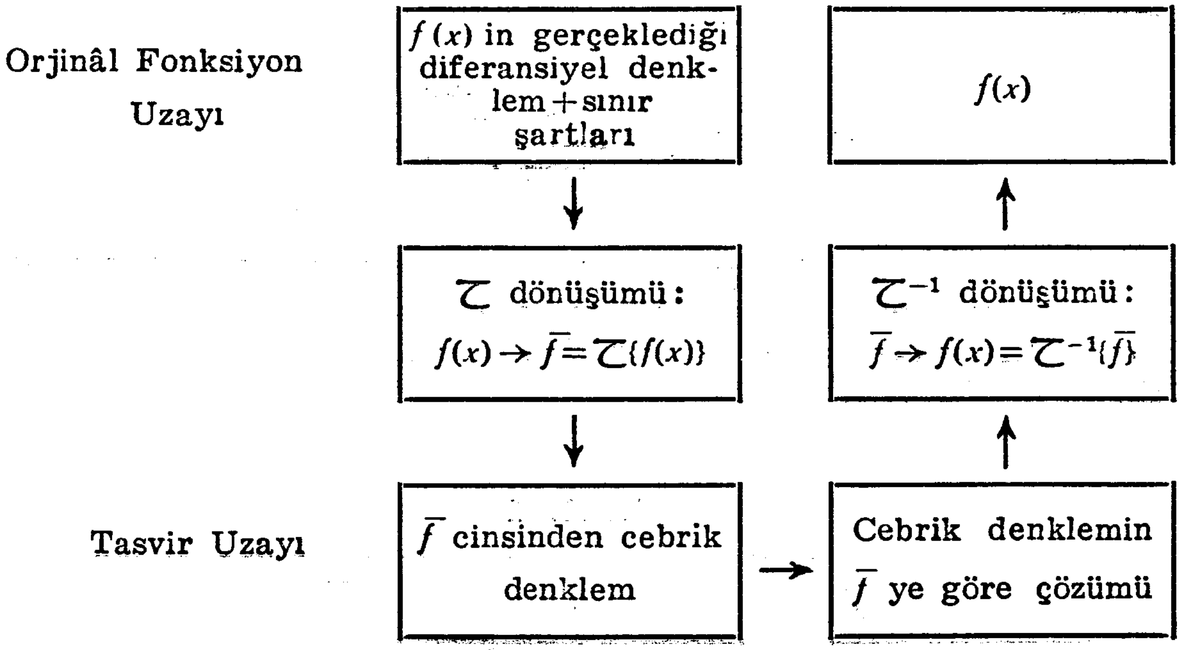
EK IV

Fonrier ve Laplace Dönüşümleri

1. **Giriş.** — Gerek FOURİER ve gerekse LAPLACE dönüşümleri bilhassa, fizikî tatbikatta karşımıza çıkan diferansiyel ve integrâl denklemleri büyük bir kolaylıkla hâlletmemizi temin eden metotlardır. Fizikî tatbikatta karşımıza çıkan diferansiyel ve integrâl denklemlerin çözülmeleri iki safha arzeder; birincisi: bu denklemlerin matematik çözümlerinin bulunması, yâni genel çözümlerin tâyini; ikincisi de: bu genel çözümlere sınır şartlarının tatbikiyle özel çözümlerin elde edilmesi. FOURİER veyâ LAPLACE dönüşümleri metoduyla diferansiyel ve integrâl denklemleri çözmenin bize sağladığı fayda herşeyden önce mezkûr denklemleri sırasına göre daha basit diferansiyel denklemlere ircâ etmenin veyâ tamamen cebrik denklemlere dönüştürmenin sağladığı çalışma kolaylığıdır. Şimdi bunu şematik bir tarzda özetleyelim; anlayışı güçleştirmemek için süreklilik meselelerine temas etmeyeceğiz:

$f(x)$ diye bir fonksiyon muayyen bir âdî diferansiyel denklemi tahkik etsin. $\mathcal{T}$ ile FOURİER veyâ LAPLACE dönüşümlerinden birini göstereceek olursak $\mathcal{T}$ nin $f(x)$ e tatbikiyle $\mathcal{T}\{f(x)\}$ ile göstereceğimiz bir *tasvir fonksiyonu* elde ederiz. Belirli fonksiyonlara dönüşümünü tatbik etmek suretiyle muhtelif $f(x)$ fonksiyonlarıyla bunların dönüşmüşleri arasındaki tekaabüliyeti gösteren cetveller tertiplenebilir. Bu cetveller bir lûgat gibi herbir $f(x)$ e *tasvir uzayında* tekaabül eden $\bar{f}=\mathcal{T}\{f(x)\}$ i ve tersine olarak herbir $\bar{f}=\mathcal{T}\{f(x)\}$ e de orijinâl fonksiyon uzayında tekaabül eden $f(x)$ i verirler. Tasvir uzayından orijinâl uzaya dönüşümü de $\mathcal{T}^{-1}$ ile göstereceğiz. $\mathcal{T}^{-1}\mathcal{T}=\mathcal{T}\mathcal{T}^{-1}=1$ olduğu yâni bir $f(x)$ fonksiyonuna $\mathcal{T}$ dönüşümünü tatbik ettikten sonra elde edilene bu sefer de $\mathcal{T}^{-1}$ dönüşümünü tatbik edecek olursak gene $f(x)$ elde edilmekte olduğu ileride anlaşılacaktır.

Böylelikle eğer $f(x)$ in tahkik ettiği âdî diferansiyel denkleme veyâ integral denkleme $\mathcal{T}$ tatbik edecek olursak birinci paragrafta söylediğimiz gibi $\bar{f}=\mathcal{T}\{f(x)\}$ in tahkik ettiği cebrik bir denklem buluruz. Bu cebrik denklemden $\bar{f}=\mathcal{T}\{f(x)\}$ fonksiyonunu çözüp de buna $\mathcal{T}^{-1}$ dönüşümünü tatbik edersek böylece orijinâl fonksiyon uzayında $f(x)$ i yâni başlangıçta göz önüne aldığımız diferansiyel (veyâ integrâl) denklemi tahkik eden $f(x)$ fonksiyonunun ifâdesini elde etmiş oluruz. (Bk. Şekil: E IV.1).



Şekil: E IV.1

Bu metodun bir başka cephesi de şudur: $\mathcal{T}$ yi $f(x)$ e tatbik ettiğimizde ortaya çıkan cebrik denklem $f(x)$ in sınır şartlarını da ihtivâ eder. Böylece $\bar{f}$ ye $\mathcal{T}^{-1}$ dönüşümünü tatbik ettikten sonra elde edeceğimiz ve nazar-i itibara aldığımız denklemin çözümü olan $f(x)$ fonksiyonu artık değerleri birtakım girift hesaplarla tâyin edilecek olan integrasyon sâbitlerini ihtivâ etmez.

FOURİER dönüşümü, $-\infty<x<+\infty$ aralığında târif edilmiş integre edilebilir $f(x)$ fonksiyonları ve LAPLACE dönüşümü de $0<x<\infty$ aralığında târif edilmiş integre edilebilir $f(x)$ fonksiyonları için uygundur.

2. **FOURİER Dönüşümü.** — $-\infty<x<\infty$ aralığında târif edilmiş ve integre edilebilir bir $f(x)$ fonksiyonunun $\bar{f}(s)=\mathbf{F}\{f(x)\}$ FOURİER dönüşmüşü diye

$$\bar{f}(s)=\mathbf{F}\{f(x)\}=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)e^{-isx}dx \tag{2.1}$$

ifâdesine denir. $\bar{f}(s)$ yi tâyin etmek için yapılan işleme de FOURİER dönüşümü adı verilir. Bir $\bar{f}(s)$ fonksiyonunun ters FOURİER dönüşmüşünün de

$$f(x)=\mathbf{F}^{-1}\{\bar{f}(s)\}=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{+\infty} \bar{f}(s)e^{ixs}ds \tag{2.2}$$

ifâdesiyle elde edileceği ispatlanır. Bu ifâdelere binâen bazı fonksiyonlar için «dönüşüm lûgatçeleri» tesis edilebilir. Cetvel: 1 bazı fonksiyonların FOURİER dönüşmüşlerini vermektedir. Daha tam listeler için bahsin sonundaki referanslara müracaat ediniz.

Cetvel: 1

$f(x)$	$\bar{f}(s)$
$f(ax)$	$\frac{1}{a}\bar{f}\left(\frac{s}{a}\right)$
$e^{ixa}f(x)$	$\bar{f}(s+a)$
$f(x+a)$	$e^{isa}\bar{f}(s)$
$\delta(x)$	$\frac{1}{\sqrt{2\pi}}$
$\frac{\sin ax}{x}$	$\lvert s \rvert < a$ için $\sqrt{\frac{\pi}{2}}$
	$\lvert s \rvert > a$ için 0

Ctvel: 1 (devam)

$\sin ax^2$	$\frac{1}{\sqrt{2a}} \sin\left(\frac{s^2}{4a} + \frac{\pi}{4}\right)$
$\cos ax^2$	$\frac{1}{\sqrt{2a}} \sin\left(\frac{s^2}{4a} - \frac{\pi}{4}\right)$
$\frac{1}{\|x\|}$	$\frac{1}{\|s\|}$
$\frac{1}{x^2+a^2}$	$\sqrt{\frac{\pi}{2a}}\, e^{-a\|s\|}$
$\frac{1}{\sqrt{a^2-x^2}}$ $\|x\|<\|a\|$ için 0 $\|x\|>0$ için	$\sqrt{\frac{\pi}{2}}\, J_0(as)$
$\frac{1}{\sqrt{a^2+x^2}}$	$\sqrt{\frac{2}{\pi}}\, K_0(a\|s\|)$
$\frac{\cos(b\sqrt{a^2-x^2})}{\sqrt{a^2-x^2}}$ $\|x\|<0$ 0 $\|x\|>0$	$\sqrt{\frac{\pi}{2}}\, J_0(a\sqrt{s^2+b^2})$
$\frac{\mathrm{ch}\,(b\sqrt{a^2-x^2})}{\sqrt{a^2-x^2}}$ $\|x\|<a$ 0 $\|x\|>0$	$\sqrt{\frac{\pi}{2}}\, J_0(a\sqrt{s^2-b^2})$

Bundan başka FOURİER dönüşmüşü şu mühim özellikleri de haizdir:

I) f ve g iki fonksiyon olmak üzere

$$f*g=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{+\infty} g(\eta)f(x-\eta)d\eta$$

ifâdesine f ve g fonksiyonlarının $(-\infty, +\infty)$ aralığındaki konvülasyonu adı verilir. Eğer $\bar{f}$ ve $\bar{g}$ ile f ve g nin FOURİER dönüşmüşlerini gösterecek olursak

$$\mathbf{F}\{\bar{f} \cdot \bar{g}\} = f * g \tag{2.3}$$

olduğu ispatlanır.

II) Eğer $x \to \pm\infty$ için $f(x)$ fonksiyonunun (n - 1) - inci türevine kadar bütün türevleri sıfır oluyorsa ve üstelik fonksiyonun kendisi de aynı limitler için sıfırsa, bu takdirde $f(x)$ in n - inci türevinin FOURİER dönüşmüşünün

$$\mathbf{F}\left\{\frac{d^n f(x)}{dx^n}\right\} = (-is)^n \bar{f}(s) \tag{2.4}$$

ifâdesiyle verildiği ispatlanır.

Şimdi $f(x, y)$ gibi iki müstakil değişkene bağlı ve $(-\infty < x < \infty, -\infty < y < \infty)$ bölgesinde integrali haiz bir fonksiyon olsun. Bu takdirde $f(x, y)$ nin x e veyâ y ye göre FOURİER dönüşmüşü hesaplanabilir:

$$\bar{f}(s_1, y) = \mathbf{F}_x\{f(x, y)\} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) e^{-is_1 x} dx$$

$$\bar{f}(x, s_2) = \mathbf{F}_y\{f(x, y)\} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) e^{-is_2 y} dy$$

$f(x, y)$ nin hem x ve hem de y ye göre aynı anda FOURİER dönüşmüşü olan $f(s_1, s_2)$ de

$$\bar{f}(s_1, s_2) = \mathbf{F}\{f(x, y)\} = \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\right)^2 \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) e^{-i(s_1 x + s_2 y)} dx\, dy \tag{2.5}$$

bağıntısıyla târif edilir ve buna çift katlı FOURİER dönüşümü adı verilir. Buna göre çift katlı ters FOURİER dönüşümü de

$$f(x,y)=\mathbf{F}^{-1}\{\bar{f}(s_1, s_2)\}=\left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\right)^2\int_{-\infty}^{+\infty}\bar{f}(s_1.s_2)e^{(xs_1+ys_2)}ds_1ds_2 \qquad (2.6)$$

bağıntısıyla elde edilir.

Genel olarak x_1, x_2,......, x_n gibi n adet müstakil değişkene bağlı bir $f(\vec{x})=f(x_1, x_2,......, x_n)$ fonksiyonunun bütün müstakil değişkenlere göre n katlı FOURİER dönüşmüşü de,

$$\vec{x}=\sum_{i}^{n}x_i\vec{e_i}$$

ve

$$\vec{s}=\sum_{i}^{n}s_i\vec{e_i}$$

vazederek,

$$\mathbf{F}\{f(\vec{x})\}=\bar{f}(\vec{s})=\left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\right)^n\underbrace{\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\cdots\int_{-\infty}^{+\infty}}_{n}f(\vec{x})e^{-i\vec{s}\cdot\vec{x}}d\vec{x} \qquad (2.7)$$

şeklinde târif edilir. n katlı ters FOURİER dönüşümü de benzer şekilde

$$f(\vec{x})=\mathbf{F}^{-1}\{\bar{f}(\vec{s})\}=\left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\right)^n\underbrace{\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\cdots\int_{-\infty}^{+\infty}}_{n}\bar{f}(\vec{s})e^{i\vec{s}\cdot\vec{x}}d\vec{s} \qquad (2.8)$$

olarak târif olunur.

3. **LAPLACE Dönüşümü.** — $0<x<\infty$ aralığında târif edilmiş integre edilebilir bir $f(x)$ fonksiyonunun $\bar{f}(\omega)=\mathbf{L}\{f(x)\}$ LAPLACE dönüşmüşü diye

$$\bar{f}(\omega)=\mathbf{L}\{f(x)\}=\int_0^\infty f(x)e^{-\omega x}\,dx \tag{3.1}$$

ifâdesine denir. $\bar{f}(\omega)$ yı tâyin etmek için yapılan işleme de LAPLACE dönüşümü adı verilir. Ters LAPLACE dönüşümünün de

$$f(x)=\mathbf{L}^{-1}\{\bar{f}(\omega)\}=\int_0^\infty \bar{f}(\omega)e^{\omega x}\,d\omega \tag{3.2}$$

ile verildiği tesbit edilir.

$f(x)$ in n - inci türevinin LAPLACE dönüşmüşü hesaplanacak olursa bunun

$$\mathbf{L}\left\{\frac{d^n f(x)}{dx^n}\right\}=\omega^n\bar{f}(\omega)-\omega^{n-1}f(+0)-\omega^{n-2}\left(\frac{df(x)}{dx}\right)_{x=0}-$$
$$-\omega^{n-3}\left(\frac{d^2f(x)}{dx^2}\right)_{x=0}-\cdots-\omega\left(\frac{d^{n-2}f(x)}{dx^{n-2}}\right)_{x=0}-\left(\frac{d^{n-1}f(x)}{dx^{n-1}}\right)_{x=0} \tag{3.3}$$

olduğu görülür. LAPLACE dönüşümü için de konvolüsyon teoremi câridir. Cetvel: 2 bazı fonksiyonların LAPLACE dönüşmüşlerini vermektedir.

Cetvel: 2

$f(x)$	$\bar{f}(\omega)$
$e^{-ax}f(x)$	$\bar{f}(\omega+a)$
$\frac{f(x)}{x}$	$\int_\omega^\infty \bar{f}(\sigma)\,d\sigma$

Cetvel: 2 (devam)

$\int_0^x \frac{F(\xi)d\xi}{\xi}$	$\frac{1}{\omega}\int_0^\omega \bar{f}(\sigma)d\sigma$
$\frac{f(x)}{x^n}$	$\underbrace{\int\int\cdots\int_\omega^\infty}_{n} \bar{f}(\sigma)d\sigma$
$f_1(x)*f_2(x)=\int_0^x f_1(\xi)f_2(x-\xi)d\xi=$ $=\int_0^x f_1(x-\xi)f_2(\xi)$	$\bar{f}_1(\omega)\cdot\bar{f}_2(\omega)$
$f(x)\sin ax$	$\frac{1}{2i}[\bar{f}(\omega-ia)-\bar{f}(\omega+ia)]$
$f(x)\cos ax$	$\frac{1}{2}[\bar{f}(\omega-ia)+\bar{f}(\omega+ia)]$
$f(x)\,\mathrm{sh}\,ax$	$\frac{1}{2}[\bar{f}(\omega-a)-\bar{f}(\omega+a)]$
$f(x)\,\mathrm{ch}\,ax$	$\frac{1}{2}[\bar{f}(\omega-a)-\bar{f}(\omega+a)]$
$\sum_n^\infty \frac{1}{n} f\left(\frac{x}{n}\right)$	$\int_0^\infty \frac{f(x)}{e^{\omega x}-1}dx$
1	$\frac{1}{\omega}$
e^{ax}	$\frac{1}{\omega-a}$

Cetvel: 2 (devam)

x	$\frac{1}{\omega^2}$
sin ax	$\frac{a}{\omega^2+a^2}$
sh ax	$\frac{a}{\omega^2-a^2}$
cos ax	$\frac{\omega}{\omega^2+a^2}$
ch ax	$\frac{\omega}{\omega^2-a^2}$

FOURİER dönüşümü için de olduğu gibi birden fazla katlı LAPLACE dönüşümleri de târif etmek mümkündür. Fakat biz burada bunların teferruatına girmeyeceğiz.

FOURİER dönüşümünü XIII. Derste tatbik etmiştik. LAPLACE dönüşümüne ait bir tatbikatı da XVIII. Derste görmüştük. Şimdi burada da LAPLACE dönüşümünden faydalanarak n - inci mertebeden sâbit katsayılı âdî bir diferansiyel denklemin nasıl çözülebildiğini inceleyip bu metodun safhalarını Şekil: E IV . 1 deki şemayla karşılaştıracağız. Bunun için

$$\frac{d^n f(x)}{dx^n}+c_{n-1}\frac{d^{n-1}f(x)}{dx^{n-1}}+\ldots+c_1\frac{df(x)}{dx}+c_0 f(x)=G(x) \tag{4.4}$$

diferansiyel denklemini göz önüne alalım. Eğer başlangıç şartlarının

$$f(0)=f'(0)=\ldots=f^{(n-1)}(0)=0$$

olduklarını kabul edersek (4 . 4) e LAPLACE dönüşümünü tatbik ettiğimizde bu diferansiyel denklem

$$\omega^n\overline{f}(\omega)+c_{n-1}\omega^{n-1}\overline{f}(\omega)+\ldots+c_1\omega\overline{f}(\omega)+b_0\overline{f}(\omega)=\overline{G}(\omega)$$

şeklinde bir cebrik denkleme dönüşür. Şimdi

$$\omega^n + c_{n-1}\omega^{n-1} + \cdots + c_1\omega + c_0 = P(\omega) \tag{4.6}$$

vazederek (4 . 5) den $f(x)$ in LAPLACE dönüşmüşünün ifâdesini bulabiliriz:

$$\overline{f}(\omega) = \frac{\overline{G}(\omega)}{P(\omega)} \tag{4.7}$$

Elemanter matematik analizden bildiğimiz şekilde $1/P(\omega)$ yı basit kesirler ayırmak mümkündür. Eğer $P(\omega)$ nın bütün a_ν $(\nu=1, 2, \ldots\ldots n)$ kökleri biribirlerinden farklıysalar

$$\frac{1}{P(\omega)} = \sum_{\nu=1}^{n} \frac{1}{P'(a_\nu)} \frac{1}{\omega - a_\nu} \tag{4.8}$$

olduğunu göstermek mümkündür. (Nasıl? Deneyiniz); Bu takdirde

$$H(x) = L^{-1}\left\{\frac{1}{P(\omega)}\right\} = \sum_{\nu=1}^{n} \frac{e^{a_\nu x}}{P'(a_\nu)} \tag{4.9}$$

olur. Buradan da Cetvel: 2 de ifâdesini vermiş olduğumuz konvolüsyon teoreminden faydalanarak (4 . 4) diferansiyel denkleminin çözümü olarak

$$f(x) = G(x) * H(x) \tag{4.10}$$

yazılır. a_ν kökleri mükerrer veyâ kompleks de olabilirler. Bu takdirde dahi basit kesirlere parçalama işlemi zahmetsizce yürütülebilir.

(4 . 4) denkleminin çözüm safhalarını Şekil: E IV . 1 deki şemayla mukayese ediniz.

LAPLACE ve FOURİER dönüşümlerini bellibaşlı iki avantajları vardır:

I) Diferansiyel denklemleri klâsik metotla çözmek istersek önce bunların genel çözümlerini bulur ve sonra da bunun ihtivâ ettiği sâbitleri başlangıç şartlarına göre tâyin ederiz. Bu sâbitlerin tâyini ise göz önüne alınan denklemin mertebesi kadar bilinmeyeni ve aynı sayıda denklemi haiz bir denklem sisteminin çözümünü icâbettirir. Eğer $n>3$ ise bu iş kolay kolay içinden çıkılmayacak derecede bir giriftlik arzeder. Hâlbuki LAPLACE veyâ FOURİER dönüşümünde başlangıç şartları otomatik bir şekilde nazar-ı itibâra alınmaktadır ve böylece de cebrik bir denklemin hâlli gibi meşakkat verici bir mecbûriyetten kurtulmuş olunmaktadır. Bundan başka (4 . 4) denklemini çözerken başlangıç şartlarına tekaabül eden değerlerin hepsinin sıfır olduklarını kabul etmemizin genelliği tahdidedici bir keyfiyet olduğu sanılmamalıdır, zirâ bunlar eğer sıfırdan farklıysalar bunlardan ileri gelen sâbit ifâdeleri cebrik denklemin sağ yanına geçirip $\bar{f}(\omega)$ yı gene aynı rahatlıkla çözmek kabildir.

II) Klâsik metotla önce homogen denklemin çözülüp sonra da sâbitlerin değişimi metodu vâsıtasıyla homogen olmayan denklemin çözülmesine mukabil LAPLACE ve FOURİER dönüşümleri homogen olmayan denklemin çözümünü doğrudan doğruya vermektedirler.

Gerek FOURİER ve gerekse LAPLACE dönüşümleri çok daha genel dönüşümler olan «integrâl dönüşümler» in özel hâlleridir. Bir $f(x)$ fonksiyonunun $K(x, y)$ çekirdek fonksiyonuna (veyâ kısaca çekirdeğine) göre belirli bir B bölgesindeki integrâl dönüşmüşü diye

$$\bar{f}(y) = \int_B K(x,y) f(x) dx \tag{4.11}$$

ifâdesine denir. Bu târife göre FOURİER dönüşümü

$$K(x,y) = \frac{e^{-ixy}}{\sqrt{2\pi}}$$

ve LAPLACE dönüşümü de

$$K(x,y) = e^{-xy}$$

hâline tekaabül etmektedir.

Bibliyografya

I. SNEDDON: Fourier Transforms, Mc. Graw Hill,

G. DOETSCH: Handbuch der Laplace - Transformation, in 3 Bände, Verlag Birkhäuser, (1950 — 1956).

M. PARODİ: La transformation de Laplace et ses applications, Gauthier - Villars,

GENEL BİBLİYOGRAFYA

Bu kısımda «Nötronların Difüzyon Teorisi» nin 1. cildini yazarken doğrudan doğruya faydalandığımız kaynakları (a) ve okuyucuya bu mevzuda faydalı olabilecek diğer kitapları da (b) bölümünde toplamış bulunuyoruz.

(a)

KİTAPLAR

T. KAHAN, M. GAUZİT: Physique et Calcul des Réacteurs Nucléaires, 1. cild, Dunod Ed., (1957).

S. GLASSTONE, M. EDLUND: The Elements of Nuclear Reactor Theory, Van Nostrand, 6. baskı, (1957).

H. ETHERINGTON: Nuclear Engineering Handbook, Mc Graw Hill, (1958).

A. WEINBERG, E. P. WIGNER: The Physical Theory of Neutron Chain Reactors, Chicago University Press, (1958).

K. WIRTZ, K. H. BECKURTS: Elementare Neutronenphysik, Springer Verlag, (1958).

R. L. MURRAY: Nuclear Reactor Physics, Prentice Hall, (1959).

R. V. MAGHREBLIAN, D. K. HOLMES: Reactor Analysis, Mc. Graw Hill, (1960).

GENIE ATOMIQUE, 1. cild, Presses Universitaires de France. (1960).

MAKALELER:

A. Y. ÖZEMRE: Aperçu général de la théorie élémentaire de la diffusion des neutrons à n groupes pour les milieux multiplicateurs critiques entourés de réflecteurs, **Rev. Fac. Sci. İst., Série: A, 23,** 19 - 27, (1958).

A. Y. ÖZEMRE: Etude qualitative de l'équation critique des milieux multiplicateurs de neutrons d'après la théoire de la diffusion à n groupes d'énergie, **Rev. Fac. Sci. İst., Série: A, 23,** 33 - ,39, (1958).

A. Y. ÖZEMRE: Time - dependent neutron fluxes according to multigroup diffusion theory, **NUKLEONİK, 1,** 347 - 351, Springer Verlag, (1959).

A. Y. ÖZEMRE: Etude des flux neutroniques créés par l'introduction des neutrons d'allumage dans un milieu multiplicateur vierge, **NUKLEONİK, 2,** 100 - 105, Springer Verlag, (1960).

A. Y. ÖZEMRE: The expression for the extrapolation lenght in the case of one group time - dependent neutron diffusion, **NUKLEONİK, 3,** 256 - 257, Springer Verlag, (1961).

A. Y. ÖZEMRE: On a direct and intuitive method for the derivation of the relation between k_∞ and k_{eff}, and its generalization to media with reflector, **NUKLEONİK, 5,** Springer Verlag, (1963).

(b)

M. SİLVESTRİ, L. ORSONİ: **Fisica dei Reattori Nucleari,** Politecnico di Milano, 2. baskı, (1955).

STEPHENSON: **Introduction to Nuclear Engineering,** Mc Graw Hill, (1957).

W. RIEZLER, W. WALCHER: **Kerntechnik,** B. G. Teubner Verlagsgeselschaft, (1958).

F. CAP: **Physik und Technik der Atomreaktoren,** Springer Verlag, (1958).

J. J. SYRETT: **Nuclear Reactor Theory,** Temple Press (1958).

E. AMALDİ: The production and slowing down of neutrons, **Handbuch der Physik, XXXIII/2,** Springer Verlag, (1959).

H. GRÜMM, K. H. HÖCKER: **Lexikon der Kerntechnik,** 2 cild, Franckh'sche Verlag, (1959).

A. D. GALANIN: **Thermal Reactor Theory,** Pergoman Press, (1960).

S. E. LIVERHANT: **Elementary Introduction to Nuclear Reactor Physics,** Wiley, (1960).

İNDEKS

A

Absorplayıcı ortam 1
Albedo 130, 131, 147
Altkritik ortam 42, 113
Asimtotik çözüm (nötronların yavaşlamasında $\alpha \neq 0$, $\Sigma_a = 0$ için) 181
Asimtotik hâl (nötronların yavaşlama yoğunluğu için) 185
Asimtotik ifâdeler (BESSEL fonksiyonları için) 292

B

Basınçlı reaktör 61
Başlangıç şartı 272
Beklenen değer 282
Belirsizlik bağıntısı 26
BESSEL diferansiyel denklemi 119, 286
BESSEL fonksiyonları 119, 286
BESSEL serileri 296
Bileşik çekirdek 22, 26
Biyolojik kalkan 63
BOLTZMANN sâbiti 32
BREİT - WİGNER formülü 22, 27

Ç

Çağ 202
Çağ denklemi 201, 202
Çağ teorisi 197, 215
Çarpışma aralığı 178, 181, 185, 186
Çarpışma yoğunluğu 168
Çoğalma katsayısı (veyâ Çoğalma çarpanı) 41, 47
Çoğaltkan ortam 1, 111
Çokguruplu difüzyon teorisi 231, 240, 253, 271

D

Dağılım fonksiyonu (ihtimâl yoğunluğuna bağlı) 281
Damla modeli (çekirdeğin...) 4, 12
de BROGLİE dalgası 28, 65
Değişkenlerin ayrışımı metodu 98, 110
Difüzyon denklemi 74, 75
Difüzyon katsayısı 72
Difüzleyici ortam 1, 96
Difüzyon uzunluğu 86, 87, 89, 90, 213
Dik fonksiyonlar 101, 294
DİRAC fonksiyonu 100, 101, 205
Dispersiyon 65
DOPPLER genişlemesi 39

E

Eksite hâl Bk. Uyartılmış hâl
Eksotermik Bk. Enerji - veren
Ekstrapole uzunluk Bk. Uzatılmış uzunluk
Esnek çarpışma 195, 238
Esnek olmayan çarpışma 238
Esnek olmayan saçılma 3
Esnek saçılma 2, 151, 188
Esnek saçılma ihtimâli 157
Elektronvolt 3
Enerji - alan 26
Enerji - veren 4, 24

Endotermik Bk. Enerji - alan
Epitermik nötronlar Bk. Ilıkötesi nötronlar
Eşdeğer çıplak çoğaltkan ortam 142
Eşik enerjisi 3
Eşitenerjili nötronlar 85
Eşlenik reaktörler 57
Etkin çoğalma katsayısı 48, 145
Etkin tesir kesitler 38

F

FERMİ'nin çağ teorisi 197, 231
FERMİ çözümü ($\Sigma_a \ll \Sigma_s$ için) 187
FİCK kanunu 72, 125, 200, 284
Fisyon 4
Fisyonluk çekirdekler, fisyonluk madde 5, 58, 213
Fisyon spektrumu 7, 34, 216
Fisyon ürünleri 4, 8
Fotofisyon 4, 52, 53
FOURİER dönüşümü 206, 300, 301
FROBENİUS metodu (diferansiyel denklemleri çözmek için) 287

G

GAUSS teoremi, GAUSS formülü 72, 125, 284
Gecikmiş nötronlar 10, 51
Geometrik akıbüküm 109, 113, 218
Göç teorisi 82
Göç alanı 222
GÖRTZEL - GREULİNG çözümü (yavaş değişen Σ_a hâli için) 192
Güç hesabı 63
Güç reaktörleri 60

H

Havuz tipi reaktör 61
HELMHOLTZ diferansiyel denklemi 109
Heterogen reaktörler 57
Hızların terkibi 153
Hızlı reaktörler 8
Hidrojenli ortam 171, 226
Homogen reaktörler 57

İ

İhtimâller hesabı 17, 277
İhtimâl yoğunluğu 280, 281
İkiguruplu difüzyon teorisi 259
İntegrâl dönüşümler 310

I

Ilık faydalanma katsayısı 222
Ilık kazanç çarpanı 46
Ilık nötronlar 2, 21, 214, 220
Ilıkötesi nötronlar 21

K

Kaynak şartı 96, 97
Kendikendine fisyon 4
Kısmî yarı genişlik 26
Konvolüsyon teoremi 304, 306
Kritik çoğaltkan ortam 42, 113, 116, 118, 121
Kritik hacım 48
Kritik kütle 48
Kritiklik denklemi 113, 124, 219, 221, 226, 229, 269
K - sistemi 151
Kütle birimi: KB 2
Kütle merkezi sistemi 151
KROENECKER sembolü 295

L

Lâboratuvar sistemi 151
LAPLACE dönüşmüşü 273, 300, 306

Letarji 159, 198, 234
L - sistemi 151

M

Maddesel akıbüküm 107, 109, 113, 128
Magneton 2
MAXWELL-BOLTZMANN dağılımı 32, 37
Moderatör Bk. Yavaşlatıcı

N

Nötron 2
Nötron akımı 68, 72, 77, 78
Nötron akısı 35, 68, 77, 79
Nötronların çağı Bk. Çağ
Nötronların ortalama ömrü 17
Nötronların sıcaklığı 32, 33
Nötron nesli 41
Nötrino 9
Nötron sızıntısı 48, 94, 123

O

OKRENT denklemleri 239, 240, 249, 250, 252
Organik yavaşlatıcılı reaktör 62
Orijinâl fonksiyon uzayı 301
Ortalama değer 282
Ortalama logaritmik enerji kaybı 160
Ortalama serbest yol 16
Ortalama serbest transport yolu 76, 159, 163
Ortogonâl fonksiyonlar Bk. Dik fonksiyonlar

Ö

Özgül bağ enerjisi 4, 12

P

Pertürbasyonlar 186, 188
PLACZEK çözümü 178

R

Reaktiflik 42
Reaktiflik tasarrufu 147, 148
Reaktörler teorisinin 1. temel teoremi 164
Reflektör Bk. Yansıtıcı
Rezolüsyon 65
Rezonans bölgesi 21, 174
Rezonans enerjisi 28, 189
Rezonanslar, Rezonans tepeleri 21, 175, 188, 191
Rezonansa tutulmama ihtimâli 173, 175, 187, 188, 190, 194

S

Simetri şartı 84, 97, 114, 122, 256
Sınır şartları 82, 84, 85, 122, 136, 204, 257, 264
Sonlu çoğaltkan ortam 47
Sonsuz çoğaltkan ortam 44
Spektrometre 65
Spin 27
Su kaynatan reaktör 61
Su tankı reaktör 61
Sürekli yavaşlama modeli (nötronlar için) 197, 199, 231, 232

T

Tâdil edilmiş BESSEL fonksiyonları 297
Tasvir uzayı 301
Termik kalkan 63
Tesir kesidi, mikroskopik 14
» , makroskopik 15
» , yavaşlama 19, 191

» , esnek saçılma 19
» , esnek olmayan saçılma 19
Tesir kesidi, fisyon 19
» , absorplama 19
» , yakalanma 19
» , **gamma capture** 19
» , toplam 18
» , transport 75
» , fisyonluk elementlerin ılık enerji için 20
Toplam albedo 147
Toplam genişlik 26
Transport teorisi Bk. Göç teorisi

U

Uyartılmış hâl 3
Uzatılmış kalınlık 92, 93
Uzatılmış uzunluk 81, 111, 126, 132

Ü

Üretim oranı (veyâ Üretim katsayısı) 58, 283
Üretken reaktörler 58
Üstkritik ortam 42, 113

V

Verimli çekirdekler 58, 283, 284

W

WİGNER çözümü (aralıklı rezonanslar için) 188

Y

Yansıtıcı 50, 130, 150
Yansıtma katsayısı 131
Yansıtma tasarrufu 139, 140
Yavaşlama yoğunluğu 168, 171, 172, 174, 179, 183, 185, 196, 214, 234
Yavaşlatma gücü 161, 162
Yavaşlatma oranı 162
Yavaş nötronlar 8
Yüksek üretim 59

Z

Zincirleme reaksiyonlar 7