

ÇAĞDAŞ FİZİĞE GİRİŞ

DERS KİTABI

3. BASKI

Prof. Dr. AHMED YÜKSEL ÖZEMRE

İstanbul Üniversitesi Fen Fakültesi

**İSTANBUL ÜNİVERSİTESİ
FEN FAKÜLTESİ**

1983

İSTANBUL ÜNİVERSİTESİ
YAYINLARINDAN

Sayı : 3082

—
FEN FAKÜLTESİ

Sayı : 181

—
TEORİK FİZİK

Sayı : 18

© 1983 - Her hakkı İstanbul Üniversitesi
Fen Fakültesine aittir.

Bu kitabın 3. ofset ıpkı - basımı 4000 adet olarak basılmıştır.

BİRİNCİ BASKININ ÖNSÖZÜ

«Çağdaş Fiziğe Giriş» in bu birinci cildi 1968-1970 yılları arasında İstanbul Teknik Üniversitesi Elektrik Fakültesinde 3. ve 4. sınıfta öğrencilerine Modern Fizik adı altında okutulmuş olduğum derslerin bir kısmının derlenip, düzenlenip, genişletilmesiyle meydana gelmiştir.

Yetiştirme tarzları ile bunların kendilerine verdiği alışkanlıklar ve zihniyetler bakımından (hiç değilse Türkiye’de) mühendislik öğrencileriyle fizik öğrencileri arasında bâriz bir fark olduğu müşâhede edilmektedir. Fizikçilerin *genellikle* problemleri bir bütün olarak (glöbal bir şekilde) inceleme eğilimlerine karşılık mühendisler dikkatlerini, *çoğunlukla*, vaz olunan problemlerin ayrıntıları üzerinde teksif etmektedirler. Gerçek fizikçi *maddenin mâhiyetinde* mündemiç sâbit ilişkileri ve bağıntıları keşfederek (tabiatın maddenin ötesindeki soyut vechesini aşağı yukarı yansıtmaya yarayacak) tabiat kaanunlarına yükselmeye çalışır. Mühendis ise bu gibi kaanunlardan hareket ederek belirli bazı *eşyânın* konum, durum, hâl ve hareketlerine ve bunlardan pratik bazı sonuçlar çıkarmaya eğilir.

«Her şeyin fazlası zarardır» darb-ı meselince, fizikçilerin ve mühendislerin bu tutumlarını hâd safhaya götürüp bir alışkanlık hâline getirmeleri berikilerin vaz edilen problemlerin (sâdece ayrıntılarıyla uğraşmalarından ötürü) vahdetini gözden kaybetmelerini ve ötekilerin de problemlerin ayrıntılarının ortaya koyabileceği yeni meselelerin farkına varmamalarını tevli eder. İdeal, şüphesiz ki, mühendislik öğrencilerinin her iki eğilimi de meczederek yetişmeleridir.

Bu kitap mühendislik öğrencilerine Çağdaş Fiziğin bazı konularının dayandığı ilkeleri bir fizikçi gözüyle takdim edebilmek üzere tertip edilmiştir. Bu itibarla, deskriptif bir kitap değildir. Kitapta deney ya da düşünce yoluyla erişilen fiziksel şartların, kaanunların ve ilkelerin hemen matematik (dolayısıyla öngörebilme ve ölçü sonuçlarıyla karşılaştırılabilme yeteneğini haiz) bir kalıba dökülmesi ayrıntılı olarak gösterilmeye çalışılmıştır. Bundan ötürü de kitabın sâdece mühendislik öğrencilerine değil, fakat fizik ve matematik öğrencilerine de yararlı olacağına kaanıyorum.

Bu birinci cild oniki bölümden meydana gelmiştir. Birinci bölüm *fiziksel gerçek* ile **GERÇEK** arasındaki farkı ve ilişkiyi ortaya koyan ve fiziğin genellikle nasıl evrimleştiğini izah eden, yani fiziğin epistemolojik değerine değinen daha ziyâde felsefî bir prologdur.

İkinci bölüm Özel Rölâtivite (Görelilik) teorisini anlatmaktadır. Dörtlü vektör formalizmine göre LORENTZ dönüşüm takımının ne şekil aldığı da ayrıca bu bölüme eklenmiştir.

Üçüncü bölüm klâsik kuvantum teorisinin temellerini kara cismin ışıması ve PLANCK varsayımından başlayarak vermekte ve bu varsayım aracılığıyla fotoelektrik ve COMPTON olaylarının nasıl rasyonel bir izaha kavuşmuş oldukları üzerinde durmaktadır.

Dördüncü bölüm klâsik atom modellerinin maddenin yapısını izâh etmekte ne derecede etkili oldukları üzerinde ayrıntılarıyla durmakta ve özellikle BOHR atom modeline büyük bir yer vermektedir.

Beşinci bölüm SOMMERFELD atom modelini, elektronun spin özelliği varsayımını ve bunun yardımıyla, atomlarla magnetik alanların içtekişmesinin ortaya koyduğu bazı olayların izâhını kapsamaktadır.

Altıncı bölüm maddenin DE BROGLİE’un tezine göre haiz olması gereken dalgalı vechesinin matematik temellerini ve bunun zorunlu kıldığı sonuçları, özellikle HEİSENBERG’in belirsizlik bağıntılarını izah etmektedir.

Kuvantum Mekaniğine Giriş başlığını taşıyan yedinci bölümde ise bu yeni mekaniğin ilkeleri vaz edilmekte ve SCHRÖDİNGER dalga denklemi tesis olunmaktadır.

Sekizinci bölüm SCHRÖDİNGER dalga denkleminin çözümlerinin fiziksel bir anlamı haiz olabilmeleri için gerekli sınır şartlarının tesis edildiği ve bu denklemin özdeğerleriyle özfonksiyonları hakkında bilgi verildiği bölümdür. Bu bölümün sonunda klâsik mekaniğin kuvantum mekaniğinin özel bir hâli olarak yorumlanabileceği ispatlanarak BOHR'un *aktarma ilkesinin mâhiyeti* daha iyi bir şekilde açıklanmış olmaktadır.

Dokuzuncu bölüm SCHRÖDİNGER dalga denkleminin lineer harmonik osilâtör ve hidrojen atomu gibi fiziksel sistemler için çözümlerine hasredilmiş bulunmaktadır.

Onuncu bölüm tek boyutlu periyodik bir potansiyele bağlı elektronlar için SCHRÖDİNGER denkleminin çözümünü tartışmakta ve bu itibarla da katı cisimlerin elektronik teorisine bir giriş mâhiyetinde bulunmaktadır.

Onbirinci bölüm SCHRÖDİNGER dalga denkleminin epistemolojik değerlerini tartışarak bu denklemin spini kapsamadığına ve LORENTZ dönüşümlerine göre invaryant kalmadığına işaret etmekte ve spinli ve yüksek enerjili tânecikler için daha genel bir denklem olan DİRAC denklemini ve bunun çözümleri hakkında bilgi vermektedir. Karşıt-tâneciklerin bu denklemin çözümleri aracılığıyla nasıl öngörülmüş olduklarına da işaret eden bu bölüm kuvantum alanları teorisine de çok kısa bir şekilde değindikten sonra sona ermektedir.

«Kıssadan Hisse» (Epilog) başlığını taşıyan onikinci ve sonuncu bölüm ise özellikle «fiziksel model» kavramı üzerine parmak basarak kitabın birinci bölümünü yorumlayan ve destekleyen gözlem ve fikirleri ihtivâ etmektedir.

Esâsen, kitabın çeşitli bölümleri *fiziksel model* kavramının epistemolojik değerini somut örneklerle ortaya koymaya mâtuf bir şekilde kaleme alınmış bulunmaktadır; ve her bir bölümün çeşitli ayrıntılarının ötesinde *fiziksel model* kavramının bir «leitmotiv» olarak kendisini göstermekte olduğu dikkatli bir okuyucu tarafından derhâl sezilecektir. İşte bu kavramı mümkün olduğu kadar iyi tebârüz ettirebilmek ve fiziğin evriminde oynadığı rol hakkında okuyucuya kesin fakat glôbal bir fikir verebilmek içindir ki çağdaş fizikte tabiatı yoklamak üzere gerçekleştirilmiş dâhiyâne cihazlar hakkında (konuyu dağıtmamak ve dikkati ana hedeften uzaklaştırmamak için) hiç bir bilgi verilmiş değildir. Okuyucu fiziğin daha ziyâde mühendislik vechesiyle ilgili olan bu gibi bilgileri harciâlem fizik kitaplarında ve ansiklopedilerde bulmakta zorluk çekmeyecektir.

Çağdaş Fiziğe Giriş'in ikinci cildi muhtemelen İstatistik Mekanikler, Kuvantum Elektromanyetiğe Giriş, Çekirdek Fiziği, Temel Tânecikler, Genel Rölâtivite, ve Kozmoloji bölümlerini ihtivâ edecektir. İkinci cild de bu birinci cild gibi, anlaşılacak için, üniversitelerimizin ilk sınıflarında okutulan Matematik Analiz bilgisinden daha yüksek bir matematik bilgisine ihtiyaç göstermeyecektir.

Bu kitap bir ders kitabı olarak tasarlanmış olduğundan dolayı bir bibliyografya verilmemiştir. Kitapta hemen her bölümün sonundaki problemlerin çözümleri ise Şehsuvar Zebitay ile birlikte hazırlanmış olduğumuz «Çağdaş Fiziğe Giriş, Çözümlü Problem Kitabı»nda (İTÜ Yayınları Sayı : 795 ; 1970) ayrıntılarıyla dercedilmiştir. Bu itibarla adı geçen kitabın bununla bir bütün teşkil edeceği açıktır.

Bu kitabın yazılması gücününü lûtfettiği için ALLAH'a hamd ve şükrederim. Bu kitabımı, ilmin değerini tam mânâsıyla teslim ve takdir ederek «İLMİ, ÇİN'DE DAHI OLSA, ARAYINIZ» diye buyuran Hz. MUHAMMED'in aziz ve temiz hâtırasına, doğumunun 1400. yıldönümü münâsebetiyle hörmet ve muhabbetle âcizâne ithaf ediyorum.

Manüskrinin daktilo edilmesinde Sayın Işık Özkaynak ve resimlerin çizilmesinde de Sayın Necdet Birinci'nin göstermiş oldukları kıymetli yardımlara da burada teşekkür ederim. Ve nihâyet, bu kitabı yayınları arasına alıp ağır baskı masraflarını tekeffül eden İstanbul Teknik Üniversitesi Elektrik Fakültesine de minnet hislerimi burada ifâde etmek benim için edâsı zevkli bir borçtur.

Kadıköy, 20 Nisan 1970

Prof. Dr. Ahmed Yüksel Özemre

İKİNCİ BASKININ ÖNSÖZÜ

*İkibin adetlik birinci baskısı İTÜ Elektrik Fakültesi tarafından 1970 de yapılmış olan bu kitabın ofset olarak ikinci ıpkı basımını öğrencilerin istifâdesine sunmaktan memnurluk duy-
maktayım.*

*Kitabın bu ofset baskısında ilk baskısına göre yegâne fark 42., 68., 70., ve 123. sayfaların-
daki şekillerin değiştirilmiş olması ve ilk baskısının önsözünün tasarruf düşüncesiyle bu baskıya
konulmamış olmasıdır.*

Bu baskıda da metin içinde işâretli paragraflar matematik bakımından nisbeten daha zor
kısımlar ihtivâ etmektedirler. Okuyucunun bunları atlaması, müteakip bölümlerin anlaşılmasını
etikilemeyecektir.*

*Kitabın baştan aşağıya gözden geçirilmiş, ilâveli 3. baskısı Dr. Şehsuvar Zebitay'ın
yardımıyla hazırlanmaktadır.*

*Bu kitabın birinci baskısını, doğumunun 1400. yıldönümünde tesadüf etmiş olduğundan,
ilmin değerini tam anlamıyla teslim ve takdir etmiş ve «İLMİ, ÇİN'DE DAHİ OLSA ARAYI-
NIZ» diye buyurmuş olan Hz. MUHAMMED'in aziz ve temiz hâtırasına ithaf etmiştim. Aynı
ithafı bir kere daha te'yid etmekten dolayı bahtiyarım.*

Ekim 1978

Ahmed Yüksel Özemre

ÜÇÜNCÜ BASKININ ÖNSÖZÜ

*Kitabın bu 3. baskısı 2. basımın aynısıdır. Her iki baskı arasında geçen zamanda yüklen-
miş olduğum idarî sorumluluklar kitabı yeni ilâvelerle baskıya hazırlamama imkân vermemiştir.
Buna rağmen, kitabın bugünkü baskı adedine ulaşmasını sağlayan bir hüsnuşakul görmüş
olmasından ötürü bahtiyarım.*

Ocak 1983

Ahmed Yüksel Özemre

1. BÖLÜM

Giriş

« P R O L O G »

FİZİKSEL GERÇEK.

Gözlem bizi, evrende oluşan bütün olayların hiç değilse iki ortak niteliği haiz olduklarını kabul etmeğe sevketmektedir:

1 — Her olay belirli bir öz süre içinde, ve

2 — Belirli bir uzay parçası içinde vukuu bulmaktadır.

Başka bir deyimle her bir olaya en az: a) bir zaman aralığı, ve b) bir de uzay aralığı tekaabül ettirmek kaabildir. Bu sezgisel gerçeğe basit bir örnek olarak bir saat yelkovanının hareketi gösterilebilir. Gerçekten de meselâ «yelkovanın kadran üzerinde 2 den 3'e gitmesi» olayı 5 dakikalık bir zaman aralığı ve tepesi kadranın merkezinde olan, kenarları da 2 ve 3 den geçen 30° lik bir açının sınırladığı alanla belirlenir. Yelkovanın 5 dakika zarfında 30° lik bu açıyı taraması ve bu sırada $2 < t_0 < 3$ olmak üzere t_0 üzerine geldiğinde zorunlu olarak bütün $t < t_0$ lardan geçmiş olması gerektiği gene sezgimizin bize aracısız (= dolaysız) bir bilgi olarak sunduğu bir sonuçtur. Bu inceleme bize, gene sezgisel olarak, her olayın bir takım başka elemanter olayların bileşkesi olarak idrâk edilebileceğini gösterdiği gibi zaman içinde süregelen olaylar arasında bir takım ilişkiler olabileceğini de ortaya koymaktadır.

Daha somut örnekler üzerine eğildiğimizde bazı olaylar arasında var olduklarını kabul ettiğimiz, yâni «bazı olayları birbirine bağladıklarını (!)» farzettığımız bu ilişkileri iki büyük sınıfa ayırmanın mümkün olduğu kanısına kolayca varılmaktadır.

Meselâ: «I) A nın B ye karşı sevgi, fakat II) C nin ise B ye karşı nefret beslemesi» olayını teşkil eden elemanter olaylar arasındaki ilişkinin varlık bakımından (*ontolojik*) mâhiyeti ile «I) A nın, B nin ve C nin bir uzunluk birimi ile bir masanın boyunu dikkatle ölçülüp bir sonuca varması, II) B nin de ve, III) C nin de aynı uzunluk birimi ile aynı masa-

nın boyunu dikkatle ölçüp bir sonuca varması» olayını teşkil eden elemanter olaylar arasındaki ilişkinin varlık bakımından (*ontolojik*) içyüzünün başka başka oldukları âşikârdır.

Birinci olaydaki ilişkiler içyüzleri itibariyle sâdece ilgili kişilerin *benliklerinde* (eski deyimle *nefs*'lerinde) var olup ne gözleme ve ne de muhtemel hatâ sınırları çerçevesi içinde, herkes için aynı sayısal sonucu verecek olan ölçümlere tâbi tutulamayan ve varlıkları ancak A, ya da C için izafi bir gerçeklik payına sahip olan ilişkilerdir. Oysaki ikinci olayda A'nın, B'nin ve C'nin aynı birimle masayı ölçümlerinin sonuçları arasındaki ilişkiler (her üç şahsın da bu ölçümleri gereği kadar dikkatle yapmalarıyla muhtemel hatâ sınırları içinde hep aynı sonucu bulacakları keyfiyetinden ötürü) bir nevî özdeşlik niteliğini haiz olmaktadırlar. Bu itibarla bu ölçüm sonuçları arasındaki ilişkilerin varlıklarının yalnız A ya, veyâ yalnız B ye, yahut da yalnız C ye bağlı olduğu söylenemez. Herhangi bir başka şahıs aynı şartlar altında aynı ölçümü yapmış olsa onun da erişeceği sonuç, muhtemel hatâ sınırları içinde A'nın, B'nin ve C'nin aynı olacaktır. Şu hâlde bu ölçüm sonuçları arasındaki ilişkilerin A'nın, B'nin, C'nin, ...ilh... benliklerinden bağımsız, onların *benliklerinin dışında - gerçek* olan bir varlığa sahip oldukları sonucuna varmaktayız.

Bu itibarla olayları ve bunlar arasındaki ilişkileri:

1) *sübjektif* (eski deyimle *enfüsî*), ve

2) *objektif* (eski deyimle *âfâkî*)

diye ikiye ayıracağız.

Şu hâlde sübjektif bir şey, bir kimsenin kendi benliğinde (nefsinde) tattığı, yaşadığı, zevkine vardığı ve varlığı da ancak bu kimse ile sürüp giren izafi bir gerçektir. *Fiziksel anlamda objektif* bir şey ise: a) varlığı, onu ya da etkilerini idrâk edenlerin benliklerinin dışında (*âfâk*'ta), yâni idrâk edenden de, bu idrâkten de ve bunu idrâk için yararlanılan (duygular, gözlem ve ölçü âletleri, aklın kuralları ... ilh gibi) araçların tümünden de bağımsız, yâni onu gözleyecek akıl şâhibi hiç bir varlık olmasa da hi var olmağa devam edecek evrensel bir gerçek olan ve bu gerçekliği de herkes tarafından aynı tarzda idrâk ve kabul edilen ve, b) aynı şartlar altında çeşitli kimselerin yaptıkları ölçümlerde, muhtemel hatâ sınırları içinde, hep aynı sonuçları veren bir nesnedir. Bu itibarla Gerçek, insan zekâsının bir mahsûlü olmayıp insan O'na herhangi bir etkide de bulu-

namaz. İnsanın Gerçeğe karşı yegâne davranışı ancak O'nu idrâk etmek, O'nun varlığına tanıklık (=şehâdet) etmek olabilir.

«İdrak edenden bağımsız bir dış âleme inanç bütün tabiat bilimlerinin temeli (ni teşkil etmekte) dir. Bununla beraber yalnız duygularla idrâk, bu dış âlemden dolayı bir şekilde bilgi verdiğinden biz (bu) fiziksel gerçeği ancak tartışmalı yollarla kavrayabiliriz. Bunun sonucu olarak da fiziksel gerçek hakkındaki bilgilerimiz aslâ nihaî olamaz.»*)

Bilim ve özellikle Fizik, aralarında uygunluk olsa dahi aslâ *salt sübjektif bilgiler topluluğu* olamaz. Zirâ salt sübjektif bilgiler insandan insana değişeceği için bu, bilimde bir birlik sağlayamadığı gibi insanları, sonu gelmeyen tartışmalarla ve bu bilgilerin - herkes için geçerli olması gerekli - kontrolü konusunda aşılmaz zorluklarla karşı karşıya bırakacaktır.

FIZİĞİN METODOLOJİSİ.

Basit bir tanım olarak «Fizik, objektif olayları inceleyen bir bilim dalıdır» denebilir. Bu itibarla da fiziksel incelemelerin her zaman objektif kavramlara dayandırılması zorunluluğu vardır.

Yukarıda altını çizmiş olduğumuz tanım eksik bir tanımdır. Gerçekten de fiziğin daha bilimsel bir tanımı şu türlü yapılabilir:

Fizik, belirli bir uzay aralığında ve belirli bir zaman süresi içinde oluşan objektif olayları, bu olaylardan esinlenen şartların ve aklın kurallarının ışığı altında önce şematik bir model hâlinde ve sonra da bu modelden hareketle matematiksel bir teori şeklinde ifade ederek bu teорinin aracılığıyla, 1) bu olayların sözü geçen uzay ve zaman aralıklarındaki evrimlerini olduğu kadar bu aralıkların dışındaki uzanım ve evrimlerini de öngörmekle ve 2) bu teorik öngörünün eriştiği teorik sonuçları denel sonuçlarla karşılaştırıp her ikisinin de hatâ sınırları içinde birbirlerine uygunluklarını tartışmakla görevli bir bilim dalıdır.

Alelâde bir tanım olmaktan çok, aynı anda fiziğin 1) amacını, 2) programını ve 3) kendi öz evrim yolunu da kısaca kapsayan bu ayrıntılı tanımı biraz daha açıklamak yararlı olacaktır.

*) Albert Einstein: Mein Weltbild, Amsterdam, Querido, (1934)

Belirli bir uzay parçası içinde (meselâ bir lâboratuvarın sınırları içinde) belirli bir zaman aralığında (meselâ saat 9 dan 12 ye kadar) belirli bazı şartlar altında (meselâ bir takım özgül âletler aracılığıyla) oluşan objektif (yâni gözlemcinin kendi benliğinin dışında evrensel bir gerçekliği haiz ve genellikle ölçümlere tâbî tutulabilen) bir takım olayları gözleyen bir gözlemci fizikçi tasarlayalım.

Eğer gözlenen bu olaylar daha önce bilinen bir takım genel ilkelerin, kanunların, teorilerin kapsamına girmiyorlarsa, başka bir deyimle bu olayları bilinmekte olan teorilerin tabii bir sonucu olarak açıklamak (izah etmek) mümkün görünmüyorsa fizikçi bu olayların nedenlerini bilinmekte olan olaylara bağlayabilmek yâni gözlediği bu yeni olaylarla bilinen olaylar arasında objektif bir ilişki kurabilmek için önce bu olayların fiziksel içyüzü hakkında bazı varsayımlar yapacak; bilinen bilgilerin ve akıl kurallarının ışığı altında bunları derli toplu bir şekilde ifade edecektir. Tasarladığı bu 1) şartlar, 2) varsayımlar, 3) bunlar arasındaki ilişkilerin tümü, fizikçinin sözü geçen olayları izah etmek için kurmayı tasarladığı, teorinin iskeleti demek olan *fiziksel modeli* teşkil ederler.

Fiziksel bir model sâdece bir dizi gözlemin bir sentezinden ibâret olmayıp aynı zamanda başka bazı gözlemlerin sonuçlarını öngörebilen bir araçtır da. Bununla beraber bir modelin geçerli olduğu alan daima sınırlıdır. Zirâ bir model insanın Gerçek hakkındaki bilgisinin seviyesine bağlıdır. Hâlbuki bu da 1) bilinmekte olan tekniklerin ve kullanılmakta olan âletlerin hassasiyetlerinin sınırına, ve 2) o âna kadar insanlığın tabiat ve Gerçek yolunda kazanabildiği bilgilerin tümüne bağlıdır.

Bu modeli oluşturan *fiziksel şartlar ve varsayımlar* yoluyla ortaya çıkan bağımsız fiziksel değişkenlerin ve bunların fiziksel anlamı haiz bir takım fonksiyonlarının uzay ve zaman içindeki değişim ve evrimlerinin matematik olarak bir takım denklemlerle belirlenmesi işlemi, bir bakıma, bu iskelete bir vücûd verme anlamındadır. Artık gözlenen olayların gözlendikleri uzay ve zaman aralıklarının dışındaki evrimlerini de öngörecektir olan teori tamamlanmış olur.

Ancak bu safhada ortaya bir soru çıkar: «Acaba bu teori gerçekte ne dereceye kadar uyumaktadır? Yâni başka bir deyimle, teorinin öngördüğü kalitatif (*niteliksel*) ve kantitatif (*niceliksel*) sonuçlar, belirli hâ-tâ sınırları içinde kalmak şartıyla, acaba gözlem ve deneyin bize verdiği sonuçlarla uyumakta mıdır?»

Eğer deney, teorinin ne niteliksel ve ne de niceliksel sonuçlarını ger-

çekliyorsa, bu takdirde teorinin kabul edilebilir (*makbûl*) bir teori olmadığı söylenir. Bu takdirde bu teori terk edilerek başka varsayımlara dayanan ve gerçeği daha iyi yansıtabilecek olan başka bir teori kurmağa çalışılır.

Eğer deney, teorinin yalnız niteliksel sonuçları ile uyuşabiliyor, fakat niceliksel sonuçlarını gerçekleştiriyorsa teorinin eksik olduğu söylenir. Bu takdirde dahi bu türlü bir eksikliği haiz olmayan yeni bir teori kurmağa çalışmak gerekir.

Eğer deney ile teori gerek niteliksel ve gerekse niceliksel sonuçları bakımından birbirleriyle uyuşamaktaysalar, bu takdirde de teorinin gerçeği (*şimdilik*) iyi aksettiren geçerli ve başarılı bir teori olduğu söylenir.

Çağdaş Fizikte artık bilimsel bir teoriden, eskiden olduğu gibi illâki duygularımıza hitâbetmesi ve muhayyelemizde belirli şekillerle canlandırılabilmesi değil, fakat en az üç şartı haiz olması istenmektedir; bunlar:

- 1) tam bir mantıksal bütünlük, yâni özünde hiç bir çelişiklik olmaması;
- 2) gözlenebilen olaylara uygunluk ve bilinmeyen yeni olayların varlığını öngörebilmesi;
- 3) senteze ve birliğe doğru bir aşamayı gerçekleştirmiş olmasıdır.

Çağdaş Fizikte bu sonuncu şart pek büyük bir önemi haiz olup gitgide daha belirli bir şekilde Bilimin tümüne kendisini kabul ettirmektedir. Bu şartın anlamı, teorinin temel varsayımlarının ve bunun sonucu olarak da pekçok olayın aynı bir teori çerçevesi içinde izah edilebilmesi demektir:

Fiziğin ideali pek az varsayımla, tek bir ilkedен түmdengelim yoluyla bütün fiziksel olayları izah edebilmektedir.

Bir teori kurulduğu zaman hem niteliksel ve hem de niceliksel sonuçları bakımından deneyle uyuşabilir ve hattâ o âna kadar bilinmeyen bazı olayları ve bunların izahlarını da öngörebilir; fakat buna rağmen aradan bir müddet geçtikten sonra, ilk defa gözlenen bir olaya uygulandığında teorinin öngördüğü sonuçlarla bu olayın denel olarak elde edilmiş sonuçları pekâlâ uyuşmayabilirler. Bu takdirde uzun süre geçerli kalmış olan bu teori tâdil edilerek en son gözlenmiş olan yeni olayları da izah edebilen yeni bir sentez meydana getirecek şekilde genelleştirilebilir. Bunun usûlü de, genellikle, teorinin dayandığı modeli tâdil etmektedir. Modeli meydana getiren varsayımlardan bir veyâ bir kaç taddil edilerek, veyâ

tamamen çıkartılarak, veyâhut da yeni varsayımlar eklenerek daha uygun görünen yeni bir model kurulur. Bu model üzerine formüle edilen teorinin bir önceki kademedeki teorinin öngörmediği olayı, deneyin verdiği sayısal sonuçlarla birlikte kapsayıp kapsamadığına bakılır; eğer kapsıyorsa bu teori, kendi kapsamına girmediği anlaşılacak olan yeni bir olayın ortaya çıkışına kadar, geçerli ve başarılı bir teori olarak kabul edilir; ve bu işlem, aynı minvalde, gitgide daha olgunlaşan peşpeşe bir yaklaşıklıklar zinciri hâlinde böylece devam edip gider.

Demek oluyor ki Çağdaş Fizikte hâli hâzırda geçerli olan teorilerin MUTLAK GERÇEK'i olduğu gibi aksettirdiklerinden, MUTLAK GERÇEK'e ulaşmış olduklarından söz etmek anlamsızdır. Bunlar ancak, üzerilerine inşâ edilmiş oldukları modele göre izafi bir şekilde GERÇEĞİ aksettirmektedirler. Bir teorinin bir sürü olayı izah etneğe güçlü olması, şüphesiz ki, onun aracılığıyla Tabiatın ötesinde bulunduğunu sezgimizle idrâk ettiğimiz ve adına GERÇEK dediğimiz nesnenin içyüzünün nitelikleri hakkında bir bilgi sahibi olmamız demektir.

Ama bu bilginin ister istemez dolaylı bir bilgi olduğu da âşikârdır. Bu bilginin üstelik tam ve mükemmel bir bilgi olmadığı da teorilerin öngörme ve izah güçlerinin daima sınırlı olmasından dolayı kolayca sezilmektedir. Yukarıda da açıkladığımız gibi bir teoriyi daha genel ve daha fazla olayı izaha güçlü kılabilmek için onun modelini tâdil etmeye ve genellikle sınırlayıcı varsayımlarını gevşetmeye, ya da sayılarını azaltmaya kısacası «idrâk olunan olayların mantık yönünden en uygun tarzda hakkını verebilmek amacıyla fiziğin aksiyomatik yapısını değiştirmeye her ân hazır olmalıyız.» *) Bu «bir teorinin tabii evrimi» olup GERÇEK'e yaklaşmamızın da teorinin evrim derecesinin fonksiyonu olacağı âşikârdır. Teori aracılığıyla GERÇEK'e yaklaşma, teorinin evrimi boyunca peşpeşe yaklaşıklıklarla ve ancak asimtotik olarak mümkündür. Teorimizi ne kadar çok evrimleştirirsek evrimleştirelim gene de GERÇEK'in kendisi ile aramızda teorilerimizin modelinden oluşmuş bir perde kalacağı, yâni bizim, GERÇEK'i ancak bu perdenin arkasından, ve şu hâlde, dolaylı bir şekilde idrâk edebileceğimiz (algılayabileceğimiz) anlaşılmaktadır.

Yürürlükteki teoriler aracılığıyla ancak bir takım niteliklerini idrâk edebildiğimiz ve fakat ÖZ'üne ulaşamadığımız GERÇEK'in ÖZ'ü, bu bakımdan, fiziğin doğrudan doğruya inceleme alanının tamamen dışında kalan (metafizik) bir kavram olmaktadır.

*) Albert Einstein, aynı eser.

Kaba bir benzetme aracılığıyla burada Gerçeği bir balerinin vücûduna, teoriyi onun vücûdunu sımsıkı saran bale elbisesine ve teorik fizikçiyi de terziye benzetebiliriz. Terzi ne kadar usta olursa dikeceği elbise de o kadar potsuz bir şekilde balerinin vücûdunu sarar; vücûdunun güzelliğini o kadar iyi aksettirir. Acemi bir terzi elden çıkan bale elbisesi ise balerinin vücûdu üzerinden torba gibi sarkar ve vücûdunu daha ayrıntılı olarak göstermez. Bununla beraber her iki hâlde de elbisenin varlığı balerin vücûdunun çıplak olarak görünmesine yegâne maddî engeldir.

Bütün bunlardan da anlaşılması gerektiği gibi Çağdaş Fizik sonsuz izah gücüne mâlik olan bir bilim kolu değildir. Bir kere, sâdece objektiflik niteliği - yâni (dengeli) bütün insanlar için aynı kesin (ve dolayısıyla tek) anlamı - haiz olabilen kavramlara ve olaylara dayandığından ulaşımı da (*menzili* de) sonludur. Diğer taraftan da bu sınırlar içinde dahi Gerçeğin ÖZ'üne erişebilmekten âcizdir.

Bu eksikliğine rağmen Çağdaş Fizik objektif olayları en iyi izah edebilme gücüne mâlik olan bir bilim dalı olarak karşımıza çıkmaktadır. Daha şimdiden bütün mühendislik kolları, astronomi, kimya, jeofizik, mineraloji, v.b.... Çağdaş Fiziğin birer özel hâli olarak yorumlanabilmektedirler. Çağdaş Fiziğin uzandığı alanlar yalnız bunlardan ibâret olmayıp biyolojinin önemli bir kısmı (biyofizik) ile tıbbın da önemli bir kısmı onun damgasını, hem de pek bâriz bir sûrette taşımaktadırlar.

Fiziğin pekçok objektif olayı izah etmedeki gücü karşısında çok kimse, ve hattâ bazan bazı fizikçiler dahi, evrende karşılaşılabilecek istisnâsız bütün olayların kendi zamanlarındaki fiziğin çerçevesi içinde birer izahı bulunabileceği kanısına kapılmışlardır.

Yüzde yüz objektif bir beyân olmaktan ziyâde mistik bir önyargı mâhiyetinde olan bu inançsal tutum insanlığın kültür tarihinin genellikle son üç yüzyılında geniş metafizik, ve dolayısıyla spekülâtif, fikir sistemlerinin ortaya çıkmasına yol açmıştır.

Bu türlü bir tutuma en tanınmış bir örnek olarak, bütün evrendeki olayların klâsik mekanik ilkeleriyle ve bunlara has şemalarla açıklanabileceği inancını temsil eden «mekanikçi görüşü» gösterebiliriz. Ne garip tecellidir ki, bu bölümde anlatılmağa çalışılan fiziksellik kavramının ötesi için de geçerliliğine imân edilen bu *dogma*, bizzat fiziksel olaylarla gelişmesi dolayısıyla gözden düşmüş ve iki buçuk asır boyunca geliştirdiği *spekülâtif-dogmatik* sistem de etkisini derhâl yitirivermiştir.

Gerçekten de, gerek elektromagnetik dalgaların oluşma ve yayılmaları için maddesel bir ortamın gerekli olmadığına açıkça ortaya konması ve buna bağlı olarak ışığın yayılmasının kaynağa bağlı olmadığına anlaşılması, gerekse kuvanta teorisinin deneyle uyuşan ilke ve sonuçları (özellikle kuvantum sayılarının varlığı ve belirsizlik bağıntılarının fiziksel sonuçları) ve ilh... gibi olaylar kuru mekanikçi görüşün yıkılması için yeterli olmuşlardır. Şu hâlde, bu ve buna benzer mâhiyetteki fizik - ötesi dogmaların etkileri ne kadar uzun süreli olursa olsun bunların gene de günün birinde geçici ve sübjektif oldukları kesinlikle ve açıklıkla idrâk olunacaklardır.

Model kavramı Çağdaş Fizikte merkezî bir rol oynamaktadır. Bir modelin evrimine en öğretici misâl olarak ilerideki bölümlerde çeşitli safhalarını inceleyeceğimiz «atom modeli» ni gösterebiliriz. Okuyucunun XII. Bölümden sonra bir kere daha bu I. Bölümü dikkatle incelemesi çok faydalı olacaktır.

II. BÖLÜM

Özel Rölâtivite Teorisi

Klâsik Mekanik I. sınıfta gördüğünüz NEWTON'un 3 ilkesinden başka ayrıca «mutlak uzay» ve «mutlak zaman» kavramlarına da dayanır. «Mutlak uzay» ve «mutlak zaman» hiç bir şeye bağlı olmaksızın kendi kendine ve sâdece «kendi özü aracılığıyla» (*bizâtihi*) mevcûd olan uzay ve zaman demektir. Buna göre, bir cismin hareketini hangi referans sisteminde incelersek inceleyelim bütün referans sistemlerini sînesinde toplayan mutlak uzaya göre bu cismin *mutlak hareketini* tâyin edebilmemiz mümkündür; ve bir de bütün referans sistemlerinde geçerli olan zaman, seçilen referans sisteminden tamamen bağımsız olup daima aynı zamandır. Başka bir deyişle, zamanın mutlak olması demek herhangi bir referans sistemindeki bir olayın süresinin başka referans sistemlerinde ölçüldüğünde de gene aynı olması demektir.

KLÂSİK MEKANİK KANUNLARININ DEĞİŞMEZLİĞİ (İnvaryans'ı):

Bir fizik kanunu, bir referans sisteminden diğer bir referans sistemine (bir koordinat dönüşümü vâsıtası ile) geçildiğinde şekil bakımından aynı kalıyorsa bu kanunun göz önüne alınan koordinat dönüşümüne göre «değişmez» (*invaryant*) olduğu söylenir. Buna göre, bir fizik kanununun herhangi bir koordinat dönüşümüne göre invaryant kalması tabiidir ki beklenemez.

Şu hâlde acaba bir referans sisteminden bir diğerine geçişi sağlayan koordinat dönüşümü nasıl olmalıdır ki meselâ Klâsik Mekanik kanunları invaryant kalsınlar?

(S_1) ve (S_2) gibi iki referans üçlüsü, meselâ, eksenleri birbirine paralel seçildiğinde, Klâsik Mekanik kanunlarını invaryant bırakan koordinat dönüşümünün

$$\begin{aligned}x_1 &= x_2 + vt_2 \\y_1 &= y_2 \\z_1 &= z_2 \\t_1 &= t_2\end{aligned}\tag{II.1}$$

şeklinde olması lâzım geldiği gösterilir. Bunlar x_1x_2 doğrultusu boyunca (S_1) e göre sâbit v hızlı bir düzgün doğrusal hareket icrâ eden (S_2) gibi bir referans sistemine dönüşüm formülleridir. (S_2) nin (S_1) e göre \vec{v} hızıyla x_1x_2 boyunca yaptığı düzgün doğrusal hareketin (S_1) deki bir gözlemci tarafından, (S_1) in (S_2) ye göre $-\vec{v}$ hızıyla x_2x_1 doğrultusunda yaptığı düzgün doğrusal hareket olarak da yorumlanabilmesinden ötürü (II.1) e tekaabül eden «ters dönüşüm» formülleri de

$$\begin{aligned}x_2 &= x_1 - vt_1 \\y_2 &= y_1 \\z_2 &= z_1 \\t_2 &= t_1\end{aligned}\tag{II.2}$$

şeklinde olur. Burada x_1 , x_2 , ve v nin işaretlerini aynı zamanda değiştirmek sûretiyle (II.1) ve (II.2) formüllerinden birbirlerine geçilmiş olacağına işâret edelim.

Biribirlerine göre izafî bir düzgün doğrusal hareket yapan sistemlere GALİLE SİSTEMLERİ, veyâ ATÂLET (EYLEMSİZLİK) SİSTEMLERİ adı verilir. Böyle iki sistem arasındaki (II.1) ve (II.2) dönüşüm formülleri de GALİLE DÖNÜŞÜM FORMÜLLERİ adını alır.

KLASİK MEKANİĞİN RÖLATİVİTE (=görelilik, bağıllık, izafiyet) İLKESİ:

GALİLE dönüşümü çerçevesi içinde klâsik mekaniğin temel kanunlarının gerçekten de invaryant kaldıklarını bilfiil tahkik edelim.

a. Önce (S_1) de câri olan

$$\vec{F}_1 = m \frac{d^2 x_1}{dt_1^2}\tag{II. 3}$$

denklemini alsak, (II.2) ye binâen

$$\frac{d^2 x_1}{dt_1^2} = \frac{d^2 x_2}{dt_2^2}$$

olacağından (S_2) de

$$\vec{F}_2 = m \frac{d^2 x_2}{dt_2^2}\tag{II. 4}$$

olacaktır. (II.3) ve (II.4) şekil bakımından tıpatıp aynıdırlar. Şu hâldé (II.1-2) dönüşümleri dinamiğin bu temel kanununun invaryant kalmasını

sağlamaktadır. Burada yalnız, m kütlelerinin, klâsik fiziğin «kütle korunumu ilkesi» ne uygun olarak (S_1) ve (S_2) için aynı değeri haiz olduğuna işaret edelim.

b. Şimdi klâsik mekaniğin «İmpuls Korunumu Kanunu» nun (II.1-2) dönüşümlerine göre invaryant olduğunu görmek için (S_1) de $x_1 x_2$ doğrultusunda kafa kafaya çarpışan ve aralarında da hiçbir başka etki bulunmayan m ve M kütleli iki bilârdö topunu göz önüne alalım. Çarpışmanın vukuundan sonraki büyüklükleri (') üsleriyle gösterelim. Buna göre İmpuls Korunumu Kanununun (S_1) deki ifâdesi, $x = dx/dt$ olmak üzere,

$$m\dot{x}_1 + M\dot{X}_1 = m\dot{x}_1' + M\dot{X}_1' \quad (\text{II. 5})$$

dir. (1)-alt indisli büyüklükler yerine (II.1) e göre dönüşmüşlerini vazedererek

$$m(\dot{x}_2 + v) + M(\dot{X}_2 + v) = m(\dot{x}_2' + v) + M(\dot{X}_2' + v)$$

ve dolayısıyla

$$m\dot{x}_2 + M\dot{X}_2 = m\dot{x}_2' + M\dot{X}_2' \quad (\text{II.6})$$

bulunur ki bu da «İmpuls Korunumu Kanunu» nun (S_2) de de (S_1) dekinin aynı şekli haiz olduğunu göstermektedir.

c. Aynı çarpışan toplar örneğini alırsak «Enerjinin Korunumu Kanunu»na göre çarpışmadan önce (S_1) de bir t_1 ânında sistemin toplam kinetik enerjisi ne ise, çarpışmadan sonra bir t_1' ânındaki toplam kinetik enerjisi de o olacaktır. Bir başka (S_2) sisteminden gözlem yapıldığı zaman acaba durum ne olacaktır? (S_1) de:

$$\frac{1}{2} m\dot{x}_1^2 + \frac{1}{2} M\dot{X}_1^2 = \frac{1}{2} m(\dot{x}_1')^2 + \frac{1}{2} M(\dot{X}_1')^2 \quad (\text{II.7})$$

(S_2) de ise (II.1) dönüşüm formüllerinin ışığı altında:

$$\frac{1}{2} m(\dot{x}_2 + v)^2 + \frac{1}{2} M(\dot{X}_2 + v)^2 = \frac{1}{2} m(\dot{x}_2' + v)^2 + \frac{1}{2} M(\dot{X}_2' + v)^2$$

veyâ

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} m\dot{x}_2^2 + \frac{1}{2} M\dot{X}_2^2 + v(m\dot{x}_2 + M\dot{X}_2) &= \frac{1}{2} m(\dot{x}_2')^2 + \\ &+ \frac{1}{2} M(\dot{X}_2')^2 + v(m\dot{x}_2' + M\dot{X}_2') \end{aligned} \quad (\text{II.8})$$

olur ki (II.6) bağıntısı (S_2) de geçerli olduğuna göre (II.8) de sonunda

$$\frac{1}{2} m \dot{x}_2^2 + \frac{1}{2} M \dot{X}_2^2 = \frac{1}{2} m (\dot{x}_2')^2 + \frac{1}{2} M (\dot{X}_2')^2.$$

şekline girmiş olur; bu da (II.7) ile karşılaştırıldığında, «Enerjinin Korunumu Kanunu» nun (S_2) GALİLE sistemine dönüşüldüğünde invaryant kaldığı görülmüş olur.

Böylece Klâsik Mekanik'in temel kanunlarının GALİLE sistemlerinde invaryant olduklarını görmüş olmaktadır. Bu keyfiyet *Klâsik Mekanik'in Rölâtivite (İzafiyet, Görelilik, Bağlılık) İlkesinin* esâsını teşkil eder:

Klâsik Mekanik Kanunları birbirlerine göre düzgün doğrusal hareket eden referans sistemleri için invaryanttırlar.

MİCHELSON - MORLEY DENEYİ:

MAXWELL'in 19. yüzyılın ikinci yarısında kurduğu Elektromagnetik Teori, elektrik ve magnetik olayların uygun ve âhenkli bir teorisi olup bütün elektromagnetik dalgaların ve bu arada, tabii, ışığın da yayılmasını matematik kanunlara bağlamaktadır. Klâsik Fizikte hâkim olan mekanikçi zihniyet, nasıl ses dalgalarını ve su yüzeyindeki dalgaların meydana gelişini mekanik bir görüşle, yâni bir ortamın esnek (= elâstik) bozulmaları (=pertürbasyonları) aracılığıyla, izah etmişse elektromagnetik dalgaların yayılmasının da, benzer şekilde, bir ortamın esnek bozulmalarının eseri olacağına kanaat getirmişti. Bu ortamın, denel olarak doğrudan doğruya ortaya konulamamakla beraber atomların içine varıncaya kadar evrenin her yerini doldurduğu farzedilmekteydi.

Esir adı verilen bu ortamın esnek bozulmaları olarak ortaya çıkan ışık dalgalarının kutuplanmasını (polarizasyonunu) izah etmek için ışığın enine titreşimler yaptığı ve bunu temin edebilmek için de esirin teorik olarak sonsuz, ve pratik olarak da en mukaavim cisimlerden daha yüksek bir sertliği haiz olması gerektiği tesbit edilmiştir. Böyle bir sertliğin esirdeki bütün cisimlerin hareketine sonsuz bir direnç göstermesi yâni hiç bir hareketin mümkün olmaması icâbederdi. En basit gözlemin yalınladığı bu keyfiyet esir kavramındaki derin çelişikliği açığa çıkarır niteliktedir. Esir dalgaları olan ışığın boyuna titreşimler yapmadığını izah etmek için ya bu tip boyuna dalgaların sonsuz hızı haiz olduklarını, ya esirin aslâ sıkıştırılamayan bir ortam olduğunu, ya da bu tip dalgaların

yayıma hızlarının sıfır olduğunu kabul etmek gerekiyordu ki bu sonuncu özellik esîrin negatif (!) bir sıkıştırılma katsayısını haiz olmasına denkti.

Diğer taraftan salt kavram olarak da esîr kavramı sıhhatli bir kavram değildir. Gerçekten de mantıkta *prensip petisyonu* denen ve dâvâyı delil olarak alma hatâsı demek olan bir tutumu esîrin tanımında açıkça görebiliriz, şöyle ki: esîrin varlığı hakkında elektromagnetik dalgalardan başka bir delil yoktur; oysaki esîr varsayımı zâten sırf elektromagnetik dalgaları izah etsin diye ortaya atılmıştır. Bu fâsit daire ve esîrin herhangi bir teste tâbî tutulamaması bunun çelişiksiz ve objektif bir kavram olmadığını göstermektedir. Diğer taraftan esîr adı verilen bu ortamın aynı zamanda NEWTON anlamındaki «mutlak uzay» kavramının da mücessem (somut) temsilcisi olduğuna inanılıyordu. Eğer bir cismin esîre göre mutlak hızı ölçülebilecek olursa, deneyin olumlu bir sonuca erişmesi hâlinde, esîrin varlığı da dolaylı bir şekilde gerçekleşmiş olacaktı.

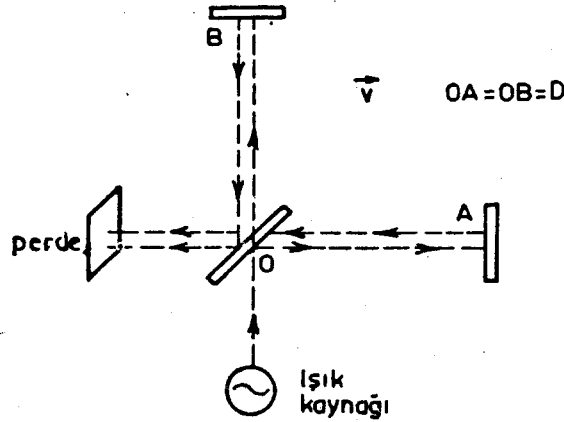
Öte yandan elektromagnetik teorinin temel denklemleri matematik bakımdan GALİLE dönüşümlerine göre invaryant değildirler. Şu hâlde meselâ esîr ile esîre göre düzgün doğrusal bir hareket icrâ eden bir (*S*) referans sisteminde elektromagnetizma kanunları farklı olacaktır. Özellikle meselâ ışığın boşlukta ve esîr içinde $c=2,997 \cdot 10^8$ m/sec hızla yayıldığına dair olan kanun (*S*) ye göre artık geçerli olmayacaktır. Eğer elektromagnetizma kanunları her GALİLE sisteminde yâni birinden diğerine GALİLE dönüşümleriyle geçilen her sistemde invaryant olsalardı, sistemlerin birbirlerine göre izafi hızları ne olursa olsun, ışık her sistemde *c* hızıyla yayılacaktı.

Yerin Güneş etrafındaki yörüngesi üzerinde yaklaşık olarak 30 km/sec lik bir hızla dolandığı astronomik bir şekilde tahkik edilmiş bir gerçektir. Çok kısa bir zaman süresi için Yerin bu yörünge üzerinde aldığı yolun bir doğru olduğu ve hızının da bu sürede sâbit kaldığı kabul edilebilir. Şu hâlde bu süre zarfında Yerin esîre göre düzgün doğrusal bir hareket yapan bir GALİLE sistemi teşkil ettiğini söyleyebiliriz.

Mademki ışığın yayılma kanunu GALİLE sistemlerine göre invaryant kalma özeliğini haiz değildir, biz Yer üzerinde bir kere Yerin hareket yönünde, bir kere aksi yönde ve bir kere de hareket yönüne dik bir yönde ışık yollasak, ışık bu yönlerin hepsinde de ayrı ayrı hızları haiz olacaktır. Başka bir deyimle Yerin teşkil ettiği sistem ışığın yayılma hızı bakımından izotrop (eşyönlü) olmayacaktır (*Uzayın ışık hızı bakımından eşyönsüzlüğü, anizotropluğu*). Yalnız bu anizotroplukta yararlanıp

hiç bir astronomik olaya başvurmadan, sâdece esirin her yeri dolduran mutlak bir ortam olması özelliğini göz önünde tutarak, lâboratuvarımızda Yerin esire nazaran mutlak hızını ortaya koyabilirsek bu sûretle esirin varlığı da denel olarak dolaylı bir şekilde gerçekleşmiş olacaktır.

Bunu gerçekleştirecek olan deney düzeni Michelson ve Morley tarafından geliştirilmiş olup monokromatik bir kaynaktan çıkan ışığın yarı saydam bir ayna aracılığıyla biri Yerin hareket yönünde ve biri de ona dik iki kısma bölünüp eşit uzaklıklar katettirilerek aynalardan aksettirildikten sonra tekrar birleşip girişim saçakları meydana getirmeleri özüne dayanır (Bk. Şekil: II.1). Böylece meydana gelen girişim saçaklarının durumları tesbit edildikten sonra âlet 90° çevrilip saçaklarda ortaya çıkan kayma ölçülerek buradan Yerin esire göre mutlak hızını hesaplamak mümkün olacaktır. Bu hızın Yerin Güneş etrafındaki teğetsel hızı mertebesinde olması lâzım geldiği âşikârdır.



Şekil: II.1. Michelson-Morley deneyinin esası.

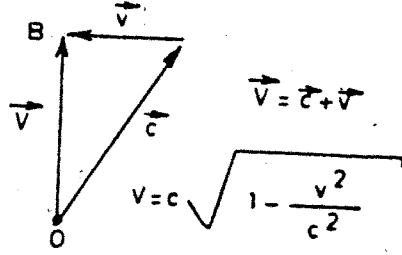
Yerin v hızıyla hareket doğrultusu olan OA yönünde ışık esire göre, Klâsik Mekanik'in *hızların bileşim kuralına* binâen $c+v$ ve bunun aksi yönünde de, yâni AO boyunca da, $c-v$ hızıyla yayılacaktır. Buna göre ışığın OA ve AO yu katetmesi için lâzım gelen zaman

$$t_{//} = t_{OA} + t_{AO} = \frac{D}{c+v} + \frac{D}{c-v} = \frac{2D}{c} \frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad (\text{II.9})$$

ve bu zamanda ışığın katettiği optik yol da

$$\Delta d_{//} = c \cdot t_{//} = \frac{2D}{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

olur. Diğer taraftan ışığın OB ve BO yönlerindeki hızı da hızların vektörel bileşiminden (BK. Şekil: II.2) kolayca elde edilir, ve



Şekil: II.2. Hızların vektörel bileşim kuralı.

$$t_{\perp} = t_{OB} + t_{BO} = \frac{D}{c \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} + \frac{D}{c \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{\frac{2D}{c}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (\text{II.10})$$

ve buna tekaabül eden optik yol olarak da

$$\Delta d_{\perp} = c \cdot t_{\perp} = \frac{2D}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

bulunur. Buna göre iki ışın aynı uzunlukları katettiklerinde aralarındaki optik yol farkı

$$\Delta d' = \Delta d_{//} - \Delta d_{\perp} = 2D \left[\frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}} - \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right] = D \frac{v^2}{c^2} + \odot \left(\frac{v^4}{c^4} \right)$$

olur. Ancak âleti bir kere de pozitif yönde 90° döndürdüğümüzde OA kolu OB yerine ve OB de eski OA nın aksi yönüne gelecek ve bu sûretle de kolların rolleri aralarında değişmiş olacaklarından fark da aksi yönde olacak ve girişim saçaklarının kaymasına tekaabül eden optik yol farkı böylece iki misli olacaktır:

$$\Delta d = 2 \Delta d' = 2D \frac{v^2}{c^2}. \quad (\text{II.11})$$

n ile ötelenen girişim saçaklarının sayısı ve λ ile de monokromatik ışığın dalga boyunu göstermek üzere

$$\Delta d = n\lambda \quad)$$

ya da

$$n = \frac{\Delta d}{\lambda} = \frac{2D}{\lambda} \frac{v^2}{c^2}$$

ve buradan da Yer'in esire nazaran mutlak hızı olarak

$$v = c \sqrt{n \frac{\lambda}{2D}} \quad (\text{II.13})$$

bulunur. c , λ , D bellidir; ötelenen girişim saçığı adedi olan n de deney sonucu tesbit edilebilir. Böylece eğer esir var ise Yer'in esire nazaran v mutlak hızı tesbit edilmiş olur.

Fakat deney sonucu, girişim saçaklarında hiçbir kayma tesbit edilememiştir: $n=0$. Bu ise $v=0$, yâni Yer esire göre hareket etmiyor, ya da esir diye bir ortam mevcut değildir demektir. Deneyin vardığı bu olumsuz sonuç, Yer'in hareket ettiğinin başka kaynaklardan reddedilemez bir şekilde tesbit edilmiş olması dolayısıyla, şüphesiz ki tatmin edici bir sonuç değildir.

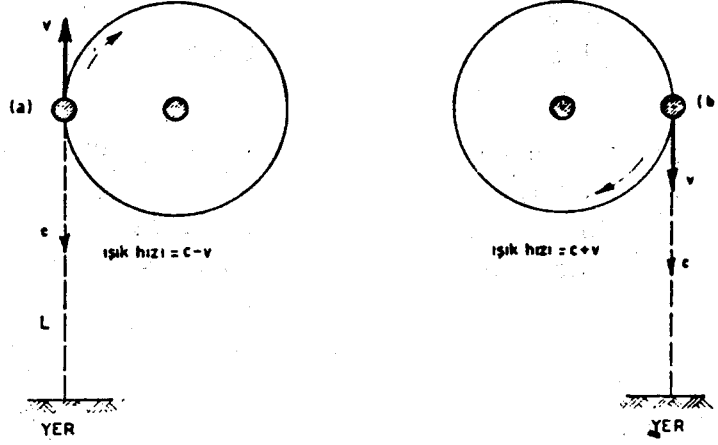
EINSTEIN 1905 de Michelson-Morley deneyinin olumsuz sonucunun, her türlü art fikirden bağımsız olarak, bize 1) ışığın yayılması bakımından uzayın eşyönlü (izotrop) olmasından başka bir şeye delâlet etmediğini ve, 2) esir diye bir ortamın mevcut olmadığını gösterdiğini savundu.

Çift yıldızlardan yararlanarak ışığın hızının, kaynağının hareketinden bağımsız olduğu gösterilebilir. Şekil: II.3 de (a) daki yıldızdan Yere gelen ışık NEWTON mekaniği ilkelerine göre, t ile ışığın yıldızı terkettiği ânı, L ile yıldız-Yer uzaklığını ve T ile de yıldızın yörüngesi üzerindeki periyodunu göstermek sûretiyle, sırasıyla

$$t + \frac{L}{c-v}, \quad t + T + \frac{L}{c-v}, \quad t + 2T + \frac{L}{c-v}, \dots \text{ilh} \dots$$

anlarında ve (b) de bulunduğu zamanki ışığı da

$$t + \frac{T}{2} + \frac{L}{c+v}, \quad t + \frac{3T}{2} + \frac{L}{c+v}, \quad t + \frac{5T}{2} + \frac{L}{c+v}, \dots \text{ilh} \dots$$



Şekil: II.3

anlarında ulaşacaktır. Şu hâlde yıldız (a) dan (b) ye

$$\Delta_{ab} = t + \frac{T}{2} + \frac{L}{c+v} - \left[t + \frac{L}{c-v} \right] = \frac{T}{2} - \frac{2Lv}{c^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right)}$$

ve (b) den (a) ya da

$$\Delta_{ba} = t + T + \frac{L}{c-v} - \left[t + \frac{T}{2} + \frac{L}{c+v} \right] = \frac{T}{2} + \frac{2Lv}{c^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right)}$$

kadar zamanda ulaşacaktır. Buradan $\Delta_{ab} < \Delta_{ba}$ olduğu yâni yıldızın (a) dan (b) ye, (b) den (a) ya bittiğinden daha çabuk gideceği görülmektedir. Eğer $\Delta_{ab} = 0$ yâni

$$\frac{T}{2} = \frac{2Lv}{c^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right)}$$

olsa, bu takdirde yıldızın aynı anda hem (a) ve hem de (b) de gözükmesi gerekirdi. Hâlbuki bu eşitliği gerçekleyecek şekilde bazı çift yıldızlar bilinmektedir. Fakat bunlar için yıldızın hem (a) da ve hem de aynı anda (b) de gözükmesi gözlenmemiştir. Bu sonuç ışığın hızının kaynağına bağlı olduğu varsayımının doğru olmadığını göstermeğe bir delildir.

Işığın hızının kaynağından bağımsız olduğu doğrudan doğruya ve lâboratuvarda gerçekleştirilen deneylerle de, James ve Stenberg tarafından optik yolla (1963); Sadeh tarafından elektron-pozitron yokolmasında

ortaya çıkan γ ışınlarından yararlanarak (1963); Alranger, Nilsson ve Kjellman tarafından hareket hâlindeki 4,43 MeV lik uyartılmış C^{12} atomlarının neşrettiği γ ışıklarıyla; Babcock ve Berman tarafından da optik yolla (1963) ortaya konmuş bulunmaktadır.

Eğer ışık birbirlerine nazaran düzgün doğrusal hareket yapan sistemlerde kaynağın hareketinden bağımsız olarak aynı bir c hızıyla eşyönlü olarak yayılıyorsa bunun en tabii sonucu: (1) esirin ışığın yayılması için füzûli ve varlığı hiçbir şekilde ortaya konamayan boş ve sübjektif bir varsayım olduğudur; (2) üstelik ışığın eşyönlü yayılması düzgün doğrusal hareket eden referans sistemlerinde elektromagnetizma kanunlarının gerçekten de invaryant olduklarını da imâ eder.

Bunlardan esinlenen EİNSTEİN bu hususları iki ilke hâlinde vazedererek sonuçlarını incelemiştir:

1) Işığın eşyönlü (izotrop) yayılması ilkesi. Işık, uzayda, kaynağından bağımsız olarak her yönde aynı c hızıyla yayılır.

2) Özel Rölâtivite İlkesi. İster elektromagnetizma olsun, isterse mekanik olsun bütün fizik kanunlarının ifâdesi bakımından bütün eylemsizlik (GALİLE) sistemleri birbirlerine eşdeğer olmalıdırlar (yâni bütün fizik kanunları bu sistemlerde invaryant olmalıdırlar).

LORENTZ DÖNÜŞÜM KURALLARI:

Mâdem ki elektromagnetizma kanunları GALİLE dönüşümlerine göre invaryant değil, şu hâlde özel rölâtivite ilkesine binâen birbirlerine göre düzgün doğrusal hareket eden referans sistemlerinde bu kanunların invaryant kalmasını temin eden dönüşüm kuralları acaba ne türlü olmalıdırlar? Belirli bir fiziksel olayın eylemsizlik sistemlerindeki tüm gözlemciler için objektifliğinden ancak bu dönüşüm kuralları çerçevesi içinde bahsedilebileceği âşikârdır.

Birbirlerine göre v hızıyla düzgün doğrusal hareket yapan (S_1) ve (S_2) gibi iki sistem arasında 1) ve 2) ilkelerini gerçekleyecek olan dönüşüm formülleri için uygun dönüşümün uzay koordinatları ile ilgili kısmının şu şekilde olduğunu farzedeceğiz:

$$\begin{aligned}x_2 &= k(x_1 - vt_1) \\ y_2 &= y_1 \\ z_2 &= z_1\end{aligned}\tag{II.14}$$

(S_1) de koordinatları (x_1, y_1, z_1, t_1) olan bir olaya (S_2) de de tek bir

(x_2, y_2, z_2, t_2) olayı tekaabül edebilmesi için k nın ne x_1 e ve ne de t_1 e bağlı olmaması gereklidir. Çünkü k eğer yer koordinatlarına tâbî olsaydı bu takdirde (II.14) dönüşüm formülleri lineer olmaz ve meselâ k nın hiç değilse x_1 e lier bağıllığı hâlinde dahi (S_2) deki bir x_2 noktasına (S_1) de en aşağı 2 farklı x_1 noktası ve dolayısıyla (S_2) deki bir tek olaya (S_1) de farklı iki olay tekaabül ederdi. Kezâ aynı şey k nın t nin fonksiyonu olması hâlinde de vârid olurdu. İşte bundan ötürüdür ki k olsa olsa ancak v ye tâbî olabilir. Bu formüller, üstelik, $k=1$ özel hâli için GALİLE dönüşümlerini de kapsamaktadırlar.

Bunlara tekaabül eden ters dönüşüm formülleri de

$$\begin{aligned} x_1 &= k(x_2 + vt_2) \\ y_1 &= y_2 \\ z_1 &= z_2 \end{aligned} \quad (\text{II.15})$$

şeklinde olacaktır. (II.14) ün 1. denklemini (II.15) in 1. denklemine vaz ederek

$$x_1 = k^2(x_1 - vt_1) + kvt_2$$

ve dolayısıyla da

$$t_2 = kt_1 + \left(\frac{1-k^2}{kv} \right) x_1 \quad (\text{II.16})$$

olur. Şimdi k nın değerini hesaplamak amacıyla özel bir hâl göz önüne alarak $t_1=0$ için (S_1) ile (S_2) nin orijinlerinin çakıştıklarını farzedelim. (II.16) ya göre $t_2=0$ dır. Tam bu $t_1=t_2=0$ ânında $x_1=x_2=0$ noktasında bir ışık çakmış olduğunu farzedelim. Yukarıdaki, ışığın eşyönlü yayılması ilkesine göre gerek (S_1) de ve gerekse (S_2) de ışık aynı c hızıyla yayılacak ve (S_1) de

$$x_1 = ct_1 \quad (\text{II.17})$$

(S_2) de ise

$$x_2 = ct_2 \quad (\text{II.18})$$

olacaktır. (II.14) ün 1. denklemiyle (II.16) yı, (II.18) e yerleştirirsek

$$k(x_1 - vt_1) = ckt_1 + \left(\frac{1-k^2}{kv} \right) cx_1$$

ve buradan da

$$x_1 = ct_1 \left[\frac{1 + \frac{v}{c}}{1 - \left(\frac{1}{k^2} - 1 \right) \left(\frac{v}{c} \right)} \right] \quad (\text{II.19})$$

bulunur. (II.17) ile (II.19) un karşılaştırılması da bize

$$k = \frac{\pm 1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (\text{II.20})$$

olması lâzım geldiğini gösterir. Biraz ileride göstereceğimiz gibi yalnız $k > 0$ fiziksel bir anlamı haizdir. Buna göre aranan dönüşüm ile buna tekaabül eden ters dönüşüm

$$\begin{aligned} x_2 &= \frac{x_1 - vt_1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} & x_1 &= \frac{x_2 + vt_2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \\ y_2 &= y_1 & y_1 &= y_2 \\ z_2 &= z_1 & z_1 &= z_2 \\ t_2 &= \frac{t_1 - \frac{vx_1}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} & t_1 &= \frac{t_2 + \frac{vx_2}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \end{aligned} \quad (\text{II.21})$$

şeklinde dirler. Bu dönüşüme LORENTZ dönüşümü adı verilmektedir. Bu dönüşüm acaba alışageldiğimiz kavramlarda ne gibi değişiklikler ortaya çıkaracaktır?

Önce (S_2) de x_2 ve \bar{x}_2 noktalarında eşzaman olarak (yâni aynı t_2 ânında) vukuu bulan iki olay düşünelim. Buna göre (II.21) den

$$t_1 - \bar{t}_1 = \frac{\frac{v}{c^2}(x_2 - \bar{x}_2)}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \neq 0 \quad (\text{II.22})$$

bulunur. Bu ise bu olayların, $x_2 = \bar{x}_2$ özel hâli hâriç, (S_1) de eşzaman olmayacaklarını göstermektedir.

(S_1) de bir $(x_1 - \bar{x}_1) = l_1$ uzaklığını ölçmek demek cetveli bu uzaklık boyunca yerleştirerek x_1 ve \bar{x}_1 nin cetvelin hangi taksimatıyla aynı anda çakıştıklarını tesbit etmek demektir. Buna göre x_1 ve \bar{x}_1 nin LORENTZ dönüşümleri x_2 ve \bar{x}_2 olduğuna göre

$$\bar{x}_2 - x_2 = l_2 = \frac{\bar{x}_1 - vt_1 - x_1 + vt_1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{l_1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

olur. Buradan

$$l_1 = l_2 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad (\text{II.23})$$

çıkar ki bu da (S_2) deki bir uzunluğun (S_1) den ölçüldüğünde sonucun daha kısa olduğunu göstermektedir. Buna *LORENTZ büzülmesi* adı verilir. Eğer $v=c$ olsa $l_1=0$ olacak; yâni (S_2) de l_2 olan bir uzunluk (S_1) de hiç gözlenemeyecektir.

Şimdi de (S_2) de aynı bir x_2 noktasında t_2 ve \bar{t}_2 anlarında vukuu bulan iki olayın (S_1) den gözlenmesini nazar-ı itibâra alalım. Buna binâen (II.21) dönüşüm formüllerine göre

$$\bar{t}_1 - t_1 = \Delta t_1 = \frac{\left(\bar{t}_2 + \frac{vx_2}{c^2}\right) - \left(t_2 + \frac{vx_2}{c^2}\right)}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{t_2 - \bar{t}_2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{\Delta t_2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (\text{II.24})$$

olur. Bu ise (S_2) de Δt_2 kadar süren bir olayın (S_1) de çok daha uzun müddet sürüyormuş gibi gözleneceğini göstermektedir.

HIZ BİLEŞENLERİNİN DÖNÜŞÜMÜ:

(II.21) LORENTZ dönüşümü formüllerinden diferansiyeller elde edelim:

$$dx_1 = \frac{dx_2 + v dt_2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$dy_1 = dy_2$$

$$dz_1 = dz_2$$

$$dt_1 = \frac{dt_2 + \frac{v dx_2}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

olur. Buna binâen de

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 = \frac{dx_1}{dt_1} &= \frac{\dot{x}_2 + v}{1 + \frac{vx_2}{c^2}} \\ \dot{y}_1 = \frac{dy_1}{dt_1} &= \frac{\dot{y}_2 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{1 + \frac{vx_2}{c^2}} \\ \dot{z}_1 = \frac{dz_1}{dt_1} &= \frac{\dot{z}_2 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{1 + \frac{vx_2}{c^2}} \end{aligned} \quad (\text{II.25})$$

olur. Ters dönüşüm formüllerinden hareket etmek sûretiyle de

$$\begin{aligned} \dot{x}_2 &= \frac{\dot{x}_1 - v}{1 - \frac{vx_1}{c^2}} \\ \dot{y}_2 &= \frac{\dot{y}_1 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{1 - \frac{vx_1}{c^2}} \\ \dot{z}_2 &= \frac{\dot{z}_1 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{1 - \frac{vx_1}{c^2}} \end{aligned} \quad (\text{II.25}')$$

elde edilir. (II.25) ve (II.25') nün ilk formülleri klâsik mekanikteki «hızların bileşim kaidesinin» Rölâtivite Mekanîğinde aldığı şekli vermektedir. Bu formüle göre meselâ Yere göre v hızıyla hareket eden bir tren-

den hareket yönüne doğru yollanan bir ışık sinyalinin Yerdeki bir gözlemciye göre hızını hesaplayalım. $x_2 = c$ olmak üzere

$$\dot{x}_1 = V = \frac{c+v}{1 + \frac{vc}{c^2}} = c$$

bulunur. Bu sonucun zâten böyle olacağı evvelden kestirilebilirdi. Çünkü «ışığın eşyönlü yayılma ilkesi» uyarınca çıkarılmış formüllerin bu prensiple çelişik sonuçlar vermesi beklenemezdi.

GALİLE ve LORENTZ DÖNÜŞÜMLERİ ARASINDAKİ BAĞINTI:

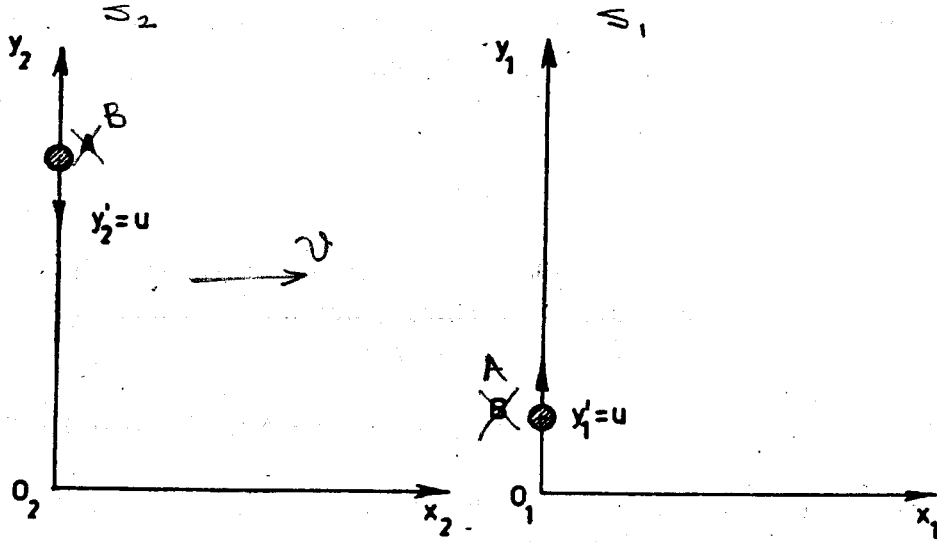
Birbirlerine göre izâfî v hızıyla hareket eden sistemler göz önüne alındığında eğer $v \ll c$ ise v/c ve v^2/c^2 ihmal edilebilirler. Bu takdirde şimdiye kadar çıkartmış olduğumuz bütün rölâtivite formülleri de klâsik mekanikteki aynı konu ile ilgili formüllere dönüşürler. Özellikle LORENTZ dönüşüm formüllerinin bu şartlar altında GALİLE dönüşüm formüllerine dönüştükleri; gene mutlak bir zamanın geçerli olacağı; kütlelerin korunmuş; hızların bileşiminin de klâsik ifâdesine dönüşmüş olduğu kolaylıkla gerçekleştirilebilir.

Demek oluyor ki Rölâtivite Mekanîği, ancak, v hızının c ışık hızının hatırı sayılır bir kesri olduğu hâllerde Klâsik Mekanîğin sonuçlarını tâdil etmektedir. Bundan sonra elde edeceğimiz sonuçları da daimâ bu hususu göz önünde tutarak mütâlea etmek lâzımdır.

KÜTLENİN HIZA BAĞLI OLARAK ARTMASI:

Şimdi (S_1) ve (S_2) biribirlerine göre x x' doğrultusunda izafî v hızıyla hareket eden iki Galile sistemi olsun. (S_1) deki bir gözlemci $O_1 y_1$ yönünde $y_1 = u$ hızıyla bir A küresi ve (S_2) deki bir gözlemci de $y_2 O_2$ yönünde $y_2 = -u$ hızıyla bir B küresi fırlatsınlar; öyle ki (S_1) ve (S_2) nin izafî hareketleri sırasında tam O_1 ve O_2 orijinleri çakıştığı ân A ve B de merkezî bir çarpışmaya mârûz kalsınlar. Bunun sonucu, (S_1) deki gözlemci A nın hızının $y_1' = -u$ ve (S_2) deki gözlemci de B nin hızının $y_2' = u$ olduğunu tesbit etmiş olsun.

Eğer x_1, y_1, x_2, y_2 ve x'_1, y'_1, x'_2, y'_2 , ile A ve B nin çarpışma öncesi ve sonrasında (S_1) ve (S_2) de tesbit edilen hız bileşenleri gösterilirse (II.25) formülleri gereğince



Şekil: II.4

Çarpışmadan önce	A küresi	$\dot{x}_1 = 0$	$\dot{y}_1 = u$
		$\dot{x}_2 = -v$	$\dot{y}_2 = u \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$
Çarpışmadan sonra	B küresi	$\dot{x}_1 = v$	$\dot{y}_1 = -u \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$
		$\dot{x}_2 = 0$	$\dot{y}_2 = -u$
Çarpışmadan önce	A küresi	$\dot{x}_1' = 0$	$\dot{y}_1' = -u$
		$\dot{x}_2' = v$	$\dot{y}_2' = -u \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$
Çarpışmadan sonra	B küresi	$\dot{x}_1' = v$	$\dot{y}_1' = u \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$
		$\dot{x}_2' = 0$	$\dot{y}_2' = u$

bulunur.

Klâsik mekanikteki impuls korunumu ilkesinin aynen Özel Rölâtivite Mekanîğinde de geçerli olduğu varsayımı altında, A ve B kürelerinin çarpışmadan önce ve sonraki impulsları, meselâ (S_1) de ölçüldüklerinde, sırasıyla \vec{p}_{1A} , \vec{p}'_{1A} ve \vec{p}_{1B} , \vec{p}'_{1B} iseler

$$\vec{p}_{1A} + \vec{p}_{1B} = \vec{p}'_{1A} + \vec{p}'_{1B} \quad (\text{II.26})$$

olur. Bunu O_1y_1 doğrultusuna izdüşürecek olursak

$$p_{yA} + p_{yB} = p'_{yA} + p'_{yB} \quad (\text{II.27})$$

veyâ

$$\underbrace{m_A(u) \cdot u}_{p_{yA}} - \underbrace{m_B \left(\sqrt{v^2 + u^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right)} \right) \cdot u \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}_{p_{yB}} = \underbrace{-m_A(u) \cdot u}_{p'_{yA}} + \underbrace{m_B \left(\sqrt{v^2 + u^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right)} \right) \cdot u \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}_{p'_{yB}} \quad (\text{II.28})$$

olur. Burada A ve B kürelerinin kütleleri, genelliği sağlamak amacıyla, hız oldukları hızların fonksiyonu olarak gösterilmiş bulunmaktadır. Buna göre (S_1) de, A nın hızının yalnız tek bir bileşeni olduğundan

$$m_A = m_A(u),$$

fakat B nin hızının ise hem x ve hem de y boyunca bileşeni olduğundan (S_1) de B nin w hızının

$$w = \sqrt{v^2 + u^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right)}$$

olması sebebiyle

$$m_B = m_B \left(\sqrt{v^2 + u^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right)} \right)$$

yazılmış bulunmaktadır. Buradan

$$2 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \cdot m_B \left(\sqrt{v^2 + u^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right)} \right) = m_A(u) + m_A(-u)$$

bulunur. Eğer her iki tarafın $u \rightarrow 0$ için limiti alınacak olursa

$$m_B(v) = \frac{m_A(0)}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

elde edilir. Fakat

$$m_A(0) = m_B(0) \quad (\text{II.29})$$

olduğundan herhangi bir m kütlesi için

$$m(v) = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (\text{II.30})$$

yazılır. Bu bağıntı bize $m(0) = m_0$ sükûnet kütlelerini haiz bir cismin v hızıyla düzgün doğrusal bir hareket yaptığı zaman kütlelerinin artmış olarak gözüktüğünü ifâde etmektedir.

Bu sonucu elde etmeden önce yapmış olduğumuz varsayımları gözden geçirecek olursak, Şekil: II.4 de şematize edilen bu muhayyel çarpışma deneyi için A ve B kürelerinin (S_1) ve (S_2) deki öz kütleleri için hiç bir kabul yapmamış fakat buna karşılık kürelerin çarpışma sonrası haiz olacakları hızların çarpışma öncesi haiz olduklarının eksi işâretlisi olmalarını derpiş etmiş olduğumuzu görürüz. (II.29) sonucu işte bu şartın gerek (S_1) ve gerekse (S_2) deki kürelerin sükûnet kütlelerinin birbirlerine eşit olmasına denk olduğunu göstermektedir.

Eğer (II.26) bağıntısı (S_2) için yazılırsa bunu O_2y_2 üzerine izdüşürmekle benzer ara hesaplarından sonra gene (II.30) formülü elde edilir.

$v \rightarrow c$ limit hâli için $m(v) \rightarrow \infty$ olacağı âşikârdır. Kütlelerin hıza bağlı olarak (II.30) formülü uyarınca artması keyfiyeti özellikle negatif elektronların tânecik hızlandırıcılardan kazandıkları hızların hassas bir şekilde ölçülmesiyle denel olarak da gerçekleşmiştir. Burada teorinin öngördüğü sonucun deneyle tamamen uyduğuna belirtmemiz gerekir.

RÖLÂTİVİTE DİNAMİĞİNİN TEMEL KAVRAMLARI.

Klâsik mekanikte \vec{v} hızını ve m_0 kütlelerini haiz bir maddî noktanın (bir tâneciğin) impulsu $\vec{p} = m_0 \vec{v}$ olarak tanımlanır, ve «impuls korunumu kanunu» geçerlidir. İmpuls korunumu kanununun Özel Rölâtivitede de cârî olduğunu kabul etmemiz (II.25-30) formüllerine binâen bu teoride impulsun

$$\vec{p} = m \vec{v} = \frac{m_0 \vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (\text{II.31})$$

şeklinde tanımlanması gerektiğini ortaya koymaktadır. Şu hâlde dinamiğin temel denklemleri de

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = m \frac{d\vec{v}}{dt} + \vec{v} \frac{dm}{dt} = m\gamma + \vec{v} \frac{dm}{dt} \quad (\text{II.32})$$

şeklini almaktadır. \vec{F} için kezâ

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d}{dt} \left[\frac{m_0 \vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right] \quad (\text{II.33})$$

de yazılabilir.

Kuvvetin Özel Rölâtivite teorisi anlamındaki (II.32) tanımından hareket ederek m kütesini haiz maddî bir noktanın bir F kuvvetinin etkisi altında v hızıyla s yolunu katetmek sûretiyle yapılan toplam işi, yâni bu maddî noktanın K kinetik enerjisini hesaplayalım:

$$\begin{aligned} K &= \int_0^s F ds = \int_0^s \frac{d(mv)}{dt} ds = \int_0^t \frac{d(mv)}{dt} v dt = \int_0^{mv} v \cdot d(mv) \\ &= \int_0^v v \cdot d\left(\frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}\right) \end{aligned}$$

olur. Buradan kısmî integrasyon yaparak

$$\begin{aligned} K &= \int_0^v v \cdot d\left[\frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}\right] = \left[m_0 \frac{v^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right]_0^v - m_0 \int_0^v \frac{v \cdot dv}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \\ &= \frac{m_0 v^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} + \left[m_0 c^2 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \right]_0^v = \frac{m_0 v^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} + m_0 c^2 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} - m_0 c^2 \\ &= \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - m_0 c^2 = mc^2 - m_0 c^2 = (m - m_0) c^2 \quad (\text{II.34}) \end{aligned}$$

bulunur. Şu hâlde maddî noktanın kinetik enerjisi, hareketi dolayısıyla kütesinde ortaya çıkan artış ile c^2 nin çarpımıdır. Eğer $v \ll c$ ise (II.34) ifadesinden

$$K = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - m_0 c^2 = m_0 \left[c^2 \left(1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2} + \frac{3}{8} \frac{v^4}{c^4} + \dots \right) - c^2 \right]$$

$$\# \frac{1}{2} m_0 v^2$$

olur ki bu da $v \ll c$ için kinetik enerjisinin klâsik ifâdesinin gene geçerli olduğuna delâlettir.

(II.34) ile verilen kinetik enerji ifâdesi, E ile noktanın toplam enerjisini ve E_0 ile de sükûnet enerjisini göstermek üzere

$$K = E - E_0 = mc^2 - m_0 c^2 \quad (\text{II.35})$$

şeklinde ortaya çıkmaktadır. Eğer $v=0$ ise $K=0$ ve dolayısıyla da toplam E enerjisi $E = E_0 = m_0 c^2$ olur.

$$E_0 = m_0 c^2 \quad (\text{II.36})$$

m_0 kütleli bir cismin sükûnette iken haiz olduğu enerjidir. Bu ifâde kütle ile enerjinin eşdeğerliliğine işâret etmekte ve her ikisinin de aynı bir «öz» ün iki ayrı görünüşü olduğunu îmâ etmektedir. Bu görüşe göre kütle ile enerji birbirlerine dönüşebilen iki nesne olduklarından artık klâsik mekaniikteki «kütlenin korunumu» ile «enerjinin korunumu» Özel Relâtivite Teorisinde yerlerini tek bir «kütle - enerji korunumu» na bırakmaktadır. Zaten önceden kütlenin değişmez olmadığını görmüştük. (Bk. formül: II.30). *LORENTZ dönüşümlerinde invariant olan, toplam enerjidir; yâni kütlenin enerjiye eşdeğerliliği de göz önünde tutularak hesaplanan enerjilerin toplamıdır.*

(II.30) un her iki yanını kareye kaldırdıktan sonra c^2 ile çarparak

$$m^2 c^4 = m_0^2 c^4 + m^2 v^2 c^2$$

veyâ

$$E^2 = E_0^2 + p^2 c^2 = m_0^2 c^4 + m^2 v^2 c^2 \quad (\text{II.37})$$

bulunur.

Klâsik mekanikte bir maddî noktanın kütesinin sıfır olması hâlinde impuls ve enerjisinin de olmayacağı âşikârdır. Fakat Özel Rölâtivite Teorisi sükûnet kütesi sıfır olan tâneciklerin dahî bir enerjileri ve impulsları olduğunu öngörmektedir. Gerçekten de (II.37) den $m_0=0$ için

$$E = pc$$

veyâ

$$p = \frac{E}{c} \quad (\text{II.38})$$

bulunur. Tabiatta sükûnet kütleleri sıfır olan tâneciklere örnek önümüzdeki derslerde içyüzlerini daha yakından inceleyeceğimiz ışık «foton»larıdır. Fotonlar için (II.38) bağıntısı geçerlidir, ve işte ışığın bir yüzey üzerine bir basınç yapabilmesi de bu bağıntıyla kolayca izah edilir. Sükûnet kütleleri sıfır kabul edilen diğer bir tânecik de radyoaktif atomların β^- bozulmalarında, yâni negatif elektron yayarak bozulmalarında ortaya çıkan *nötrino*'dur.

ÖZEL RÖLATİVİTE TEORİSİNİN DENEL OLARAK GERÇEKLENMESİ.

Özel Rölâtivite Teorisinin sonuçları bu bölümde sunulmuş olanlardan ibâret değildir. Şurasına dikkat nazarını çekmek gerekir ki ister bu bölümde sunulan sonuçları ele alınsın, isterse de diğer sonuçları ele alınsın Özel Rölâtivite Teorisi daima deneyle uygun düşen sonuçlar vermiştir.

Yüklü tâneciklerin magnetik alanlarda hızlandırılmasıyla kütlelerinin (II.30) formülü uyarınca v hızına bağlı olarak artmaları bilhassa 1939 da IVES'in çok dakik deneyleriyle gerçekleşmiştir. Atmosferin çok yüksek tabakalarında oluşan mezonların Yer yüzeyine kadar uzanabilmelerinin de anlaşılabilir bir şekilde ancak (II.24) formülüyle izah edilebildiği bilinmektedir. (II.25) in ilk formülü ise, denel olarak, içinden saniyede 50 km lik bir hızla su geçirilen bir boru içinden aynı anda bir de ışık geçirmek ve ışığın hızını ölçmekle gerçekleşmiştir. (FIZEAU DENEYİ)

Diğer taraftan ise bütün Atom ve Çekirdek Fiziği $E=mc^2$ formülünün üzerine inşâ edilmiş olup bunun denel sonuçları dolaylı bir şekilde $E=mc^2$ formülünün de bir gerçekleşmesini teşkil ederler.

Ayrıca, bilgi olarak, bütün elektromagnetik olayları idare eden MAXWELL alan denklemlerinin de LORENTZ dönüşümlerine göre gerçekten invaryant kaldıklarını da ifâde etmek lâzımdır.

ÖZET: Klâsik mekanik kanunları herhangi iki eylemsizlik sistemi arasına geometrik mâhiyette bir dönüşüm olan GALİLE dönüşüm formülleri grubuna göre invaryant olup mutlak uzay ve mutlak zaman kavramlarına dayanmaktadır.

Elektromagnetik radyasyonların yayılması için gerekli ortam olarak kabul olunan esrin mutlak uzayı cisimlendirdiği fikrinden hareketle Yerin mutlak hızının ölçülmesi yolundaki denel çabaların fiyasko ile sonuçlanması: 1) esri diye bir ortamın var olmadığını ve 2) ışığın, kaynağına bağlı olmaksızın, ezyönlü bir şekilde ve sâbit bir hızla yayıldığını denel olarak ortaya koymuştur.

Bu sonuncu noktayı göz önünde tutarak herhangi iki eylemsizlik sistemi arasında fiziksel mâhiyette dönüşümü sağlayan LORENTZ dönüşüm formülleri elde edilmiştir. Bunlar mutlak uzay ve mutlak zaman kavramlarını reddeden ve uzay ve zaman koordinatları arasında çok sıkı organik bir bağ kuran bir dönüşüm grubudur.

LORENTZ dönüşüm grubuna göre gerek mekanik ve gerekse elektromagnetizma kanunları bütün eylemsizlik sistemlerinde invaryant kalacak şekilde formüle edilmişlerdir. Başka bir deyimle, bütün eylemsizlik sistemlerinin, fizik kanunlarının formülasyonu bakımından LORENTZ dönüşüm formülleri çerçevesi içinde birbirlerine eşdeğer oldukları gösterilmiştir. Ancak bu invaryant formülasyon bazı fiziksel büyüklüklerin, hareket hâlindeki eylemsizlik sistemlerinde bu sistemlerin izafi hızlarına bağlı bir şekilde değişmek zorunda olduklarını ortaya koymuştur. Bu görüşün fiziksel gerçeğe uygunluğu denel olarak çeşitli vesilelerle gerçekleşmiştir.

LORENTZ dönüşüm çerçevesi içinde Fizik kanunlarının invaryant kalması bütün eylemsizlik sistemleri için bunların objektiflik niteliğini haiz olmalarını sağlamıştır.

EINSTEIN ileride (2. cildin sonuncu bölümünde) de göreceğimiz gibi GENEL RÖLATİVİTE Teorisinin temel ilkesi olan ve: «Fizik kanunları, sürekli koordinat dönüşümleriyle birbirlerine geçilebilen bütün referans sistemleri için eşdeğer olmalıdır» şeklindeki Genel Kovaryans İlkesini vaz etmekle fiziksel objektifliğin alanını daha da genişletmiştir.

Gerçekten de «objektiflik, fiziksel olaylar ya da gözlemlerin değişmezliğine değil, fakat fizik kanunlarının değişmezliğine eşdeğer olmaktadır. Aşağı düşen bir cisim hareket eden bir trendeki bir gözlemciye nazaran bir parabol, Arzda sükûnetteki bir gözlemciye nazaran ise bir doğru çizilebilir. (Düşen cismin hareket kanunu olan) tabiat kanunu genel hâliyle, yani bir diferansiyel denklem olarak, her iki gözlemci için de aynı olduğu sürece bu zahiri farklar (objektiflik bakımından) önemli değildir. EINSTEIN'ın (Rölativite Teorisinin getirdiği bu) objektiflik kavramı (tabiatteki bütün birbçimlik iddialarını duygusal idrâk alanından çıkarmakta ve tabiatteki birbçimliği (üniformluğu) teorik ifâdelerin (haiz oldukları) temel biçimde ifâde etmektedir. (EINSTEIN) Newton mekaniğini bu ilkeye uymadığı için atmış; esiri de aynı sebepten ötürü bir yana itmştir. Özel Rölativite Teorisini kurduktan sonra invaryans aksiyomunun nihai anlamına olan inancı EINSTEIN'de, Özel Rölativite Teorisinin hayret verici başarılarına rağmen, bu aksiyomun sınırlı olduğu düşüncesini uyanık tutmuştur. Çünkü Özel Rölativite Teorisi, invaryansı ancak eylemsizlik sistemlerine göre kabul etmiş ve objektiflik kavramını daha öteye'itelememiştir. Genel Rölativite Teorisi işte bu eksiklikten doğmuştur». [Henry Morgenau, Einstein's Conception of Reality in Albert Einstein, Philosopher - Scientist; New York, Tudor Publishing Comp., (1949)].

* DÖRT BOYUTLU MINKOWSKI UZAYI (UZAY - ZAMAN)

Fiziğin pekçok kolunda üçten fazla boyutu haiz uzay kavramına rastlamak kaabildir. Buna somut bir örnek Özel Rölativite Teorisidir. Bu teori, ışığın bütün referans sistemlerinde eşyönlü bir şekilde ve sâbit bir

hızla yayıldığı ilkesine dayanarak fiziksel olayların zaman ve uzay bakımından bağlantılarını incelemekte ve her bir fiziksel olaya bunun vukuu bulunduğu yerin üç koordinatıyla, vukuu bulunduğu ânı tekaabül ettirmektedir. Şu hâlde her bir fiziksel olay bağımsız dört değişken yardımıyla tasvir edilebilmektedir. Bu ise, her fiziksel olayın

$$\vec{r} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix}$$

gibi dört (bağımsız) bileşeni haiz bir vektör aracılığıyla (ya da teknik ismiyle bir *dörtlü vektör* ile) dört boyutlu formel bir uzayın (Minkowski uzayının) bir noktasıymış gibi telâkki olunabilmesini mümkün kılmaktadır.

Özel Rölâtivite Teorisinde karşımıza çıkan bu dört boyutlu uzayın elle tutulur, gözle görülür, resmi çizilir, bilfiil fiziksel olarak mücessem bir tarzda inşâ edilir bir nesne olduğu kanısına aslâ kapılmamak lâzımdır. Bu, olsa olsa, fiziksel olayları belirli bazı ilkelerin çerçevesi içinde kesin bir geometrik terminoloji yardımıyla incelemeye mâtuf, uygun ve toplayıcı, birleştirici matematik bir modelden başka bir şey değildir. Bu geometrik modele göre, göz önüne alınan dört boyutlu uzay (bu *uzay - zaman*) fiziksel olaylara yataklık eden bir *substratum* olarak telâkki edilebilmektedir; çünkü her fiziksel olay bu substratumun bir noktasına tekaabül ettiği gibi, tersine olarak, uzay - zamanın her noktasına da bir olay tekaabül etmektedir. Böylelikle fiziksel olaylarla uzay - zamanın noktaları arasında bire - bir bir tekaabüliyet kurulmuş bulunmaktadır.

Özel Rölâtivite Teorisi ortaya çıktığı zaman, bunun getirdiği dört boyutlu uzay - zaman kavramına çok kişi içyüzü esrârengiz fiziksel bir gerçek gözü ile bakmış ve günlük tercübelerimizin bizi karşı karşıya bıraktığı fiziksel uzayın bir «*ide*» (bir *fikir*) olarak değil de gerçekten de bize bağlı olmayan dört boyutlu bir yapısı olduğu zannına kapılmışlardır.

Günlük hayatımızda kullandığımız ondalık (*desimâl*) sayı sistemini göz önüne alalım. Bunun, hesap işlemleri bakımından bizler için uygun kolay bir «*model*» teşkil ettiği, münakaşası gereksiz bir açıklıktadır. Diğer taraftan modern elektronik hesap makinaları için *ikidelik* (*biner*) sistemin ise çok daha uygun ve kolay bir model olduğu da mâlumdur. Nasılki bu iki modelden hangisinin daha gerçek olduğunu sormak ve araştırmak abes ise, aynı şekilde fiziksel olayları birleştirici bir görüşle incele-

memizi mümkün kılan uzay - zaman modelinin gerçekliğinden bahsetmek de o kadar abes olur. Uzay - zaman kavramı da fizikteki daha başka bir çok matematik model gibi, fiziksel olaylara ustalıkla giydirilmiş bir elbiseyi andırmaktadır. Bu elbise zamanla daralır da çekerse, giyenin sırtında güdük kalırsa, ya da moda (!) değişirse yerini daha uygun bir modele bırakır. Bu itibarla matematik bir modeli bir diğerine tercih ettiren özellik modelin daha güçlü, daha uygun ve daha kullanışlı oluşudur.

Şimdi analitik geometri bakımından (X, Y) gibi bir eksen takımının aynı düzlemde ve aynı orijini haiz (X', Y') gibi başka bir eksen takımına dönüşmesini sağlayan dönüşüm formüllerinin

$$X = X' \cos \varphi - Y' \sin \varphi \quad (II.39)$$

$$Y = X' \sin \varphi + Y' \cos \varphi$$

şeklinde olduğunu hatırlatalım; φ ile burada her iki eksen takımının izafi rotasyon açısı gösterilmektedir.

Öte yandan LORENTZ dönüşüm formüllerine dönecek olursak

$$x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} x' + \frac{v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} t'$$

$$y = y'$$

$$z = z'$$

$$t = \frac{t' + \frac{vx'}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{\frac{v}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} x' + \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} t'$$

dır. Meseleyi uygun bir formalizm çerçevesi içinde ifade edebilmek üzere

$$x = x_1, \quad y = x_2, \quad z = x_3, \quad t = \frac{x_4}{ic}$$

$$x' = x_1', \quad y' = x_2', \quad z' = x_3', \quad t' = \frac{x_4'}{ic}$$

$$\beta = \frac{v}{c}, \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

vazedeceğiz. Buna göre (II.40) formülleri

$$\left. \begin{aligned}
 x_1 &= \gamma x_1 + \gamma vt \left(\frac{ic}{ic} \right) = \gamma x_1 - i\beta \gamma x_4 \\
 x_2 &= x_2' \\
 x_3 &= x_3' \\
 x_4 &= i\beta \gamma x_1' + \gamma x_4'
 \end{aligned} \right\} \quad (\text{II.41})$$

şekline girerler.

Eğer

$$\cos \psi = \gamma, \quad \sin \psi = i\beta \gamma \quad (\text{II.42})$$

vazedecek olursak bu vaz'ın $\cos^2 \psi + \sin^2 \psi = 1$ denklemini gerçeklemek bakımından uygun bir vaz olduğu anlaşılır ve (II.41) formülleri de

$$\begin{aligned}
 x_1 &= x_1' \cos \psi - x_4' \sin \psi \\
 x_4 &= x_1' \sin \psi + x_4' \cos \psi \\
 x_2 &= x_2' \\
 x_3 &= x_3'
 \end{aligned} \quad (\text{II.43})$$

şekline girer. Geometrik olarak bu formüller dört boyutlu bir uzayda (x_1, x_2, x_3, x_4) eksen takımının (x_1, x_4) düzleminde orijin etrafında ψ açısı kadar dönmesine delâlet etmektedirler.

(II.43) e tekaabül eden ters dönüşümün de ψ yerine $-\psi$ almak sûretiyle

$$\begin{aligned}
 x_1' &= x_1 \cos \psi + x_4 \sin \psi \\
 x_4' &= -x_1 \sin \psi + x_4 \cos \psi \\
 x_2' &= x_2 \\
 x_3' &= x_3
 \end{aligned} \quad (\text{II.44})$$

olduğu kolaylıkla gerçekleşir.

Genellikle eğer dört bağımsız bileşeni haiz bir $\vec{Q} = (q_1, q_2, q_3, q_4)$ vektörü bir eylemsizlik sisteminden diğer bir eylemsizlik sistemine geçerken

$$\begin{aligned}
 q_1' &= q_1 \cos \psi + q_4 \sin \psi \\
 q_4' &= -q_1 \sin \psi + q_4 \cos \psi \\
 q_2' &= q_2 \\
 q_3' &= q_3
 \end{aligned} \quad (\text{II.45})$$

şeklinde yâni LORENTZ dönüşüm formüllerine uygun olarak dönüşüyor-

sa \vec{Q} vektörüne dörtlü bir *evrensel vektör* adı verilir. (II.45) den hareketle \vec{Q} ile onun dönüşmüşü olan \vec{Q}' nün uzunluğunun aynı olduğu yâni bir dörtlü vektörün uzunluğunun bir invaryant olduğu kolayca tahkik edilir. Gerçekten de

$$\begin{aligned} |\vec{Q}'|^2 &= Q'^2 = q_1'^2 + q_2'^2 + q_3'^2 + q_4'^2 = [q_1^2 \cos^2 \psi + 2q_1q_4 \cos \psi \sin \psi \\ &+ q_4^2 \sin^2 \psi] + q_2^2 + q_3^2 + [q_1^2 \sin^2 \psi - 2q_1q_4 \cos \psi \sin \psi + \\ &+ q_4^2 \cos^2 \psi] = q_1^2 (\cos^2 \psi + \sin^2 \psi) + q_2^2 + q_3^2 + q_4^2 (\cos^2 \psi + \\ &+ \sin^2 \psi) = q_1^2 + q_2^2 + q_3^2 + q_4^2 = Q^2 \\ &= |\vec{Q}|^2 \end{aligned}$$

dir.

Bu dört boyutlu MINKOWSKI uzayındaki dörtlü vektörler genellikle uzaysal ve zamansal kısımları ayrılmak sûretiyle

$$\vec{R} = (\vec{r}, x_4)$$

şeklinde gösterilirler. $\vec{R} = (\vec{r}, x_4) = (x_1, x_2, x_3, x_4)$ dörtlü vektörünün $d\vec{R}$ diferansiyelinin de gene bir dörtlü vektör olduğu yâni (II.45) dönüşüm kullarına tâbî olduğu (II.43) den diferansiyel olarak görülür. Buna binâen $d\vec{R}$ vektörünün $ds^2 = d\vec{R} \cdot d\vec{R} = |d\vec{R}|^2$ normu evrensel vektörlerin normları hakkında yukarıda tesis edilen özellik gereğince LORENTZ dönüşümlerine göre bir invaryant olup

$$\begin{aligned} ds^2 &= d\vec{R} \cdot d\vec{R} = d\vec{R}' \cdot d\vec{R}' = dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2 + dx_4^2 \\ &= (dx_1')^2 + (dx_2')^2 + (dx_3')^2 + (dx_4')^2 \end{aligned}$$

dir. Bu invaryanta «MINKOWSKI uzayında iki olay arasındaki uzay - zaman uzaklığının karesi» adı verilir.

Eğer bir evrensel \vec{Q} vektörünün $\vec{Q} \cdot \vec{Q} = |\vec{Q}|^2$ ile verilen normu

1) $|\vec{Q}|^2 < 0$ ise \vec{Q} ye zaman cinsinden

2) $|\vec{Q}|^2 > 0$ ise \vec{Q} ye uzay cinsinden

3) $|\vec{Q}|^2 = 0$ ise \vec{Q} ye ışık cinsinden veyâ kısaca tekil (sengüler) bir evrensel vektör denir.

Özel Rölâtivite Teorisinde dörtlü vektör formalizmi bir çok hesapları kolaylaştıran zârif bir araç olup bu kavrama dayanarak pekçok fiziksel büyüklüğü dörtlü vektör formalizmi içinde incelemek mümkündür. Böylece meselâ

$$\vec{P} = \left(\vec{p}, \frac{E}{c} \right)$$

ile gösterilen evrensel enerji - impuls vektöründen

$$\vec{F} = \left(\gamma \frac{d(m\vec{u})}{dt}, \frac{i\gamma}{c} \frac{dE}{dt} \right)$$

ile gösterilen evrensel kuvvet - güç vektöründen

$$\vec{\mathcal{A}} = (\vec{A}, i\Phi)$$

ile gösterilen ve uzaysal kısmı elektromagnetik teorinin vektörel potansiyelinden ve zamansal kısmı da skaler potansiyelinden müteşekkil olan evrensel elektromagnetik alan potansiyel vektöründen ilh... bahsedilebilir. Bu gibi bütün evrensel dörtlü vektörler bir eylemsizlik sisteminden bir diğer eylemsizlik sistemine geçildiğinde bileşenleri (II.45) dönüşüm formülleri uyarınca dönüşen matematiksel varlıklardır.

PROBLEMLER :

1. Biribirlerine göre x_1x_2 doğrultusu boyunca sâbit ivmeli hareket yapan eksenleri biribirlerine paralel (S_1) ve (S_2) gibi iki dik referans üçlüsü için geçerli olan dönüşüm ve ters dönüşüm formüllerini bulunuz.

2. Biribirlerine göre x_1x_2 doğrultusu boyunca sâbit ivmeli hareket yapan, eksenleri biribirlerine paralel (S_1) ve (S_2) gibi iki dik referans üçlüsü göz önüne alındığında klâsik mekaniğin temel kanununun bu sistemlerde invaryant olmadığını, yâni bu şartlar içinde klâsik mekaniğin temel kanununun (S_1) ve (S_2) deki gözlemciler göre objektiflik niteliğini taşımadığını gösteriniz.

3. Biribirlerine göre sâbit ivmeli doğrusal hareket yapan referans sistemlerinde, klâsik mekanik çerçevesi içinde, impuls ve enerji korunumu kanunlarının invaryant kalmadıklarını yâni bu şartlar altında bu kanunların bu referans sistemlerindeki tüm gözlemciler için objektiflik niteliğini haiz olmadıklarını gösteriniz.

* 4. Herbirinin uzay içindeki durumu diğerine göre tamamen keyfî (S) ve (S') diye dik eksenli iki referans sistemi biribirlerine nazaran \vec{v} sâbit hızıyla düzgün doğrusal harekette bulunsunlar.

(S) de belirli bir t anında ortaya çıkan bir olaya tekaabül eden yer-vektörü $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$, aynı olaya (S') de tekaabül eden zaman ile yer-vektörü de sırasıyla t' ve $\vec{r}' = x'\vec{i}' + y'\vec{j}' + z'\vec{k}'$, olsun.

1) LORENTZ dönüşümleri çerçevesi için \vec{r}' yü \vec{r} ye ve t' yü de t ye bağlayan genel dönüşüm formüllerini kurunuz.

2) \vec{r}' yü \vec{r} ye bağlayan genel vektörel denklemin bileşenlerinin dönüşüm formüllerini yazınız.

3) \vec{r} ve t koordinatları (S) de $\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{u}$ hızı ve \vec{a} ivmesi ile hareket eden bir tâneciğe tekaabül ediyorlarsa \vec{u} ve \vec{u}' arasındaki ve \vec{a} ile \vec{a}' arasındaki bağıntıları ayrıntılarıyla kurunuz.

* 5. (S_1), (S_2) ve (S_3) diye birbirlerine nazaran düzgün doğrusal hareketler icrâ eden üç referans sistemi $t=0$ ânında çakışmaktadır. (S_1) den bakıldığında (S_2) nin 0_1x_1 e paralel olarak u hızıyla, (S_2) den bakıldığında da (S_3) ün 0_2y_2 ye paralel olarak v hızıyla hareket etmekte oldukları görülmektedir. Eğer (S_1) den bakıldığında (S_3) ün hareket doğrultusu 0_1x_1 ile bir θ açısı ve (S_3) den bakıldığında da (S_1) in hareket doğrultusu 0_3x_3 ile bir ϕ açısı yapıyorsa

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{v}{u} \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}$$

$$\operatorname{tg} \phi = \frac{v}{u} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

olduğunu ve $u \ll c$, $v \ll c$ özel hâli için de

$$\phi - \theta \approx \frac{uv}{2c^2}$$

olacağını gösteriniz.

6. Bir (S_1) referans sisteminde $\cos A_1$, $\cos B_1$ ve $\cos C_1$ doğrultman kosinüsleriyle belirlenmiş bir doğrultu boyunca yayılan bir dalgasal hareket

$$\psi_1 = \psi_{01} \cos 2\pi\nu_1 \left[t_1 - \frac{x_1 \cos A_1 + y_1 \cos B_1 + z_1 \cos C_1}{c} \right] = \psi_{01} \cos 2\pi \cdot \tau_1$$

ifâdesiyle gösterilir.

1) Bu dalgalı hareketin τ_1 zaman süresi içinde yaptığı $\Phi = \nu_1 \tau_1$ titreşim sayısının invaryant bir büyüklük olduğunu gösteriniz.

2) Bu özelliği göz önünde tutarak (S_1) e göre izafi v hızıyla düzgün doğrusal bir hareket yapan ψ_1 in ν_1 frekansının (S_2) sisteminde gözlenen ν_2 değerini bulunuz.

3) Eğer ψ_1

a) x - eksenini boyunca yayılan bir dalga ise, ve

b) x - eksenine dik bir doğrultu boyunca yayılan bir dalga ise o hâlde ν_1 ile ν_2 arasındaki bağıntı ne olur? (DOPPLER olayı).

7. 1000 MeV lik kinetik enerjisi haiz bir protonun impulsu ne kadardır?

8. Kozmik ışınlardaki taneçiklerin 10^{19} eV ve hattâ daha da yüksek enerjileri haiz olabildikleri bilinmektedir. Buna göre:

a) Böyle bir taneçiğin zahiri kütlesi ne kadar olur?

b) İmpulsu ne kadar olur?

9. ${}_{38}K^{38}$ maksimum enerjisi 2,4 MeV olan β ışınları yayınlıyarak ${}_{37}Rb^{88}$ e dönüşür. Bu çekirdek bozulması esnasında yayınlanan elektronların $B=0,1$ weber/m² lik bir magnetik alanda $R=6,1$ cm lik bir eğriliği haiz bir yörünge çizdiklerini göz önünde tutarak

a) Böyle bir elektronun ve buna refâkat eden nötrinin enerjilerini eV cinsinden hesaplayınız, ve

b) Geri tepen çekirdeğin haiz olduğu mümkün olan maksimum kinetik enerjisi tâyin ediniz.

10. q elektrik yükünü ve x eksenini boyunca bir p_0 impulsunu haiz bir taneçik L uzunluğunda ve içinde x doğrultusuna dik bir biçim bir elektrik alanı uygulanmış bir bölgeye girmektedir. Elektrik alanının şiddeti \mathcal{E} olduğuna göre alanın taneçiği sapmaya uğrattığı açığı tesbit ediniz.

11. q elektrik yükünü ve m_0 sükûnet kütlesini haiz bir taneçik sâbit bir $\vec{\mathcal{E}} = \mathcal{E} \vec{e}$, ($\vec{e} \cdot \vec{e} = 1$), elektrik alanına, alan vektörü boyunca girecek olursa hızının, özel rölâtivite teorisi çerçevesi içinde haiz olacağı ifâdeyi ve e boyunca katedeceği x uzaklığını hesaplayınız.

* 12. Güneş sâbiti diye yerin Güneşten olan uzaklığında 1 cm² yi 1 saniyede kateden güneşin enerji akımına denir. Bu sâbitin değerinin 0,14 jul/sec · cm² olduğu tesbit edilmiştir.

a) Güneşin toplam enerji üretiminin yaklaşık olarak $4 \cdot 10^{26}$ jul/sec olduğunu gösteriniz.

b) Güneşteki enerji üretimi BETHE çevrimi denilen bir çevrim sonucu hidrojenin helyuma dönüşmesi esnâsında vukuu bulmaktadır. 1 gram 1_1H in 4_2He e dönüşmesi sonucu açığa çıkan enerji 6×10^{11} jul olduğuna göre eğer Güneşin kütesinin $1/3$ ü hidrojen olsaydı da çekirdek reaksiyonları hiç değişmeksizin sürüp gitselerdi Güneşin bugünkü enerji neşretme hızıyla daha 3×10^{10} sene enerji neşrine devam edebileceğini gösteriniz.

13. 940 MeV lik kinetik enerjiyi haiz bir proton, sükûnet hâlindeki bir başka protonla esnek bir çarpışma yapmaktadır. Çarpışmadan sonra her iki protonun da çarpan protonun geliş doğrultusunun her iki yanında ve bu doğrultuya eşit θ açıları yaparak hareket etmeleri hâlinde acaba ikisi arasındaki açının değeri ne olacaktır?

14. İmpuls ve enerji korunumu ilkelerinden hareket ederek sükûnetteki elektronlar üzerine gönderilmiş olan yüksek enerjili başka elektronların çarpışmada elektron - pozitron çifti meydana getirmeleri için mermi rolü oynayan elektronların $6m_e c^2$ lik bir minimum kinetik enerjiye sâhip olmaları gerektiğini gösterip bu enerjiyi hesaplayınız.

15. 2 MeV luk bir elektronun hızını ve kütesini bulunuz.

16. Bir proton 500 MeV luk kinetik enerjiye kadar hızlandırılırsa ne kadar kütle kazanır?

17. 0,1 MeV luk bir elektronun önce Rölâtivite Teorisine göre ve sonra da klâsik mekaniğe göre olan hızını bulunuz.

18. Bir elektronun kütesinin protonun sükûnet kütesine eşit olabilmesi için hızı ne olmalıdır?

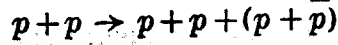
19. 200 000 km/s lik bir hızı olan bir elektronun kütesi nedir?

20.
$$H_2 + \frac{1}{2} O_2 \rightarrow H_2O + 69 \text{ kcal}$$

reaksiyonundaki kütle kaybını mg cinsinden ifâde ediniz.

* 21. Gerek NEWTON mekaniği ve gerekse Rölâtivite mekaniği nokta-i nazarından, hareket hâlindeki M kütleli bir tânecikle sükûnetteki aynı cins bir başka tâneciğin çarpışmasında (L) lâboratuvar sistemi ve (KM) kütle merkezi sisteminde ortaya çıkan enerjinin ne kadar olduğunu tesbit ediniz.

* 22. Sükûnetteki bir protonun çok yüksek enerjili bir başka protonla bombardımanı sonunda



reaksiyonu gerçekleştirilir. \bar{p} ile, p ile aynı kütleyi fakat -e yükünü haiz olan antiproton gösterilmektedir.

Bu reaksiyonun gerçekleşebilmesi için mermi protonun eşik enerjisi ne olmalıdır?

23. Özel Rölâtivite Teorisi çerçevesi içinde birbiçim sâbit bir \vec{B} magnetik alanı içinde q yükünü haiz bir tâneciğin hareketini inceleyiniz.

* 24. Bir (S) referans sisteminde elektromagnetizmanın temel denklemleri olan MAXWELL denklemleri

$$\begin{aligned} \vec{\text{rot}} \vec{\mathcal{E}} &= - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} & \vec{\text{rot}} \vec{H} &= \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \\ \text{div} \vec{B} &= 0 & \text{div} \vec{D} &= \rho \end{aligned}$$

$$\vec{J} = \rho \vec{v}$$

şeklinindedir. Özel Rölâtivite ilkesi uyarınca bu denklemlerin (S) ye göre bir sâbit V hızıyla ve xx' boyunca düzgün doğrusal bir hareket icrâ eden bir (S') referans sisteminde de geçerli olabilmeleri için $\vec{\mathcal{E}}$ elektrik alan vektörünün, \vec{B} magnetik indüksiyon vektörünün bileşenlerinin ve ρ elektrik yoğunluğunun bir LORENTZ dönüşümünde nasıl değişmeleri gerektiğini tesis ediniz.

* 25. Bir (S) referans sisteminde bir q elektrik yükü üzerine etki yapan elektrik kuvvetinin LORENTZ dönüşümüne göre dönüşüm formüllerini tesis ederek bu formüllerin mâhiyeti ne olursa olsun bütün kuvvetler için geçerli olduğunu gösteriniz.

* 26. Elektrik yükünün LORENTZ dönüşümlerine göre invaryant olduğunu gösteriniz.

* 27. İki evrensel vektörün skalar çarpımının LORENTZ dönüşümlerine göre invaryant olduğunu gösteriniz.

* 28. Bir \vec{P} evrensel vektörüyle dört bileşeni haiz bir \vec{Q} vektörünün skalar çarpımı LORENTZ dönüşümüne göre invaryant ise \vec{Q} nun da mecbûren evrensel bir vektör olacağını gösteriniz.

29. Işığın yayılmasına tekaabül eden dörtlü vektörün tekil bir evrensel vektör olduğunu gösteriniz.

30. 6. problemde LORENTZ dönüşümlerine göre invaryant bir büyüklük olduğunu gördüğümüz

$$\Phi = v \left[t - \frac{1}{c} (x \cos A + y \cos B + z \cos C) \right]$$

fazının bu özelliğinden faydalanarak

$$\vec{x} = (\cos A, \cos B, \cos C)$$

olmak üzere

$$\vec{K} = - \left(\frac{\vec{x}}{\lambda}, i \frac{v}{c} \right)$$

diye tanımlanan dört bileşenli vektörün evrensel ve tekil bir vektör olduğunu gösteriniz.

* 31. Maddesel bir tanecek için tanımlanan evrensel enerji - impuls vektörü

$$\vec{P} = (\vec{p}, imc) = (\gamma m_0 \vec{u}, i \gamma m_0 c)$$

şeklindedir.

İmpuls korunumu ilkesinden hareketle, sükûnetteki bir elektron üzerine gelen bir pozitronun birbirlerini ifnâ etmeleri sonucu ortaya en aşağı iki foton çıkacağını gösteriniz.

* 32. $\vec{D} = \left(\frac{\partial}{\partial x_1}, \frac{\partial}{\partial x_2}, \frac{\partial}{\partial x_3}, \frac{\partial}{\partial x_4} \right)$ ile belirlenen dört bileşenli haiz vektörün evrensel bir vektör olduğunu ve

$$\square^2 = \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_3^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}$$

D'ALEMBERT operatörünün de LORENTZ dönüşümlerine göre invaryant olduğunu gösteriniz.

III. BÖLÜM

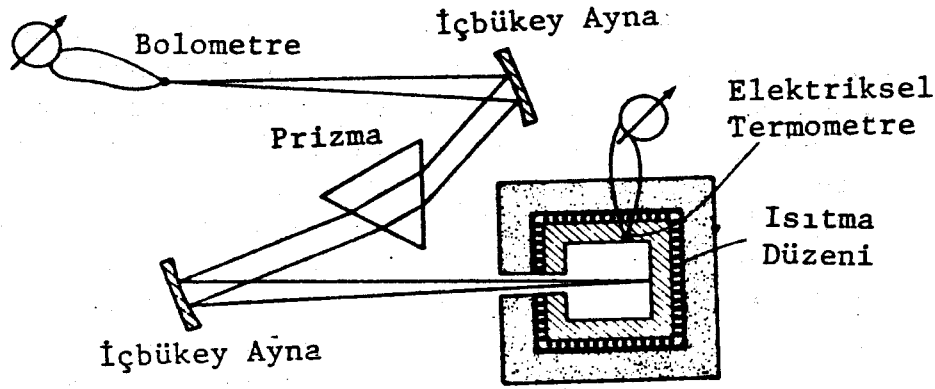
Enerjinin Süreksizliği ve Elektromagnetik Dalgaların Tâneçiksel Özellikleri

Günlük hayatımızda tâneçik ve dalga kavramları şüpheye yer bırakmayan kesinlikte tamamen farklı kavramlar olarak karşımıza çıkarlar. Pratik adamın sağduyusu rüzgârda gözüne kaçan toz zerresi ile havuza bir taş atmakla meydana gelen dalgalar arasında mâhiyet itibarıyla hiçbir ilişki kuramaz. Duygularımızın izlenimlerine tekaabül eden fiziksel gerçek'i aksettiren Klâsik Fizik de tâneçikleri ve dalgaları bu gerçeğin tamamen farklı bölümleri olarak inceler. Gerek tâneçikler mekaniği (yâni nokta mekaniği) ve gerekse dalgaların optiği, her biri kendisine has varsayımlar, teoriler ve deneyler zincirini haiz başlıbaşına iki ayrı inceleme konusu olarak gelişmişlerdir. Fakat bizim «idrâkimizle - kavradığımız - fiziksel - gerçek» esâsında moleküller, atomlar, çekirdekler, elektronlar âleminde vukuu bulan olayların toplu bir şekilde duygularımıza aksetmesi sonucu ortaya çıkmış olmaktadır. Hâlbuki teker teker bütün bu fiziksel nesnelere duygularımıza doğrudan doğruya etkileri yoktur. Dolayısıyla, gözümüze kaçan toz zerresini havuzda husûle gelen dalgalardan kesinlikle tefrik edebildiğimiz gibi, bunları, hangi kategoriye gireceklerini duygularımız aracılığıyla kestiremeyiz. Duygularımız için bunlar ne tâneçiklerdir ve ne de dalgalar. Biz eğer meselâ elektronlara tâneçikler gözü ile bakıyorsak bu onların kütle ve yüke sâhip olmalarından ve televizyon ve yâ siklotron gibi cihazlarda nokta mekaniği kanunları uyarınca hareket etmelerinden ötürüdür. Bununla beraber ileride elektronların tâneçikler olarak (maddî noktalar) telâkki edilmeleri için lehte ne kadar delil varsa, bunların dalgalar olarak telâkki edilmeleri için de bir o kadar delil olduğunu göreceğiz. Ve eğer biz elektromagnetik dalgalara da bir takım dalgalar gözü ile bakıyorsak, bu da onların bazı hâllerde kırınım (difraksiyon), girişim (interferans) ve kutuplanma (polarizasyon) olaylarına sebep olmalarından ötürüdür. Hâlbuki ileride elektromagnetik dalgaların başka vesilelerle tıpkı bir takım tâneçiklermiş gibi davrandıklarını göreceğiz. Özel Rölâtivite Teorisi ve bu *dalga - tâneçik ikiliği* (düalitesi) çağdaş fiziğin anlaşılmasında temel bir rol oynamaktadırlar. Bu dalga - tâneçik ikiliğini daha iyi kavramak için önce enerjinin mâhiyeti meselesine

değinerak bunun çağdaş fizikte nasıl telâkki edildiğini yakından inceleyeceğiz.

KARA CİSMİN RADYASYON PROBLEMİ

«Kara cisim» diye üzerine çarpan her radyasyonu soğuran (=absorplayan) cisme denir. Böyle bir cisim, meselâ Şekil: III.1 deki gibi cidarları belirli bir T sıcaklığında olan kapalı bir kapla temsil edilebilir. Bunun cidarlarında açılacak küçük bir delikten dışarı çıkacak radyasyonu analiz etmek sûretiyle «kara cisim»in radyasyonu hakkında bilgi edinmek kaabil olur.



Şekil: III.1

Kara cismin boşluğundaki radyasyon enerjisinin $u(\lambda)$ yoğunluğunu hesaplamak ve teorik sonuçları deneyle karşılaştırmak 19. yüzyılın son çeyreğinde fizikçileri oyalamış olan bir konudur. Bu hususta ilk ilgi çekiçi sonuçlar, KIRCHHOFF tarafından elde edilmiş olup bunlar

1) Kara cismin termodinamik dengede olduğu, yâni soğurulan radyasyonun yayınlanan radyasyon miktarına eşit olduğunu,

2) Kara cismin yayınladığı radyasyonun spektrumunun, yâni radyasyon enerjisinin λ dalga boyuna göre veyâ ν frekansına göre dağılımının cismin ne şekline ve ne de yapı maddesine bağlı olmayıp sâdece cidarların T sıcaklığına tâbî olduğunu ifade etmektedirler.

Bundan sonra WIEN termodinamik mülâhazalarla kara cismin $u(\lambda)$ radyasyon enerjisi yoğunluğunun yâni ışıma gücünün

$$u(\lambda) = \lambda^{-5} \cdot f(T) \quad (\text{III.1})$$

şeklinde olduğunu ispatlamıştır.

Daha sonra da STEPHAN kara cismin toplam radyasyon enerjisi için

$$U = \int_0^{\infty} u(\lambda) d\lambda = \sigma T^4 \quad (\text{III.2})$$

bağıntısını bulmuştur. Bu, toplam radyasyon enerjisinin cisimlerin sıcaklığının 4. kuvvetiyle orantılı olduğunu ifâde etmektedir. σ ise değeri denel olarak tesbit edilmiş olan STEPHAN - BOLTZMANN sâbitidir:

$$\sigma = 7,64 \cdot 10^{-15} \text{erg/cm}^3 \cdot \text{°K}^4.$$

$u(\lambda)$ yı açık bir şekilde elde etmek için radyasyonun nasıl meydana geldiği hususunda uygun bir model seçmek gerekir. Bunun için kara cismin cisimlerinin, her biri nokta büyüklüğünde elektrik yüklerinden ibâret olan ve denge durumundan ayrıldığına $f = -kx$ gibi bir çekim kuvvetiyle lineer bir yörünge üzerinde doğrusal sinüsoydal titreşimler yapan osilâtörlerden ibâret olduğu farz olunur. Her osilâtör kendine has bir hareket periyoduyla titreştiği için cisimlerde mümkün bütün periyotları haiz osilâtörlerin bulunduğu kabul edilir. Bir osilâtöre çarpan elektromagnetik bir dalga, osilâtörü harekete geçirdiği gibi hareket hâlindeki bir osilâtör de kendi frekansına eşit frekanslı monokromatik bir elektromagnetik dalga yayınlar. Kara cismin yayınladığı radyasyon, böylelikle, osilâtörlerin öz titreşimlerinin doğurduğu radyasyonların birbirlerinin üzerine binmesinden (süperpozisyonundan) ibâret olur.

Bunun gibi bir model fizikte daima bir kılavuz rolü oynar. Böyle bir modele dayanarak yapılan hesapların sonucu deneyle uygun düşüyorsa, bu takdirde seçilmiş olan modelin gerçeğin ifâdesi ve tasviri bakımından iyi seçilmiş, başarılı bir model olduğu söylenir. Yok eğer modele dayanarak yapılan incelemenin sonuçları deneyle uyuşmuyorsa modeli bütün bütün atıp da yerine bir yenisini koyarak onu da aynı şekilde teste tâbi tutmadan önce bu modelin başarısızlığının muhtemel gözükten sebepleri üzerinde durulur. Modelin temelindeki varsayımlar teker teker gözden geçirilir. Gerekirse önce bunlar tâdil edilerek başarı elde edilip edilmeyeceği araştırılır. Bu da fayda etmeyince o zaman tamamen yeni bir model seçilir.

Eğer seçilmiş olan bir modele göre yapılan hesapların sonuçları de-

neyle uyuşmuyorlarsa bu model kendi yetersizliğini gösterecek, yâni bu modelin öngörmediği veyâ izah edemediği, bir olayın ortaya çıkmasına kadar geçerli kalır. Pekçok olayı izah edebildikten sonra yeni zuhur eden bir olayı izahtan âciz kalan bir model de genellikle kendisini bir özel hâl olarak kabul edecek olan daha evrimleşmiş bir modelle değiştirilir.

Kara cismin radyasyonu için vaz edilmiş olan osilâtörler modeli de açık veyâ zımnî bir çok varsayım üzerine kurulmuş bir model olmak hesabıyla ancak, bunun verdiği neticeler deneyle uygun düştükleri müddetçe geçerli bir model olabilecektir.

Termik dengenin geçerli olduğu hâllerde enerjisi E ile $E + dE$ arasında bulunan bir osilâtörün T sıcaklığında uyartılması ihtimâlinin

$$w = e^{-E/kT} \quad (\text{III.3})$$

ile orantılı olduğu gösterilir. Burada $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Joule/°K dir. Bu takdirde cisimleri termik dengede bulunan bir kara cisim için aynı bir ν frekansını haiz radyasyon neşreden osilâtörlerin ortalama enerjisi

$$\langle E \rangle = \frac{\int_0^{\infty} E e^{-E/kT} dE}{\int_0^{\infty} e^{-E/kT} dE} = kT \quad (\text{III.4})$$

dir. Bu ise klâsik «enerjinin eşdağılım ilkesi»nden başka bir şey değildir. Burada dikkat edilecek olan husus bu ortalamayı alırken E nin sürekli bir değişken olarak kabul edilip integral işâretinin kullanılmış olmasıdır.

Burada hareketle, kara cismin birim hacim başına neşrettiği λ dalga boyunu haiz ışımaya gücünün

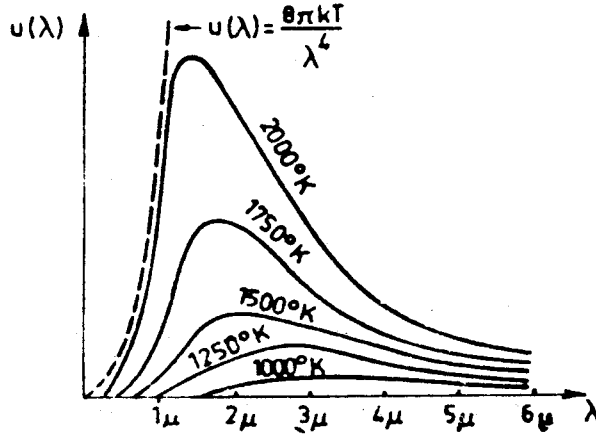
$$u(\lambda) = \frac{8\pi}{\lambda^4} \langle E \rangle = \frac{8\pi}{\lambda^4} kT \quad (\text{III.5})$$

olduğu bulunur. Fakat bu ifâdenin tatminkâr bir ifâde teşkil etmediği âşikârdır. Bir kere WIEN kanununu sağlamamaktadır. İkincisi (III.5) den itibâren toplam radyasyon enerjisini hesaplırsak

$$U = \int_0^{\infty} u(\lambda) d\lambda = 8\pi kT \int_0^{\infty} \frac{d\lambda}{\lambda^4} = \infty$$

gibi saçma bir netice bulunur.

Bu sonuç deneyle karşılaştırıldığında netice Şekil: III.2 nin aksettirdiği gibidir. (II.4) formülü ancak $T \approx 2000^\circ K$ ve $\lambda = 3 \times 10^{-4}$ cm için câri olabilmektedir.



Şekil: III.2

Teori ile deneyin uyumsuzluğuna çâre bulmak üzere, 1900 de MAX PLANCK, teörinin dayandığı modelden büsbütün vazgeçmeden önce, modeldeki temel varsayımlardan birini tâdil etmenin belki de beklenen neticeyi verebileceğini düşünerek (III.3) formülünde zımnem kabul etmiş olduğumuz gibi enerjinin sürekli değişmesi yerine, yâni osilâtörün sürekli bir şekilde enerji soğurması (absorplaması) ve sürekli bir şekilde enerji yayınlaması yerine, enerjinin süreksiz yâni kesikli ve ancak ϵ gibi çok küçük bir değerin (bir enerji kuvantumunun) tam katları şeklinde soğurulup yayınlanabildiğini kabul etmiştir.

Bu varsayıma göre (III.3) formülünde, sürekli bir değişken üzerinden toplama delâlet eden integral yerine teke tek (yâni süreksiz) değerler alan bir değişken üzerinden toplama delâlet eden toplam işâreti koymak lâzımdır. Bu takdirde

$$\langle E \rangle = \frac{\int_0^{\infty} E e^{-E/kT} dE}{\int_0^{\infty} e^{-E/kT} dE} \rightarrow \frac{\sum_{n=0}^{\infty} n\epsilon \cdot e^{-\frac{n\epsilon}{kT}}}{\sum_{n=0}^{\infty} e^{-\frac{n\epsilon}{kT}}}$$

olacaktır. Eğer $x = \exp(-\varepsilon/kT)$ vazedilirse

$$\langle E \rangle = \frac{\varepsilon \sum_{n=0}^{\infty} n x^n}{\sum_{n=0}^{\infty} x^n} = \frac{\varepsilon (0 + x + 2x^2 + 3x^3 + \dots)}{1 + x + x^2 + \dots} = \frac{\varepsilon x}{(1-x)^2} = \frac{\varepsilon x}{1-x}$$

yâni

$$\langle E \rangle = \frac{\varepsilon}{e^{\varepsilon/kT} - 1} \quad (\text{III.6})$$

ve buradan da

$$u(\lambda) = \frac{8\pi}{\lambda^4} \langle E \rangle = \frac{8\pi}{\lambda^4} \frac{\varepsilon}{e^{\varepsilon/kT} - 1} \quad (\text{III.7})$$

bulunur. Sonucun (III.1) ile verilen WIEN kanununa uygun olabilmesi için tek çâre, h bir sâbit olmak üzere,

$$\varepsilon = h\nu = h \frac{c}{\lambda} \quad (\text{III.8})$$

olmasıdır. Böylece

$$u(\lambda) = \frac{8\pi hc}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1} \quad (\text{III.9})$$

bulunmuş olur. Buradaki h sâbiti «evrensel PLANCK sâbiti» adıyla bilinmekte olup çeşitli deneylerle ortaya konan değeri

$$h = 6,625 \cdot 10^{-27} \text{ erg} \cdot \text{sec} = 6,625 \cdot 10^{-34} \text{ joule} \cdot \text{sec}$$

dir. h nın boyutu

$$[h] = ML^2T^{-1}$$

olup bir «aksiyon» boyutudur. Bundan ötürü buna aksiyon kuvantumu adı da verilir. (III.9) formülüne PLANCK radyasyon formülü adı verilir.

(III.9) formülünün dayandığı enerjinin süresiz neşri varsayımının şaşkınlığına rağmen, kabul edilebilir bir formül olabilmesi için hiç değilse bir de STEPHAN kanununu gerçekleştirilmesi gerekir. Buna binâen

$$U = \int_0^{\infty} u(\lambda) d\lambda = 8\pi hc \int_0^{\infty} \frac{\lambda^{-5} d\lambda}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1}$$

veyâ

$$x = \frac{hc}{k\lambda T}$$

vazederek

$$U = \frac{8\pi k^4 T^4}{h^3 c^3} \int_0^{\infty} \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = \frac{8\pi^5 k^4}{15 h^3 c^3} \cdot T^4 = A \cdot T^4 \quad (\text{III.10})$$

bulunur. STEPHAN kanununun (III.2) ifâdesine binâen (III.9) PLANCK fonksiyonunun bu kanunu gerçeklemede olduğu söylenebilir. Ancak eğer $A = \sigma$ ise uygunluk mükemmel olacaktır. Gerçekten de A nın nümerik değerinin denel olarak tesbit edilmiş olan σ ya eşit olduğu kolaylıkla tahkik edilebilir. Buna göre

$$A = \frac{8\pi^5 k^4}{15 h^3 c^3} = \frac{8 \times (3,1416)^5 \times (1,38 \cdot 10^{-16} \text{ erg/}^\circ\text{K})^4}{15 \times (6,625 \cdot 10^{-27} \text{ erg} \cdot \text{sec})^3 \times (3 \cdot 10^{10} \text{ cm/sec})^3} \\ = 7,64 \cdot 10^{-15} \text{ erg/cm}^3 \cdot ^\circ\text{K}^4 = \sigma$$

bulunur. Şu hâlde PLANCK'ın teorisi sâdece klâsik sonuçları bulmakla kalmamakta fakat aynı zamanda denel olarak tesbit edilmiş olan bir sâ-bitin, teorik olarak, bilinen diğer tabiat sâbitleriyle ilişkisini de mükemmel bir şekilde kurmaktadır. Buna dayanarak PLANCK'ın, enerjinin kesikli bir şekilde olduğu yolundaki varsayımının gerçeğin büyük bir payını doğrulukla aksettirmekte olduğunu söyleyebiliriz.

Aşağıdaki paragraflarda bu varsayımın, klâsik fiziğin açıklamaktan âciz kaldığı pekçok konuyu açıklamağa yeterli olduğunu göreceğiz.

WIEN ÖTELEME KURALI

Bu konuyu kapatmadan önce *WIEN öteleme kuralı ve WIEN'in ikinci kuralı* diye bilinen iki önemli kurala da kısaca değinmek yararlı olacaktır.

WIEN öteleme kuralı, kara cismin ışımaya gücü dağılımının maksimumuna tekaabül eden λ_{Max} dalga boyu ile kara cismin T sıcaklığı arasındaki bağıntıyı verir. Bunun için (III.9) PLANCK formülünden λ ya göre türev alınıp da bu, sıfıra eşitlenirse

$$e^{hc/k\lambda T} \left(1 - \frac{hc}{5k\lambda T} \right) = 1$$

bağıntısı elde edilir. Bunun iki kökü vardır. Biri $hc/k\lambda_{\text{Max}}T = 0$ olup bu T , ya da λ_{Max} un sonsuz olmasını zorunlu kıldığından fiziksel bir anlamı haiz değildir. Diğer kök ise

$$\frac{hc}{k\lambda_{\text{Max}} T} = 4,965$$

dir. Buradan

$$\lambda_{\text{Max}} \cdot T = 2,898 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot ^\circ\text{K} \quad (\text{III.11})$$

bulunur.

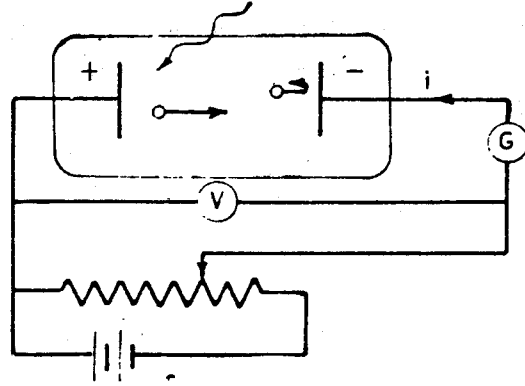
WIEN'in ikinci kuralı diye bilinen de kara cismin $u(\lambda)$ ışınma gücünün maksimumu olan $u(\lambda_{\text{Max}}) = u_{\text{Max}}$ değerini kara cismin T sıcaklığına bağlayan bir ifâdedir. (III.11) i (III.9) a yerleştirmekle

$$u_{\text{Max}} = 1,47 \cdot 10^{-13} \cdot T^5 \quad (\text{III.12})$$

bulunur.

FOTOLEKTRİK OLAYI

19. asrın sonlarına doğru bazı metal yüzeylerinin üzerine düşen ışığın bu yüzeylerden elektron kopardığı gözlenmiş ve bu olaya «fotoelektrik olayı», bu türlü meydana gelen elektronlara da fotoelektronlar adı verilmişti (Bk. Şekil: III.3)



Şekil: III.3. Fotoelektrik selül düzeni.

Bu olayı yakından inceleyen fizikçiler şu özellikleri denel olarak tespit etmişlerdir:

a) Eğer fotoelektronlar yayınlanıyorsa metal yüzeyine düşen ışığın şiddeti çok küçük olsa dahi, ışığın metal yüzüne çarpması ile fotoelektron yayını arasında geçen zaman âzamî $3 \cdot 10^{-9}$ sec dir.

b) Fotoelektronların sayısı gelen ışık hüzmelerinin şiddetiyle orantılıdır.

c) Fotoelektronların enerjisi metal üzerine düşen monokromatik ışığın frekansıyla orantılıdır. (Yâni meselâ çok zayıf bir mor ışığın doğurttuğu fotoelektronların enerjileri, çok şiddetli bir kırmızı ışığın hâsil ettiği fotoelektronların enerjilerinden daha fazladır.)

d) Her metal için, fotoelektron yayınının başlayabilmesini temin eden ν_0 gibi farklı bir eşik frekansı vardır.

Bu keyfiyetlerin klâsik elektromagnetik teori yardımıyla izahı maalesef mümkün olmamaktadır. Meselâ *Na* dan oluşmuş bir yüzey üzerine mor bir monokromatik ışık hüzmesinin düştüğünü farzedelim. Buna binâen yaklaşık olarak ancak 10^{-6} watt/m² lik bir elektromagnetik enerji soğurulduğunda, hissedilir bir fotoelektron akımı kaydedilir. *Na* atomlarının çapları 10^{-10} m mertebesinde olduğundan 1 m² lik ve 1 atom kalınlığındaki bir *Na* tabakasında demek ki yaklaşık olarak 10^{20} *Na* atomu bulunacaktır. 10^{-6} watt/m² lik bu elektromagnetik radyasyon 10 atom kalınlığındaki bir tabaka tarafından soğurursa her atomun soğurduğu enerji $10^{-6}/(10 \times 10^{20}) = 10^{-27}$ watt olur. 1 elektron - volt, $1,602 \cdot 10^{19}$ Coulomb'luk yükü hâiz olan elektronun 1 voltluk bir potansiyel farkına tâbî tutulduğunda kazandığı enerjidir: 1 eV = $1,602 \cdot 10^{19}$ Joule = $1,602 \cdot 10^{-19}$ watt.sec. Buna göre her *Na* atomunun saniye başına soğurduğu enerji

$$10^{-27} \text{ watt} = \frac{10^{-27}}{1,60 \cdot 10^{-19}} \text{ eV/sec} < 10^{-8} \text{ eV/sec}$$

dir. Fotoelektronların enerjileri ise en aşağı eV mertebesindedir. Şu hâlde en müsait hâlde dahi bir elektronun eV mertebesinde bir enerji kazanabilmesi için en aşağı 10^8 sec ~ 3 sene beklemesi lâzımdır. Hâlbuki fotoelektronlar, üzerlerine ışık düşer düşmez 3×10^{-9} sec sonra yayınlandıklarına göre bu zaman zarfında ancak 3×10^{-17} eV luk bir enerji soğurmuş olurlar ki bu onların nasıl olup da 3×10^{-9} sec de eV mertebesinden bir kinetik enerjiyi haiz olarak yayınlanmış olmalarını izah etmekten âcizdir.

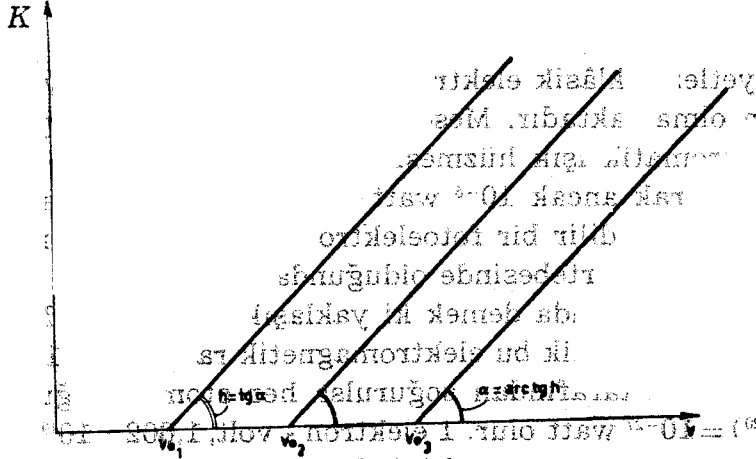
Klâsik teori, bundan başka, fotoelektronların enerjilerinin nasıl olup da ν frekansına bağlı olduklarını izah edemediği gibi belirli bir metalden fotoelektronların koparılması için gerekli ν_0 gibi bir eşik frekansının varlığını da izah edememektedir.

Özellikle fotoelektronların *K* kinetik enerjisi, metale çarpan monokromatik ışık hüzmesinin ν frekansının fonksiyonu olarak çizilirse, muhteif metaller için Şekil: III.4 deki gibi ν eksenini ν_{01} , ν_{02} , ν_{03} , ... ilh ... nokta-

larında kesen birbirlerine paralel doğrular elde edilir. Bütün bu doğruların ortak eğim katsayısına h denirse bu doğrular hep

$$K = h(\nu - \nu_0) = h\nu - h\nu_0 \quad (\text{III.13})$$

şeklinde olacaklardır. K enerji boyutlarını, yani ML^2T^{-1} boyutlarını haiz



Sekil: III.4

olduğundan ve $[ν] = T^{-1}$ olması hasebiyle h 'nin bir aksiyonun boyutlarını haiz olması gerektiği yâni

$$[h] = ML^2 T^{-1}$$

olduğu âşikârdır:

FOTON VEYA IŞIK KUVANTUMU

Fotoelektrik olayın mâkul ve çağdaş bir açıklaması 1905 senesinde EINSTEIN tarafından yapılmıştır. EINSTEIN, PLANCK'ın enerji kuantumları fikrinden hareketle ν frekansını haiz monokromatik bir ışık hüzmesinin $h\nu$ enerjili ışık kuantumlarından veya başka bir deyimle taneçikçi mahiyetteki fotonlardan oluşmuş olduğunu ve bunların da c ışık hızıyla hareket ettiklerini varsaymıştır. Böylece, bir foton metale bağlı bir elektrona çarptığı zaman haiz olduğu $h\nu$ enerjisinin bir kısmı elektronu, metal ile olan bağlarından koparma işi için harcanır. Bu işi $h\nu_0$ ile gösterelim. Eğer fotonun bütün $h\nu$ kinetik enerjisi elektronu bağlarından koparma işine sarfedilmemişse bunun geriye kalan kısmı da elektronun kinetik enerjisine dönüşür. Şu hâlde enerjinin korunumu ilkesine göre

$$h\nu = \frac{1}{2} m\nu^2 + h\nu_0 = K + \phi \quad (\text{III.14})$$

olacaktır. Buna göre metalden bir elektron emisyonu ancak $h\nu > h\nu_0$ yâni $\nu > \nu_0$ ise mümkün olabilecektir. ϕ/e ye metalin iş fonksiyonu ve ν_0 a da göz önüne alınan metal için fotoelektrik olayın eşik frekansı denir. (III.13) formülünde belirli bir metal için $\phi = \text{sâbit}$ olduğundan gerçekten de fotoelektronun K kinetik enerjisinin fotonun ν frekansı ile orantılı olarak değiştiği görülmektedir.

Işığın fotonlardan müteşekkil olduğunu düşünürsek ışığın şiddeti artık, birim yüzeyden birim zaman zarfında geçen fotonların sayısı olur. Buna göre de fotonların bağlarından kopardığı fotoelektronların sayısı da fotonların sayısı ile orantılı olacaktır.

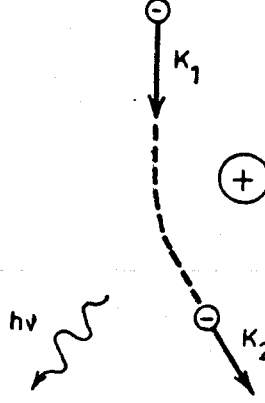
Ve nihâyet, çok zayıf ışık şiddetleri için dahi olsa fotoelektronların olağanüstü kısa bir zaman sonra ortaya çıkmaları bunların enerji biriktirmelerinden ötürü değil fakat fotonlarla vukuu bulan çarpışmalar dolayısıyla fotonların bütün kinetik enerjilerini fotoelektronlara çok kısa bir zaman zarfında aktarıvermiş olmalarından ötürüdür.

Fotoelektrik olayını fotonlar aracılığıyla izah ederken ışığa tâneçik- si bir yapı atfetmemize rağmen gene de sanki sırf dalgamsı bir nesneymiş gibi bir ν frekansından da bahsettik. Bir taraftan kırınım ve girişim olaylarının varlığı ve bunların ışığın tâneçik- si bir yapısı ile izah olunmama- ları, diğer taraftan ise fotoelektrik olayın ışığın dalgamsı bir yapısı ile bağdaşamaması bize, elektromagnetik radyasyonların mâhiyetinin olsa ol- sa *ikicil (düal)* olduğunu yâni bunların yerine göre kendilerini dalgamsı, yerine göre de tâneçik- si olarak izah edebilen aynı bir gerçeğin iki ayrı görünüşü olduğunu imâ etmektedir.

FRENLEME RADYASYONU (BREMSSTRAHLUNG) VE X-IŞINLARI

Fotoelektrik olay bir fotonun bütün enerjisini bağlı bir elektrona ak- tarmasının sonuçlarından ibâretti. Bunun tersi de bir elektronun kinetik enerji kaybederek bir foton yayınlaması olayıdır.

Serbest bir elektron pozitif yüklü olan bir atom çekirdeğinin yanın- dan geçerken bunun çekim kuvvetine mâruz kalarak Şekil: III.5 deki gi- bi yörüngesini değiştirir. Yörüngesi bir doğru iken artık bir eğri olur. Bu onun düzgün doğrusal hareketinin artık ivmeli bir harekete dönüşmüş ol- masına delildir. Hâlbuki klâsik elektromagnetik teoriye göre ivmeli bir hareket yapan bir elektrik yükü elektromagnetik enerji neşreder. Kuan- ta teorisi de bu enerjinin sürekli değil fakat tekil kuvantumlar yâni fo-



Şekil: III.5. Frenleme radyasyonunun menşei.

tonlar hâlinde yayınlanacağını öngörmektedir. Buna göre demek ki yolundan saptırılan, dolayısıyla ivmeli bir hareket yapmağa zorunlu tutulan bir elektron bir ya da daha fazla foton hâlinde radyasyon yayınlacaktır. İşte bu türlü bir radyasyona «frenleme radyasyonu» adı verilir.

Eğer yukarıdaki misâide elektronun başlangıç kinetik enerjisinin K_1 ve fotonu yayınladıktan sonraki kinetik enerjisinin de K_2 olduğunu ve fotonun yayınının hâsil ettiği geri tepme etkisinin, kütlesinin büyüklüğü dolayısıyla çekirdek üzerinde hiçbir rolü olmayacağını farzederek enerjinin korunumu ilkesine dayanarak

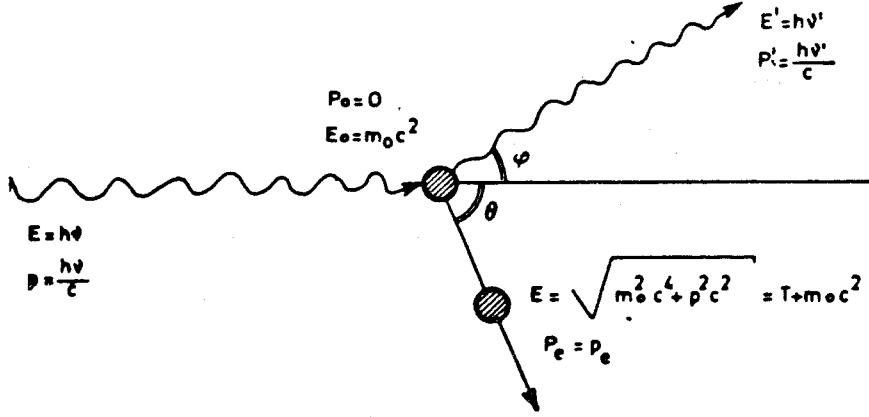
$$| K_1 - K_2 | = h\nu \quad (\text{III.15})$$

olur.

COMPTON OLAYI

Işığın veyâ genel anlamıyla elektromagnetik dalgaların tâveciksi bir mâhiyeti haiz olabildiklerinin bir delilini de bize COMPTON olayı vermektedir. Bu olay fotonların elektronlarla çarpışmaları, soğurulmalarıyla sonuçlanmadığı hâllerde, tıpkı bilârdó toplarının çarpışmalarında olduğu gibi esnek çarpışmalara yol açtığını ortaya koymaktadır.

Şekil: III.6 daki gibi $E = h\nu$ enerjisini (dolayısıyla $p = h\nu/c$ impulsunu) haiz bir foton sükûnetteki $E_0 = m_0c^2$ sükûnet enerjili ve sıfır impulsu bir elektrona çarpsın. Eğer bu çarpışma sonucu foton, elektron tarafından soğurulmuyorsa, geliş doğrultusu ile bir ϕ açısı yaparak bir saçılmaya mâruz kalmış olur. Bu arada elektron da fotonun geliş doğrultusuyla bir θ açısı yaparak harekete geçer. Fotonun kinetik enerjisinin bir kısmı



Şekil: III.6. Compton Olayı.

böylelikle elektrona intikâl etmiş, kendi enerjisi ise azaldığından artık haiz olduğu ν' frekansı, çarpışmadan öncekinden daha küçük bir değer almıştır: $\nu' < \nu$. Deneyde kullanılan elektromagnetik dalga eğer gözle görülebilen ışık ise çarpışmadan sonra saçılan ışığın daha ziyade kırmızımsıtrak olduğu gözlenir.

Eğer fotonla elektron arasındaki çarpışma, gerçekten de, iki katı kürenin çarpışmasında olduğu gibi esnek bir çarpışma ise böyle bir çarpışmada kinetik enerji ve impuls korunum kanunları geçerli olacaktır. Buradan hareketle eğer fotonla tekaabül eden frekansta (veyâ dalga boyundaki) değişim tesbit edildiğinde bu öngörülen değişimi deney de gerçekten tahkik ediyorsa, bu sûretle hesaplarımızdaki temel varsayımların yâni foto - elektron çarpışmasında (soğurulmayla sonuçlanmadığı takdirde) enerji ve impuls korunum kanunlarının geçerli olduğunun ve dolayısıyla bu çarpışmaya iki katı küre arasındaki esnek bir çarpışma gözüyle bakılabileceği keyfiyetinin gerçek bir cephesi olduğu ortaya konulmuş olur.

Foton - elektron sisteminde enerji korunumunun geçerli olduğunu kabul ettiğimizden fotonun enerjisindeki değişim sükûnetteki elektronun kazandığı enerji olarak ortaya çıkmaktadır:

$$h\nu - h\nu' = \frac{1}{2} m_0 v^2 = K \quad (\text{III.16})$$

İmpuls korunumu kanununa göre

$$\vec{p} = \vec{p}' + \vec{p}_e \quad (\text{III.17})$$

olmalıdır. Yâni çarpışmadan önceki toplam impulsun çarpışmadan sonra-

ki toplam impulsa eşit olması lâzımdır. Burada \vec{p} ile gelen fotonun impulsu, \vec{p}' ile saçılan fotonun impulsu ve \vec{p}_e ile de saçılan elektronun impulsu gösterilmektedir. (III.17) yi gelen fotonun geliş yönü üzerine ve bir de buna dik bir yöne izdüşürelim:

$$\left. \begin{aligned} \frac{h\nu}{c} &= \frac{h\nu'}{c} \cos \varphi + p_e \cos \theta \\ 0 &= \frac{h\nu'}{c} \sin \varphi - p_e \sin \theta \end{aligned} \right\} \quad (\text{III.18})$$

Buradan

$$\left. \begin{aligned} cp_e \cos \theta &= h\nu - h\nu' \cos \varphi \\ cp_e \sin \theta &= h\nu' \sin \varphi \end{aligned} \right\} \quad (\text{III.19})$$

buhunur. Bu ifâdeler kareye kaldırılıp taraf tarafa toplanacak olursa

$$c^2 p_e^2 = (h\nu)^2 - 2(h\nu)(h\nu') \cos \varphi + (h\nu')^2 \quad (\text{III.20})$$

olur. Öte yandan saçılmış olan elektronun toplam enerjisi kinetik enerjiyle sükûnet enerjisinin toplamıdır ve (II.37) ye göre

$$E = K + m_0 c^2 = \sqrt{m_0^2 c^4 + p_e^2 c^2}$$

dir. Buradan ise kareye kaldırılarak

$$p_e^2 c^2 = K^2 + 2m_0 c^2 K \quad (\text{III.21})$$

bulunur. (III.16) ve (III.20) nin ışığı altında bu son bağıntı için

$$\begin{aligned} p_e^2 c^2 &= K^2 + 2m_0 c^2 K = (h\nu)^2 - 2(h\nu)(h\nu') \cos \varphi + (h\nu')^2 + 2m_0 c^2 (h\nu - h\nu') \\ &= (h\nu)^2 - 2(h\nu)(h\nu') \cos \varphi + (h\nu')^2 \end{aligned}$$

yazılabilir. Buradan da

$$m_0 c^2 (h\nu - h\nu') = (h\nu)(h\nu') (1 - \cos \varphi)$$

veyâ her iki yanı da $h^2 c^2$ ile bölerek

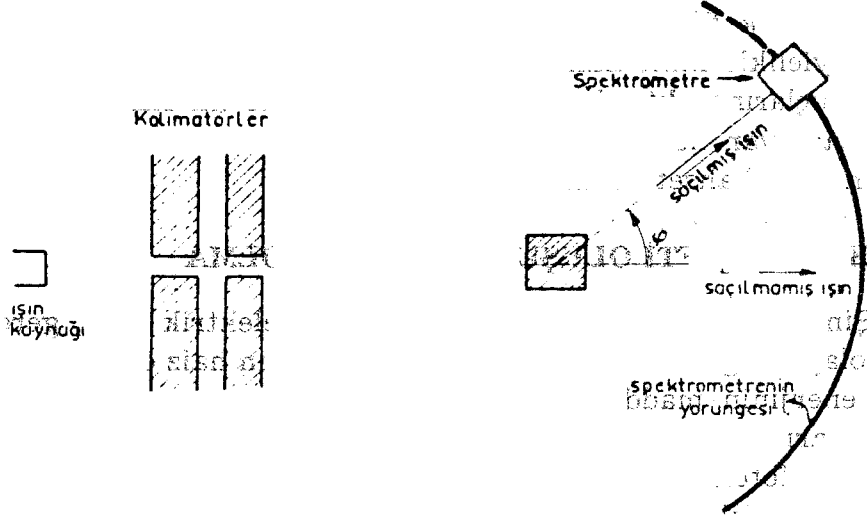
$$\frac{m_0 c}{h} \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda'} \right) = \frac{1}{\lambda \lambda'} (1 - \cos \varphi)$$

yâni

$$\lambda' - \lambda = \Delta \lambda = \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos \varphi) \quad (\text{III.22})$$

bağıntısı elde edilir. Bu ifâde elektronla çarpışma dolayısıyla fotonun dalga boyundaki azalmayı, fotonun φ saçılma açısına bağlamaktadır.

(III.22) formülünü denel olarak tahkik etmek için Şekil: III-7 deki gibi bir deney düzeni kullanılır.



Şekil: III.7

(III.22) formülünde h/m_0c ye Compton dalgaboyu adı verilir. Fotonun çarptığı tanecek ne kadar büyük kütleli olursa Compton dalgaboyunun da o kadar kısa olacağı aşikârdır. Diğer taraftan $\Delta\lambda$ nın da ancak $\phi=180^\circ$ için maksimum olduğu görülmektedir. Buna binâen, fotonun elektron çarpışması bahis konusu olduğundan, fotonun dalgaboyundaki maksimum değişimin ancak $0,048 \text{ \AA}$ olduğu hesaplanır. Bu mertebedeki dalga boyu değişimlerini X ışınları kullanmak suretiyle gözlemek daha kolaydır. Zirâ görünen ışık için (yâni $4000 \text{ \AA} < \lambda < 8000 \text{ \AA}$ için) bu mertebeden bir değişim, kullanılan ışığın ancak $\% 0,01$ i mertebesindedir. Halbuki 1 \AA lük dalga boyunu haiz olan X ışınları için bu $\% 5$ mertebesinde olup şüphesiz ki denel olarak da daha büyük bir kolaylıkla gözlenebilir.

Elektromagnetik radyasyona sâdece dalgasal bir mâhiyet atfeden klâsik fiziğe göre elektromagnetik bir dalganın bir elektron üzerinde «yan-sıması» bunun dalga boyunda hiç bir değişiklik yapmaz, yâni $\Delta\lambda=0$ dır. (III.22) formülünde $h \rightarrow 0$ yapacak olursak (yâni, zımnen, enerjinin süreksizliğini kabul edecek olursak

$$\lim_{h \rightarrow 0} \Delta\lambda = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h}{m_0c} (1 - \cos \phi) = 0$$

olur; ve böylece) klâsik fizikğin öngördüğü sonucu bulmuş oluruz.

Bu sonuç çok genel bir ilkenin özel bir hâlidir. Aktarma İlkesi (=Korrespondans Prensibi) adı altında tanınan bu kurala göre Kuvantum Fiziğinin bütün sonuçları limit hâllerde (meselâ burada olduğu gibi $h \rightarrow 0$ için) daimâ Klâsik Fiziğın sonuçlarını vermelidirler.

Böylelikle limit hâller, Kuvantum Fiziğinin sonuçlarını Klâsik Fiziğın sonuçlarına aktarılmasını temin eden, her iki fizik arasındaki sürekliliği sağlayan hâller olarak da tanımlanabilirler. İleride Aktarma İlkesinden gene bahsetme imkânımız olacaktır.

ELEKTRON ÇİFTİ OLUŞUMU VE YOK - OLMA

Şimdiye kadar gördüğümüz gerek fotoelektrik olay, gerek frenleme ışını olayı ve gerekse Compton olayı fotonların haiz oldukları elektromagnetik enerjinin, maddesel tâneciklerin kinetik ve potansiyel enerjilerine ya da bunların elektromagnetik enerjiye dönüşümleri hakkındaki örneklerdi. Acaba fotonun elektromagnetik enerjisini sükûnet enerjisine dönüştürmek yâni katıksız enerjiden hareketle katıksız madde meydana getirmek ya da, tersine katıksız maddeyi katıksız enerjiye dönüştürmek mümkün müdür?

Bu sorunun cevabı olumludur. Gerçekten de yüksek enerjili fotonların büyük kütleli atom çekirdekleriyle vukuu bulan interaksyonları (etkillemeleri) sonucu ortaya biri pozitif, diğeri ise negatif yüklü iki tâneciğın çıktığı gözlenmiştir. Belirli K^+ ve K^- kinetik enerjileriyle ortaya çıkan bu tâneciklerin kütlelerinin aynı olduğu ve negatif yüklü olanın ise elektron olduğu tespit edilmiştir. Elektronla aynı kütleyi ve ters işâretli aynı yükü haiz olan diğeri tâneciğe pozitron adı verilmiş olup bunun elektronun karşıt - tâneciği olduğu söylenir.

Bu elektron - pozitron çiftinin oluşumunda enerji korunumu ilkesinin geçerli olduğu kabul edilirse bu çiftin doğumuna sebep olan fotonun enerjisinin, en azından, bu çiftin toplam enerjisine eşit olması gerekir. Şu hâlde

$$\begin{aligned} E_f = h\nu &= E^+ + E^- = m_0 c^2 + K^+ + m_0 c^2 + K^- \\ &= 2m_0 c^2 + (K^+ + K^-) \end{aligned} \quad (\text{III.23})$$

olmalıdır. Bu bağıntı böyle bir reaksiyonun vukuu bulması için gerekli minimum foton enerjisi hakkında da bir fikir vermektedir. Gerçekten de bu minimum foton enerjisi ancak elektron - pozitron çiftinin oluşumuna yetecek kadar olmalıdır. Buna göre

$$E_{f, \text{Min}} = 2m_0 c^2$$

olmalıdır. Bunu açıkça hesaplamadan önce genellikle çekirdek fiziğinde pratik bir enerji birimi olan bir birimden bahsetmek istiyoruz.

Eğer $9,108 \times 10^{-31}$ kg kütleli bir elektron 1 voltluk bir potansiyel farkına tâbi tutulursa kazandığı enerjinin 1 elektron - volt = 1 eV olduğu söylenir. Bu enerji, elektronun q yüküyle V potansiyel farkının çarpımından ibârettir:

$$1 \text{ eV} = qV = (1,602 \cdot 10^{-19} \text{ Coulomb}) \cdot (1 \text{ volt}) \\ = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ joule.}$$

Bu bağıntı bize 1 eV un Joule olarak değerini vermektedir. Buna göre bir elektron - pozitron çiftinin oluşumu için gerekli (III.22). minimum enerjinin

$$E_{f, \text{Min}} = 2m_0 c^2 = (2 \times 9,108 \cdot 10^{-31} \times 9 \times 10^{16}) \text{ joule} \\ = \frac{163,944 \times 10^{-15}}{1,602 \times 10^{-19}} \text{ eV} \approx 1020000 \text{ eV} = 1,02 \text{ MeV}$$

olduğu bulunur ($1 \text{ MeV} = 10^6 \text{ eV}$).

Geçerken şurasına işâret edelim ki elektronun karşıt - tâneciği yâni karşıt - elektron olan pozitronun varlığı 1928 de P. A. M. DİRAC tarafından teorik olarak öngörülmüş ve bu tânecik 1932 de C. ANDERSON tarafından bilfiil gözlenmiştir. Bu tarihten sonra ancak 1955 de proton/karşıt - proton ve nötron/karşıt - nötron çiftleri lâboratuvarda elde edilebilmiş ve Karşıt - Madde hakkındaki bilgilerimiz genişlemek imkânını bulmuştur. Bu son çiftlerin elektron - pozitron çiftinden daha zor elde edilmeleri kütlelerinin elektronunkinden yaklaşık olarak 2000 misli büyük olması ve dolayısıyla ortaya konulması gereken enerjinin de BeV ($=10^9 \text{ eV}$) mertebesinde olmasındandır.

Elektron - pozitron çifti oluşumuna karşıt olay bir elektronla bir pozitronun birbirlerini yok ederek bir foton çiftinin meydana gelmesi olayıdır. Bu olay bir elektronla bir pozitron sükûnette ve birbirlerine çok yakın iken vukuu bulur.

PROBLEMLER:

1. 1) Bir kara cismin 1327°C de ve 27°C de yayınladığı ışın enerjilerinin oranı nedir?

2) Bir kara cismin $\lambda = 5\mu$ maksimum dalga boyunu haiz ışın yayınlaması için ısıtılması gereken sıcaklık ne olmalıdır?

2. a) Bir kara cismin yayınladığı ışıma enerjisinin maksimumuna tekaabül eden λ_{Max} dalgaboyu ile kara cismin T sıcaklığı arasında

$$\lambda_{\text{Max}} T = 2,898 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}$$

şeklinde bir bağıntı olduğunu gösteriniz (WIEN öteleme kanunu)

b) Güneşin yüzey sıcaklığının $6000 \text{ }^\circ\text{K}$ olduğu ölçülmüştür. Eğer güneş mükemmel bir kara cisim olsaydı yayınladığı ışıma enerjisinin maksimumu hangi dalgaboyuna tekaabül edecekti?

3. $T = 1000 \text{ }^\circ\text{K}$ sâbit sıcaklığındaki bir kara cismin ışıma enerjisi yoğunluğu (= ışıma gücü) WIEN öteleme kanunu uyarınca $\lambda = 2,898 \mu$ için bir maksimumdan geçmektedir. Bu sıcaklıkta yayınladığı toplam enerji de U dur.

1) Acaba bu kara cisim hangi T' sıcaklığında T sıcaklığında yayınladığının iki misli daha fazla bir toplam enerji yayınlar?

2) Bu T' sıcaklığındaki ışıma gücünün maksimum dalga boyu ne olur?

3) $T = 1000 \text{ }^\circ\text{K}$ ve $T' = 1189 \text{ }^\circ\text{K}$ sıcaklıklarına tekaabül eden maksimum ışıma güçlerinin oranı nedir?

4) Kara cisim, tanımı uyarınca, üzerine düşen her radyasyonu soğuran cisme denir. Buna paralel olarak, üzerine düşen radyasyonlardan ancak bir kısmını soğuran cisimlere de gri cisimler adı verilir. Buna göre T' sıcaklığında toplam U enerjisini yayınlayan gri cismin soğurma katsayısının ne olacağını hesaplayınız.

4. Dalgaboyu $\lambda = 5000 \text{ \AA}$ olan yeşil ışık bir termometrenin 2 gr ci va ihtiva eden haznesi tarafından (bütün ısı kayıplarının ihmâl edilebilir olduğunu farzederek) tamamen soğurulmaktadır. Haznenin sıcaklığının $3 \text{ }^\circ\text{C}$ yükselmesini temin için kaç fotonun soğurulması gerektiğini hesaplayınız.

5. $\lambda = 5900 \text{ \AA}$ lük ışık yayımlanan bir sarı ışık kaynağının 1 mum şiddetinde olduğu farzedilmektedir. Bu demektir ki kaynaktan 1 m mesafede 1 cm^2 lik yüzeyden 1 saniyede geçen enerji $1,5 \cdot 10^{-7} \text{ Joule}$ 'dür. Buna göre 1 cm^2 den kaç tane fotonun geçmekte olduğunu bulunuz.

6. a) 50 MeV luk bir elektronun haiz olduğu impulsun aynına sahip olan bir fotonun enerjisini hesaplayınız.

b) Bu radyasyon elektromagnetik spektrumun neresinde bulunur?

7. $2,5 \cdot 10^{-6}$ watt/m² şiddetinde bir radyasyon 1 cm² lik bir yüzeye düşüyor.

a) Yüzeyin mükemmel soğuran bir yüzey olduğunu kabul ederek yüzey üzerinde hâsil olan ortalama radyasyon kuvvetini hesaplayınız.

b) Yüzeyi şimdi de mükemmel yansıtan bir yüzey kabul ederek yüzeydeki ortalama kuvveti hesaplayınız.

8. $1,0 \cdot 10^{-10}$ watt/m² kadar düşük şiddetli radyasyonları gözlemek mümkün olabilmektedir. (Bu hemen hemen gözün seçebildiği en düşük ışık şiddetidir.)

a) Bu şiddet için 1 mm² lik yüzeyden her saniyede geçen 4000 Å dalgaboyuna sâhip fotonların sayısını bulunuz.

b) Aynı şiddet için 1 mm² lik yüzeyden her saniyede geçen ve frekansları 1 MHz/sec olan radyofotonlar ne kadardır?

c) Aynı şiddet için aynı delikten aynı şartlar altında geçen 10^{-4} Å dalgaboylu γ ışını fotonları ne kadardır?

9. Bir su yüzeyi üzerine gelen 0,1 MeV luk foton hüzmesinin geliş şiddeti I_0 dir. 10 cm kalınlığındaki bir su tabakasının içinden geçtikten sonra hüzmenin şiddeti $I_0/5$ değerine düşmektedir. Bu foton enerjisi için suyun soğurma katsayısını hesaplayınız.

10. Çıplak gözle 6. kadirde bir yıldız ancak görülebilmektedir. Bu da 1 m mesafede 10^{-8} mum şiddetindeki bir ışık kaynağına eşdeğerdir. Gözbebeğinin çapı yaklaşık olarak 3 mm olduğuna göre gözbebeğinden saniye başına kaç kuvantum geçtiğini hesaplayınız. λ dalgaboyu ve dönüş-türme katsayısı bundan evvelki problemdekinin aynı farzedilecektir.

11. ν frekanslı bir ışık, şiddeti I Joule/m² sec olan paralel bir hüzme hâlinde yayılmaktadır. 1 m³ deki foton sayısını I ve ν cinsinden hesaplayınız.

12. K metali için $\phi = 2$ eV olduğuna göre 3500 Å lük ($1 \text{ Å} = 10^{-10} \text{ m}$) monokromatik bir mor ışığın K yüzeyinden kopardığı elektronların enerjisini hesaplayınız.

13. Bir sodyum yüzeyinden elektronlar kopabilmesi için eşik dalgaboyu 5400 Å dır.

a) Sodyumun yüzeyinde bulunan bir elektronun bağ enerjisini, yâni iş fonksiyonunu hesaplayınız.

b) Bu yüzeye 2000 \AA lük dalgaboylu ışık çarptığı zaman yayınlanan fotoelektronların maksimum kinetik enerjileri eV cinsinden ne kadardır?

14. a) İş fonksiyonu $\phi = 4,53 \text{ eV}$ olan bir tungsten yüzeyinden maksimum hızları ışık hızının ondabirine eşit olan fotoelektronlar kopartabilmek için gerekli elektromagnetik radyasyonun dalgaboyu ne olmalıdır?

b) Maksimum hızları $0,98 \cdot c$ olan fotoelektronlar hâsıl eden fotonların dalgaboyu nedir?

15. Başlangıçta sükûnette bulunan bir hidrojen atomu üzerine 1 \AA lük bir foton çarparak atomun tek elektronuna bütün enerjisini intikâl ettirmektedir. Böylece serbest kalan elektron (Bağ enerjisi = $13,6 \text{ eV}$ dur) gelen fotonla aynı doğrultuda hareket eder.

a) Fotoelektronun hızını ve kinetik enerjisini bulunuz.

b) Geri saçılan pozitif iyonun momentumu ve enerjisi nedir?

16. Üst atmosferdeki O_2 moleküler oksijeni güneşten gelen fotonlar vâsıtasıyla 2 atoma ayırır. Bu ameliyenin meydana gelmesine sebep olan fotonun maksimum dalgaboyu 1750 \AA olduğuna göre molekülü teşkil eden 2 oksijen atomu arasındaki bağ enerjisi acaba eV cinsinden ne kadar olur? (Bu olay yüksek uçuşlar için mümkün enerji kaynakları olabilir. Güneşten gelen radyasyon moleküler oksijeni atomik oksijene ayırır ve atomlar molekül hâlinde tekrar birleştikleri zaman enerji serbest kalır.)

17. Enerji ve impuls korunumu kanunlarını uygulayarak fotoelektrik olayın serbest bir elektron üzerinde vukuu bulmasının imkânsız olduğunu gösteriniz.

18. Bir metal yüzeyine gelen bütün fotonların sâdece küçük bir kesri elektronları serbest bırakır. Bir fotonun metalden bir elektron koparması ihtimâline «fotoelektrik verim» denir. 5 cm^2 lik bir sodyum yüzeyinin $1,26 \cdot 10^{-8}$ amperlik bir satürasyon akımına sebep olduğunu kabul ederek prob. 5 de târif edilmiş olan ışık için verimi hesaplayınız.

19. Bir sodyum arkından çıkan sarı ışık ($\lambda = 5890 \text{ \AA}$) ile civa arkından çıkan ultraviyole ışığın ($\lambda = 2536 \text{ \AA}$) bir potasyum levhasından kopardıkları elektronların frenleme potansiyelleri sırasıyla $0,36 \text{ V}$ ve $3,14 \text{ V}$ dur. Elektronun yükü bilindiğine göre

a) Planck sâbitini

b) Potasyumun ϕ iş fonksiyonunu, ve

c) Potasyumda fotoelektrik olayın uzun dalgaboyu sınırını hesaplayınız.

20. Tantaldan yapılmış bir levhadan fotoelektrik olay aracılığıyla elektron koparmak için gerekli iş 4,19 voltur. Bir fotoselülün tantaldan yapılmış fotokatoduna $\lambda = 2536 \text{ \AA}$ lük bir morötesi ışık düşürülecek olursa ortaya çıkan fotoelektronları durdurabilmek için kaç voltluk bir zıt potansiyel uygulamak gerekir?

$\lambda' = 3650 \text{ \AA}$ lük bir ışık için bu frenleme potansiyeli ne olur? Bu iki sonucu karşılaştırarak yorumlayınız.

21. Bir tungsten yüzeyine $\lambda_1 = 1800 \text{ \AA}$ lük bir radyasyon düştüğünde, açığa çıkan fotoelektronların maksimum enerjilerinin 1,5 eV olduğu tesbit edilmiştir. Eğer tungsten yüzeyine gelen radyasyonun dalgaboyu $\lambda_0 = 2300 \text{ \AA}$ ü aşarsa fotoelektron yayını durmaktadır. Bu verilere dayanarak h Planck sâbitinin değerini hesaplayınız.

22. Cıvanın $\lambda = 2536 \text{ \AA}$ lük çizgisinin bir metalin yüzeyinden kopardığı elektronlar 2,60 voltluk bir potansiyel altında frenlenebilmektedirler.

Cıvanın $\lambda = 1849 \text{ \AA}$ lük çizgisi için aynı metalden kopacak elektronların ne kadarlık bir potansiyel farkıyla durdurulabileceklerini hesaplayınız.

23. Sodyumlu bir fotoelektrik selülün katod yüzeyi 13 cm^2 dir. Selül, 32 m\mu m şiddetindeki noktasal bir ışık kaynağından 50 cm uzaklığa yerleştirilmiştir.

a) Kaynaktan itibâren katodun görüldüğü katı açının değeri nedir?

b) Selülün ortalama duyarlılığı 12 \mu A/lumen olduğuna göre bu şartlar altında selülün sağladığı akım ne olur?

Fotoelektrik eşiğin $\lambda = 0,583 \text{ \mu}$ olduğu bilindiğine göre:

a) Bir elektronu katottan koparmak için kaç erg'lik enerji gerektiğini, ve

b) Bu enerjiyi kazanabilmesi için elektronu ne gibi bir potansiyel farkına tâbî tutmak gerektiğini hesaplayınız.

24. Bir metal yüzeyi $\nu_1 = 0,9 \cdot 10^{15} \text{ sec}^{-1}$ frekansını haiz bir ışıkla aydınlatıldığı zaman 0,6 voltluk durdurucu bir potansiyel uygulandığında durdurulabilen elektronlar yayınlamaktadır. Aynı yüzey $\nu_2 = 1,26 \cdot 10^{15} \text{ sec}^{-1}$ frekansını haiz bir ışıkla aydınlatılırsa çıkan fotoelektronları durdurmak için gerekli potansiyelin 2,1 volt olduğu tesbit edilmektedir. Bu

verilerden yararlanarak h PLANCK sâbitinin değeri ve metalin iş fonksiyonunu tesbit ediniz.

25. Bir metal yüzeyinin iş fonksiyonu 4,5 Volt ise fotoelektronların yayını için kritik dalgaboyunu hesaplayınız. Bu yüzeye 2000 \AA lük bir ışın düştüğü takdirde yayınlanacak olan fotoelektronların enerjisi ve hızlarını hesabediniz.

26. $\lambda = 4560 \text{ \AA}$ lük bir ışıktan 1 wattlık kadari bir sezyum yüzeyi üzerine düşüyor. Bunun ancak %5'inin fotoelektron koparmağa yaradığını varsayarak açığa çıkan i elektron akımını ve bunu sifira indirgemek için gerekli durdurucu potansiyeli hesaplayınız. (Sezyumun iş fonksiyonu = 1,9 Volttur.)

27. Bir selülün fotokatodundan bir elektronu koparmak için $W_0 = 1,8 \text{ eV}$ luk bir iş yapmak gerekmektedir.

1. İlk bir deneyde fotokatot fotoelektrik eşığe tekaabül eden monokromatik bir ışıkla aydınlatılmaktadır. Bunun dalgaboyunu \AA cinsinden veriniz.

2. İkinci bir deneyde katot üzerinde $\lambda = 8000 \text{ \AA}$ lük monokromatik bir ışık gönderilmektedir. Bu takdirde ne olur? Ve niçin olur?

3. Üçüncü bir deneyde ise katot $\lambda = 3000 \text{ \AA}$ lük monokromatik bir ışınla aydınlatılmaktadır. Bu takdirde:

- fotokatottan çıkan elektronların kinetik enerjilerini ve maksimum hızlarını, ve
- fotoelektrik akımını durdurmak amacıyla fotokatoda uygulanması gereken durdurma gerilimini hesaplayınız.

28. $\lambda = 0,708 \text{ \AA}$ dalgaboylu bir ışın bir karbon bloku tarafından saçılmaya mâruz kalmaktadır. Bu takdirde 180° lik bir açı içine saçılan ışının dalgaboyundaki değişimi ve bu olay esnasında ortaya çıkan geri tepiş elektronlarının eV cinsinden maksimum kinetik enerjilerini hesaplayınız.

29. $0,015 \text{ \AA}$ dalgaboylu fotonların serbest elektronlar tarafından saçılmaya uğradıklarını farzederek

- 45° ve
- 135° lik açılar altında saçılan fotonların dalgaboylarının ne olacağını, ve her iki hâlde de bunların serbest elektronlara intikâl ettirdikleri enerjinin değerlerini hesaplayınız.

30. $\phi = 90^\circ$ lik bir açı ile saçılan X ışınlarının λ' dalgaboylarını

a) $\lambda = 200 \text{ \AA}$ olan «yumuşak X ışınları» için,

b) $\lambda = 0,200 \text{ \AA}$ olan «sert X ışınları» için, ve

c) $\lambda = 0,00400 \text{ \AA}$ olan «sert gamma ışınları» için hesaplayınız.

31. Dalgaboyu $\lambda = 0,707 \text{ \AA}$ olan Molibden'in ilk çizgisi olan K_α için Compton olayı tarafından öngörülen $\lambda' - \lambda$ dalgaboyu farkını $\phi = 0^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ$ ve 180° açıları için hesaplayınız. Bir kalkit kristali ile mücehhez olan bir Bragg Spektrometresiyle, birinci mertebeden gözlenen tâdil edilmiş λ' dalgaboylarını ve bunlara tekaabül eden θ açılarını hesaplayınız.

($d = 3,029 \text{ \AA}$)

32. Bir X ışınları hüzmesi serbest elektronlar tarafından 60° lik bir açı ile saptırılmaktadır. Sapmaya maruz kaldıktan sonra X ışınlarının dalgaboylarının $0,0220 \text{ \AA}$ olduğu bilindiğine göre elektronlar üzerine düşen X ışınlarının dalgaboyları ne kadardır?

33. $\phi = 90^\circ$ lik açı altında saçılan X ışınları için Compton olayı gözlenmektedir. Geri tepen elektronlara tekaabül eden θ açısını λ ve λ' cinsinden, ve λ ile θ ya tâbî elektronun v hızı cinsinden ifade ediniz. λ için bakırın K_α çizgisini ($\lambda = 1,541 \text{ \AA}$) göz önüne alınız.

34. $\lambda = 0,708 \text{ \AA}$ lük bir X ışınları hüzmesi bir karbon bloku tarafından saptırılmaktadır. Bu hüzmeden 180° içine saptırılmış olan ışıldaki $\Delta\lambda$ dalgaboyu değişimini ve bu saptırılma sırasında geri tepen elektronların maksimum kinetik enerjisini eV cinsinden hesaplayınız.

35. Compton'un fotonların momentumu haiz olduklarına dair fikrinden hareketle, yansıtıcı bir yüzeye normal doğrultuda gelen radyasyonun hâsil ettiği basıncı radyasyon şiddeti cinsinden hesaplayınız. (Enerji şiddeti = saniyede cm^2 başına gelen enerjidir.)

1000 *mw* şiddetinde bir kaynaktan çıkan sarı ışığın, yüzeyi $A = 5 \text{ cm}^2$ olan ve kaynaktan 1 m mesafede ışıldara normal durumda yerleştirilmiş bir ayna üzerinde hâsil ettiği kuvveti problem (5) deki verileri kullanarak hesaplayınız.

36. Geliş şiddeti I_0 olan bir ışık, kalınlığı Δl olan ince bir soğurucu tabakadan geçerken şiddetinde bir ΔI kaybı vâki olur. Bu ΔI kaybı yaklaşık olarak Δl kalınlığı ve I_0 geliş şiddeti ile orantılıdır. Orantı katsayısı olan ve soğurucu maddeyi karakterize eden μ ye soğurma katsayısı denir. (μ ışığın dalgaboyuna sıkı sıkıya bağlı olabilir.)

Bu yaklaşıklık soğurucu tabakanın daha küçük Δl kalınlıkları için daha doğru olur. Buna göre üzerine gelen ışığın şiddeti I_0 ve kalınlığı l olan kalın bir soğurucu tabakayı kateden ışığın nihâi I_1 şiddetini hesaplayınız.

37. Havası boşaltılmış bir tüpte anot ile katot arasındaki sürekli gerilim 250 voltur. Bu takdirde anoda gelen elektronların kinetik enerjilerini eV cinsinden değerlendiriniz. Anot akımının şiddeti 6,4 mA olduğu takdirde anoda yığılan gücü bulunuz.

38. İçinde mükemmel bir boşluk gerçekleştirilmiş olan elektronik bir tüpte elektronlar ısıtılmış filâmanı ilk hızlız terketmekte ve sonra filâmanla plâk arasında uygulanmış 150 voltluk bir potansiyel farkı aracılığıyla hızlandırılmaktadır.

1. Elektronların plâğa eriştiklerindeki hızları nedir? Filâmanın saniyede 10^{15} elektron yayınladığı bilindiğine göre tübü kateden elektrik akımı ne olur? Çarpan elektronların bütün enerjilerinin plâğa intikâl etmiş olduğunu varsayarak plâğa yüklenmiş enerji ne olur?

2. Plâkta bir delik deliniyor. Bu delikten geçen ince bir elektron hüzmesi $B=10$ gauss'luk birbiçim bir magnetik alanın hüküm sürdüğü bir bölgeye giriyor. Bu takdirde, indüksiyonun elektronların ilk hızlarına dik olduğunu varsayarak, bu elektronların alan içindeki yörüngelerinin şeklini ve niteliklerini belirtiniz.

39. Dalgaboyu $0,012 \text{ \AA}$ olan bir foton atom ağırlığı 197 olan bir altın çekirdeği civarından geçerken yok olarak bir elektron - pozitron çifti meydana getirmektedir.

a) MeV cinsinden fotonun enerjisini hesaplayınız ve bunu, meydana gelen elektron - pozitron çiftinin toplam sükûnet enerjisi ile mukayese ediniz.

b) Elektron ve pozitronun meydana gelmelerinden sonra sükûnette olmaları hâlinde (yâni fotonun frekansının bu reaksiyonun vukuu için gerekli eşik frekansına eşit olması hâlinde) fotonun enerjisinin küçük bir kısmının altın çekirdeğine aktarılması gereklidir; çünkü çekirdek fotonun başlangıçta haiz olduğu impulsu yüklenmek zorundadır. Altın çekirdeğine intikâl eden enerjiyi bulunuz ve bunu fotonun ilk enerjisi ile mukayese ediniz.

40. Bir madde üzerine 130 MeV luk bir foton geliyor. Bu foton tarafından hâsil edilen pozitronların sayısı en fazla ne kadar olur?

41. Bir elektron - pozitron çifti, ağır bir çekirdekten $0,01 \text{ \AA}$ mesâfede meydana geliyor. Meydana geldikleri anda elektron - pozitron çiftinin

kinetik enerjileri birbirlerine eşit ise, ağır çekirdekten sonsuz uzaklığa kadar ayrıldıktan sonra kinetik enerjileri arasındaki ($K^+ - K^-$) farkı acaba ne olacaktır? Çekirdeğin ortalama pozitif yükünün 40 elementer yüke eşit olduğu farzedilecektir.

42. 500 MeV luk bir foton, bir elektron - pozitron çifti meydana getirmektedir. Elektron ve pozitronun eşit hızlarla zıt yönlerde hareket ettikleri farzedilmektedir.

a) Elektronun (veyâ pozitronun) kinetik enerjisi ne kadardır?

b) Elektronun hızı ne kadardır?

c) Elektronla birlikte hareket eden bir gözlemciye nazaran pozitronun hızı ne kadardır?

43. Yarıçapı 10^{-3} cm olan bir yağ damlacığı bir kondansatörün birbirlerinden $d=1$ cm uzaklıktaki yatay paralel levhaları arasında bulunmaktadır. Bunlar arasında 3000 voltluk bir potansiyel farkı uygulandığında q yüklü olan damlacık $v=0,245$ mm/s lik bir hız kazanmaktadır.

Elektrik alanı olmadığında damlacığın hızının $0,1$ mm/s olduğunu hesaba katarak damlacığın q yükünü değerlendirip bunu elektronun yüküyle mukayese ediniz. (Havanın viskozluk katsayısı $\eta=17,5 \cdot 10^{-6}$ MKSA).

44. 1. Yarıçapı 10^{-4} cm olan bir yağ damlacığı aralarındaki açıklık $d=16$ mm olan iki levha arasına püskürtülmektedir. Damlacık düşerken iki levha arasındaki uzaklığı 2 dak. 24 san. de katetmektedir.

Püskürtme sonucu damlacıklar elektriklenmektedirler. q hareketi izlenen damlacığın yükü olsun. Üst levhaya alt levhanınkinden 10000 volt daha yüksek bir potansiyel uygulanmaktadır. Bu takdirde damlacığın yukarı çıktığı gözlenmektedir. Bu olayı izah ediniz.

a) Damlacığın hızıyla yükü arasındaki bağıntıyı tesis ediniz.

b) Damlacık iki levha arasındaki uzaklığı yükselerek 11,8 saniyede katetmektedir. O hâlde yükü nedir? Potansiyel farkının hangi değeri için damlacık hareketsiz kalır.

2. Uygulanan gerilim 10000 volt olduğunda, çok sayıda damlacık gözleyerek hızların, terimleri arasındaki sâbit farkın $0,29$ mm/s olduğu bir aritmetik dizi teşkil edecek şekilde dağıldıkları gözlenmektedir.

Bu gözlemden bir damlanın taşıdığı çeşitli yükler yönünden ne gibi bir sonuç çıkarılabilir?

Havanın viskozluk katsayısı: 18×10^{-6} MKSA

Yağın özgül kütlesi: 920 kg/m³

IV. BÖLÜM

Klâsik Atom Modelleri

Atomun maddenin bölünemez en küçük parçası olduğu fikri ve ilk atom modeli eski Yunanistanda LÖSİP, DEMOKRİT ve EPIKÜR'e kadar uzanır. Bunlar atomların bir araya toplanarak maddeyi nasıl meydana getirdiklerinin aklaşığar bir izahını verebilmek amacıyla bazı atomların toparlak ve bazılarının da çengelli olmaları gerektiğini ileri sürmüşler, çengelli atomların birbirlerine «yakınlık» (=sempati) duymaları dolayısıyla birbirlerine çengellenecekleri fikrini savunmuşlardır.

Daha ziyâde hayâl gücüne dayanan bu atom fikri 19. asrın başında ilk defa DALTON tarafından, kimyasal ilkeler çerçevesi içinde, sağlam bir denel temele oturtulabilmiştir. Aynı sıralarda YOUNG ve LAPLACE bir molekülün çapının yaklaşık olarak $1,5 \cdot 10^{-10}$ m mertebesinde ve dolayısıyla atom çapının da bundan çok daha küçük olduğunu takdir etmişlerdir.

Daha sonra gene aynı asırda CROOKES, J.J. THOMSON ve daha başka kimselerin seyreltilmiş gazlardaki elektrik iletimiyile ilgili olarak gerçekleştirdikleri araştırmalar atoma artık bölünemez nazariyla bakılamayacağını ve mutlak değeri $e=1,602 \cdot 10^{-19}$ coul. olan negatif yükü haiz elektronların atomun bir yapı taşı olarak anlaşılması gerektiğini ortaya koymuştur. Bu durum, atomun yapısının içyüzünün ne olduğu hakkında genel bir ilgi uyanmasına sebep olmuştur.

P. LENARD, J. J. THOMPSON ve NAGAOKA ATOM MODELLERİ

Elektronlardan oluşmuş olan katod ışınlarının, yolları üzerinde bulunan bir maddenin yüzeyinden içeri hatırı sayılır (birkaç atom tabakası kadar) bir derinliğe nüfûz edebildikleri gözleminden hareket eden P. LENARD 1903 de atomun yapısının oldukça boş bir yapı olması gerektiği fikrini savunmuştur.

Bir yıl sonra J. J. THOMSON daha somut bir atom modeli teklif etmiştir. Buna göre atom, negatif yüklü elektronların homogen ve pozitif yüklü bir küre içinde, üzümlü kek misâli, gömülü buldukları bir yapıyı haizdi. Elektronların toplam yükü ile kürenin pozitif yükü birbirlerini yok ediyorlar; bu itibarla da atom bütünüyle yüksüz (nötr) gözüküyordu.

Eğer atomun kapsadığı elektronlardan biri atomu terkedecek olursa geriye $+e$ yüklü pozitif bir iyon kalıyor; aksine atomun içine fazladan bir elektron girerse bu sefer de $-e$ yüklü negatif bir iyon elde edilmiş oluyordu.

J.J. THOMSON ayrıca bu model üzerine bir teori kurup belli bazı sayılarda elektronların kümelenerek atom içinde her biri kendine has ancak belirli bir sayıda elektron kapsayabilecek kararlı kabuklar meydana getirdiklerini de göstermiştir.

Bu durum, MENDELYEF'in elemanların periyodik cetvelinin muhtemel bir izahının habercisi niteliğinde idi. Diğer taraftan J.J. THOMSON, bu elektronların sükûnet konumları etrafında titreşimler yaptıklarını da kabul ederek gerek görünen ışığın ve gerekse X ışınlarının kökünü açıklamaya çalıştı. Bu modele göre Ze ile, R yarıçaplı atom küresinin toplam pozitif yükünü ve \vec{r} ile de bir elektronun, atomun merkezi ile çakışan küresel bir koordinat sistemindeki yervektörünü göstermek sûretiyle bu elektronun üzerine, ancak $|\vec{r}|$ yarıçaplı küre içindeki yükler

$$\vec{F} = - \frac{e}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{4\pi}{3} \rho |\vec{r}|^3 \right) \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|^3}$$

şeklinde bir kuvvet etkilerler. Ze ile toplam pozitif yükü ve

$$\rho = \frac{Ze}{\frac{4\pi}{3} R^3}$$

ile de yük yoğunluğunu göstermek üzere elektron üzerine etkileyen kuvvet

$$\vec{F} = - \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 R^3} \vec{r}$$

olur. Şu hâlde klâsik mekaniğin temel kanunu gereğince ve m_e ile de külesini göstererek, elektronun hareket kanunu

$$m_e \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} + \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 R^3} \vec{r} = 0$$

veyâ

$$\omega_0^2 = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 m_e R^3} \quad (IV.1)$$

vazederek

$$\frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} + \omega_0^2 \vec{r} = 0$$

şeklini alır. Bu ise $\nu_0 = \omega_0/2\pi$ özfrecansıyla titreşim yapan uzaysal bir harmonik osilâtör denklemdir. (IV.1) bağıntısından atomun R yarıçapı için

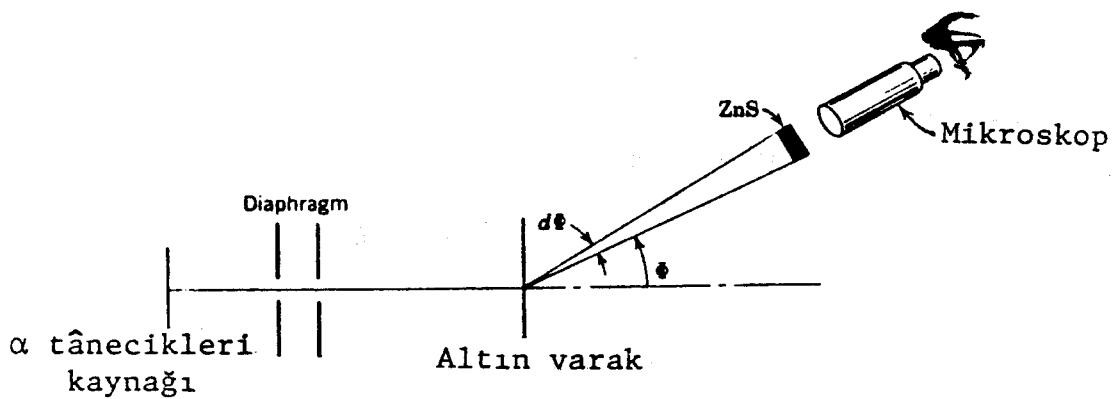
$$R = \left(\frac{Ze^2}{4\pi \epsilon_0 m_e \omega_0^2} \right)^{1/3} \quad (IV.2)$$

değeri çıkarılır. Elektronun öztitreşimlerinin görünen ışığın ve X ışınlarının kökü olduğu kabul edilirse bu son bağıntıdan atomu temsil eden homogen pozitif yüklü kürenin çapının $2R \sim 10^{-10} m$ mertebesinde olması lâzım geldiği bulunur. Bu büyüklüğün gerçekten de atomlardaki pozitif yük bölgelerinin boyutunu temsil edip etmediğini ileride GEİGER - MARSDEN deneyinin sonuçlarını tartışırken göreceğiz.

Gene 1904 yılında NAGAOKA yukarıda sözünü etmiş olduğumuz P. LENARD'ın fikrinden esinlenerek bunu değerlendirmeye çalışmış ve atomu, etrafında elektronların dolandıkları pozitif bir çekirdek olarak tasarlamıştır. Bu model J.J. THOMSON'un hemen hemen statik modeline karşı dinamik bir model olma niteliğindedir.

RUTHERFORD ATOM MODELİ

RUTHERFORD 1911 de radyoaktif bir kaynaktan çıkan ve $+2e$ yüklü olan α tãnecikleriyle çok ince ($10^{-5} cm$) bir altın varacağı bombardımana tâbî tuttu. Gerek α kaynağını ve gerekse altın varacağı, iç cidarı çinko sülfürüne bulanmış camdan bir ampul içine yerleştirmek sûretiyle α ışınlarının altın atomlarıyla etkileşmeleri sonucu dağılımlarını gözledi. (Şekil: IV.1)



Şekil: IV.1 Rutherford'un deneyi.

Bu deneyle altın atomları tarafından saptırılan α tãnecikleri ZnS üze-

rinde ışıltılar meydana getirdiklerinden sapma açıları kolaylıkla ölçülebiliyordu. Kaynaktan çıkıp Au varasının üzerine gelen tâneciklerin hemen hepsi saptırılmamakta fakat, ışın ilgi çekici tarafı, bunlardan birkaçı çok büyük sapmalara mâruz kalmaktaydı.

Eğer atomlar J.J. THOMSON'un tasarladığı gibi 10^{-8} cm. çaplı olsaydı 10^{-5} cm. kalınlıkta 1000 kat Au atomu bulunacaktı. Deney 10^5 adet α tâneciği üzerinden ancak 1 tanesinin 100 kat atomu geçerken ortalama 90° den büyük bir açıyla saptırıldığını göstermektedir. Yani eğer hedef tek bir atomdan oluşmuş olsa, 10^8 adet α tâneciğinden ancak bir tânesi 90° den büyük bir açıyla saptırılmış olacaktı. Bu şartlar altında böyle yüksek açılı bir sapmanın α tâneciğiyle varaktaki atomlar arasında peşpeşe bir çok çarpışma sonucu elde edilemeyeceği ispatlanır. Buna göre mümkün olan yegâne varsayım bu büyük sapmanın α tâneciğinin ancak tek bir Au atomuyla çarpışması sonucu ortaya çıkabileceğidir.

Bir taraftan bu, diğer taraftan da α tâneciklerinin 1000 kat Au atomunu rahatlıkla geçebilme yetenekleri RUTHERFORD'u, atomun pozitif yüklü kısmının çapı 10^{-8} cm den çok daha küçük olan bir uzay parçası içinde toplanmış olduğunu, atomun büyük bir kısmının boşluktan ibâret olduğunu ve Au atomlarıyla α tâneciklerinin arasındaki etkileşmenin de her ikisi arasında var olan COULOMB kuvvetine bağlı olduğunu ve saptırılan α tâneciklerinin θ sapma açılarının da ancak COULOMB kanununa dayanarak elde edilebileceğini düşünmeğe sevketti.

Atomun içindeki pozitif yükün merkezlendiği bu kısım atomun çekirdeği olacak ve bunun çok uzağında elektronlar bulunacaktı. Deneyin verilerinden bu çekirdeğin yarıçapını değerlendirmek mümkündür. Bu itibarla yukarıda sözü edilmiş olan saptırılmamış 10^8 adet α tâneciğinin atomların arasından ve çekirdeklerin uzağından geçmiş oldukları düşünülebilir.

Eğer Φ ile birim yüzeyden bir saniyede geçen α tâneciklerinin sayısını gösterirsek a yarıçaplı bir atomu bir saniyede katedenlerin sayısı $\Phi\pi a^2$, ve R yarıçaplı bir atom çekirdeği üzerine düşenlerin sayısı da $\Phi\pi R^2$ olurdu. 10^8 adet α tâneciğinden ancak birisi çekirdeğin çok yakınına sokulmak dolayısıyla büyük bir sapmaya uğradığından, her bir Au atomunun civarındaki diğer Au atomlarıyla temas hâlinde olması varsayımı altında, bir α tâneciğinin bir Au çekirdeği tarafından çok büyük bir sapma açısı altında saptırılma ihtimâli

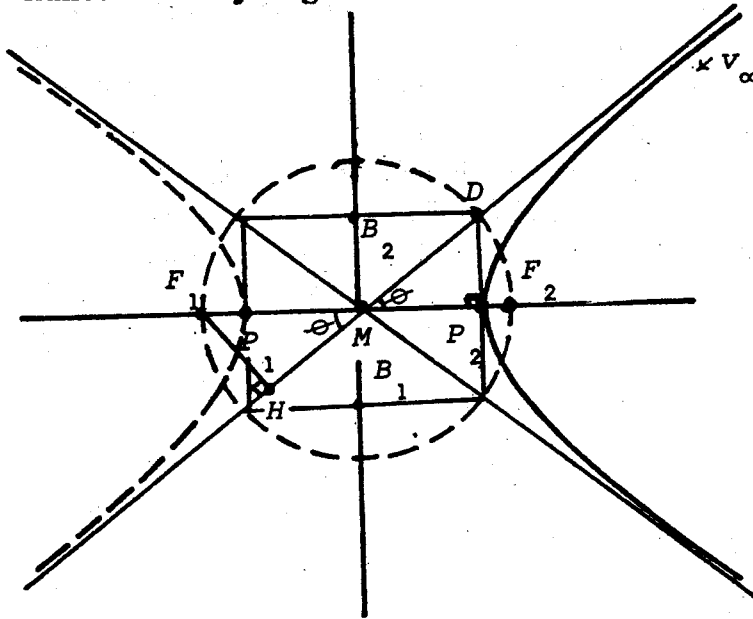
$$\frac{\Phi\pi R^2}{\Phi\pi a^2} = 10^{-8}$$

olur. Öte yandan ise $2a=10^{-8}$ cm mertebesinde olduğundan çekirdeğin yarıçapının

$$R=0,5 \cdot 10^{-12} \text{ cm} = 0,5 \cdot 10^{-14} \text{ m} \quad (\text{IV.3})$$

mertebesinde olması gerektiği bulunur.

Şimdi, atom çekirdeğinin gerçekten de noktasal ve bununla tâneciğın arasındaki etkileşmenin de COULOMB kanununa bağlı olduğunu varsayarak, biri $+Ze$ diğeri ise $Z'e = +2e$ yüklü bu iki çekirdeğin çarpışması ve daha doğrusu α tâneciğının Au çekirdeği tarafından saptırılmasını daha ayrıntılı bir tarzda teorik olarak inceleyelim (Bk. Şekil: IV.2). Bütün bu inceleme süresince meseleyi basitleştirmek üzere çekirdeği daimâ sükûnette varsayacağız.



$$MP_1 = MP_2 = a, \quad F_1H =$$

$$P_2D = MB_1 = MB_2 = b$$

$$\epsilon = c/a = MF_1/MP_2 =$$

$$= MD/MP_2 = 1/\cos \phi$$

$$F_1M/F_1H = 1/\sin \phi$$

↓

$$F_1M = p/\sin \phi$$

Şekil: IV.2

α tâneciği çekirdeğin kuvvet alanına $K_\infty = \frac{1}{2}m_\alpha v_\infty^2$ kinetik enerjisiyle girer ve çekirdekle arasındaki COULOMB etkisinden dolayı kinetik enerjisi gitgide azalarak yoluna devam eder. Hedef çekirdeğin, odaklarından birinde bulunduğu hiperbol kolu şeklindeki yörüngesi üzerinde çekirdeğe en çok yaklaştığı P_2 noktasında tâneciğın kinetik enerjisi $K_0 = \frac{1}{2}m_\alpha v_0^2$ minimum değerine erişir. Toplam mekanik enerjinin (=kinetik enerji + potansiyel enerji) korunum ilkesine göre α tâneciğının sonsuzdaki toplam mekanik enerjisi P_2 noktasındakine eşit olmalıdır.

$$K_{\infty} + U_{\infty} = K_0 + U_0$$

veyâ

$$\frac{1}{2} m_{\alpha} v_{\infty}^2 = \frac{1}{2} m_{\alpha} v_0^2 + \frac{ZZ' e^2}{4\pi \epsilon_0 r_0}$$

dır. Buradan P_2 noktasında α tâneciğinin v_0 hızı olarak

$$v_0^2 = v_{\infty}^2 \left(1 - \frac{1}{r_0} \frac{ZZ' e^2}{2\pi \epsilon_0 m_{\alpha} v_{\infty}^2} \right) \quad (IV.4)$$

bulunur. Eğer α tâneciği doğrudan doğruya çekirdek üzerine yönelmişse bu takdirde yörüngesi sâdece bir doğru olur ($p = \text{çarpışma parametresi} = 0$). Buna göre P_2 noktasıyla çekirdeğin dış yüzü çakışır; $v_0 = 0$ ve: « $r_0 = R = \text{çekirdeğin yarıçapı} + \alpha \text{ tâneciğinin yarıçapı}$ » olur. Böylece çekirdeğin R yarıçapının değerinin üst sınırı olarak (IV.4) den

$$R = \frac{ZZ' e^2}{2\pi \epsilon_0 m_{\alpha} v_{\infty}^2} \quad (IV.5)$$

bulunur. Bu bağıntı $+Ze$ yüklü bir atom çekirdeğinin uzayda işgâl ettiği bölgenin büyüklüğü hakkında bir değerlendirme mâhiyetindedir. M.K.S birim sisteminde: $m = 6,69 \cdot 10^{-27}$ kg, $e = 1,602 \cdot 10^{-19}$ coul, $\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12}$ coul²/newton . m² olduğuna göre RUTHERFORD'un deneyinde kullandığı RaC kaynağının yayınladığı α tâneciklerinin ($Z' = 2$) hızlarının $v = 1,92 \cdot 10^7$ m/s ve hedef çekirdeğin de Au ($Z = 79$) olması dolayısıyla çekirdeğin yarıçapının üst sınırı olarak

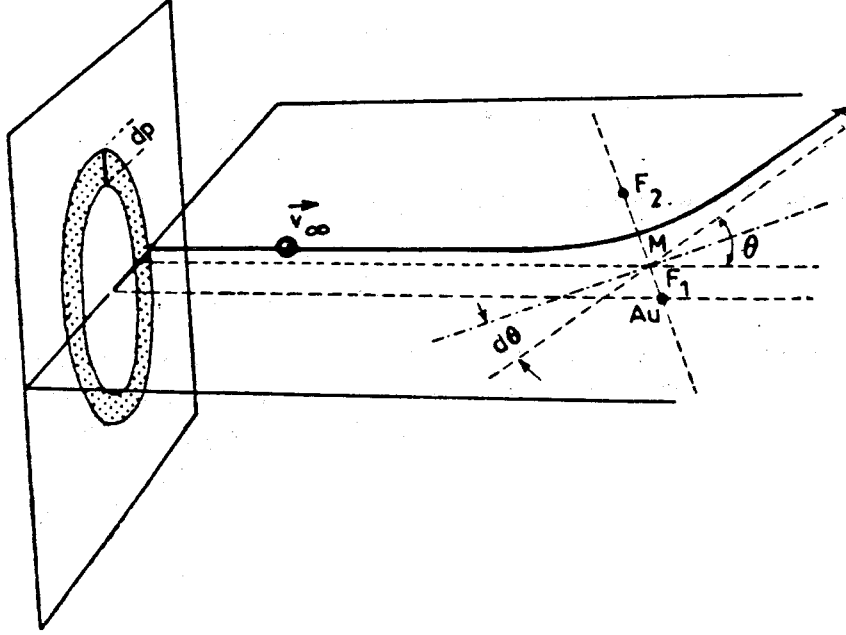
$$R = 2,94 \cdot 10^{-14} \text{ m}$$

bulunur. Bu değer in mertebesi (IV.3) sonucuyla aynıdır. Bu itibarla deneyin verdiği mertebeye ile teorik mertebenin aynı olduğunu görmüş bulunuyoruz. Şüphesiz ki bu sonuç RUTHERFORD'un çekirdeğin, bütün atomun pek küçük bir bölgesini işgâl ettiği varsayımını desteklemektedir.

Çekirdek tarafından θ ile $\theta + d\theta$ arasında bir sapmaya uğratılan α tânecikleri $2\pi p dp$ alanını haiz bir yüzey elemanından gelmektedir (Şekil: IV.3). Eğer bu α tâneciklerinin akım yoğunluğu Φ ise, bir saniyede hedef vazifesi gören a kalınlığındaki varakta birim hacimde bulunan N adet hedef çekirdek tarafından θ ile $\theta + d\theta$ arasına saptırılan tâneciklerin $d\Phi$ sayısı

$$d\Phi = \Phi \cdot dN = \Phi N a \cdot 2\pi p dp$$

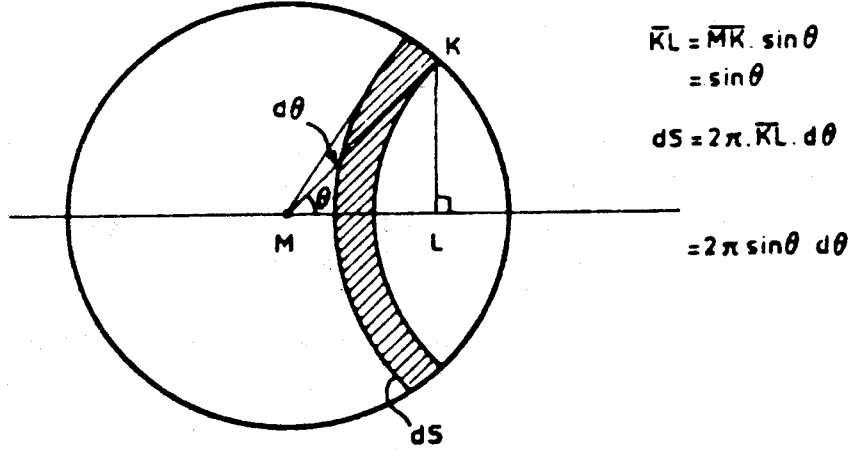
olur. Çekirdek tarafından saptırılan bu α tâneciklerinin merkezi M olan bir birim küre üzerinde



Şekil: IV.3

$$dS = 2\pi \sin \theta \, d\theta .$$

değerini haiz bir yüzeye yayılırlar (Bk. Şekil: IV.4).



$$\begin{aligned} \overline{KL} &= \overline{MK} \cdot \sin \theta \\ &= R \sin \theta \end{aligned}$$

$$dS = 2\pi \cdot \overline{KL} \cdot d\theta$$

$$= 2\pi R \sin \theta \, d\theta$$

Şekil: IV.4

Buna göre bu birim küre üzerinde birim yüzey elemanı başına yayılan, ya da başka bir deyişle Au çekirdeği tarafından birim Ω katı açısı başına saptırılan α taneçiklerinin sayısı

$$\frac{d\Phi}{dS} = \frac{d\Phi}{d\Omega} = \frac{\Phi N \alpha 2\pi p dp}{2\pi \sin \theta d\theta} = \Phi N \alpha p \frac{1}{\sin \theta} \frac{dp}{d\theta} \quad (\text{IV.6})$$

olur. p çarpışma parametresini açık bir şekilde hesaplayabilmek üzere Au çekirdeğine göre α nın açısal momentinin korunduğunu yazalım:

$$m_{\alpha} v_{\infty} p = m_{\alpha} v_0 r_0 \quad (\text{IV.7})$$

(IV.3), (IV.5) ve (IV.6) dan

$$p^2 = \frac{v_0^2 r_0^2}{v_{\infty}^2} = r_0 (r_0 - R) \quad (\text{IV.8})$$

bulunur. Hiperbolün Şekil:IV.2 de özetlenmiş olan geometrik özelliklerinden yararlanarak

$$\begin{aligned} r_0 = F_1 M + M P_2 &= \frac{p}{\sin \varphi} + p \cotg \varphi = p \left(\frac{1 + \cos \varphi}{\sin \varphi} \right) = \\ &= p \frac{2 \cos^2 \frac{\varphi}{2}}{2 \sin \frac{\varphi}{2} \cos \frac{\varphi}{2}} = p \cotg \frac{\varphi}{2} \end{aligned} \quad (\text{IV.9})$$

bulunur. Bu sonucu bağıntı ile (IV.8) den ise

$$p = \left(p \cotg \frac{\varphi}{2} - R \right) \cotg \frac{\varphi}{2}$$

bulunur; bu ise $2\varphi = \pi - \theta$ olduğu da göz önüne alınarak,

$$R = \frac{ZZ' e^2}{2\pi \epsilon_0 m_{\alpha} v_{\infty}^2} = 2p \cotg \varphi = 2p \tg \frac{\theta}{2}$$

demektir. Şu hâlde çarpışma parametresinin aramakta olduğumuz θ nın fonksiyonu olarak değeri de

$$p = \frac{R}{2} \cotg \frac{\theta}{2} \quad (\text{IV.10})$$

dir. Bu ifâdeyi θ ya göre türeterek

$$\frac{dp}{d\theta} = -\frac{R}{4} \frac{1}{\sin^2 \frac{\theta}{2}} \quad (\text{IV.11})$$

bulunur.

(IV.6), (IV.10) ve (IV.11) bağıntılarından

$$-\frac{1}{\Phi} \frac{d\Phi}{d\Omega} = \frac{NaR^2}{16} \frac{1}{\sin^4 \frac{\theta}{2}} = \sigma(\theta) Na \quad (IV.12)$$

bulunur. Burada $[L^2]$ boyutunu haiz olan

$$\sigma(\theta) = \left(\frac{ZZ' e^2}{4\pi\epsilon_0 \cdot 4K_\infty} \right)^2 \frac{1}{\sin^4 \frac{\theta}{2}} \quad (IV.13)$$

büyüklüğüne *esnek COULOMB saçılması tesir kesidi* adı verilir. Bu tesir kesidinin θ ya $1/\sin^4 \frac{\theta}{2}$ ve çekirdek üzerine gelen tâneçiklerin kinetik enerjilerine de $1/K_\infty^2$ gibi bağlı olduğunu görmekteyiz. (IV.12) nin sol tarafında eksi işâretinin bulunması θ nın artan değerleri için $\frac{1}{\Phi} \frac{d\Phi}{d\Omega}$ nın azalacağına delâlet eder. Nitekim θ nın küçük değerleri için, saçılan α tâneçiklerinin bolluğuna karşılık RUTHERFORD'un, deneyinde ancak 10^8 adet α tâneçiginde ortalama olarak ancak bir tânesinin $\theta \geq 90^\circ$ olacak şekilde saçılmış olduğunu gözlemiş olduğundan söz etmiştik.

(IV.12) den

$$\frac{1}{\Phi} \frac{d\Phi}{d\Omega} \sin^4 \frac{\theta}{2} = \text{Sâbit}$$

olduğu görülmektedir. 1913 de GEİGER ve MARSDEN yaptıkları hassas deneylerle belirli θ açılarına tekaabül eden noktalarda Au varacağı tarafından saptırılmış α ların ZnS tabakası üzerinde hâsıl ettikleri ışıdamaları saymak sûretiyle bu ifâdenin gerçekten de sâbit kaldığını tesbit ettiler. Bu sonuç atomun pozitif yüklü ve en kütleli kısmının [(IV.12) nin tesis edilmişindeki temel varsayımlardan birinin, çekirdeğin α tâneçiginin etkisi altında hareket edip geri tepmeyecek kadar büyük kütleli olduğunu bir kere daha hatırlatalım] atomun pek küçük ve merkezi bir kısmını teşkil ettiğini pekleştiren denel bir sonuçtur.

CHADWICK (IV.12) den yararlanarak diğer bütün değişkenler bilindiğinde hedef olarak kullanılan bazı çekirdeklerin Z atom sayılarını tâyin etmiştir. Bulduğu değerlerden birkaçı şunlardır:

Eleman	CHADWICK'in		İzafi Hatâ
	Kimyanın verdiği Z değeri	bulduğu Z değeri	
Cu	29	29,3	% 0,010
Ag	47	46,3	% 0,015
Pt	78	77,4	% 0,008

Bu sonuçlar da hep (IV.12) formülüne ve o da atom çekirdeğinin atomun çok ufak merkezî bir kısmını teşkil ettiği, ve atomun geri kalan kısmının da boşluktan ibâret olduğu varsayımına dayandığı için bu varsayımın gerçek bir yönü olduğuna delâlet etmektedirler.

p nin (IV.10) ile verilmiş olan değerini (IV.8) in soluna ve r_0 in (IV.9) ile verilmiş olan değerini de, Şekil: IV.1 de $2\varphi = \pi - \theta$ olduğuna dikkat ederek, (IV.8) in sağındaki ilk r_0 in yerine vazederseniz,

$$p^2 = \frac{R^2}{4} \cotg^2 \frac{\theta}{2} = r_0 (r_0 - R) = p \cotg \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\theta}{2} \right) \cdot (r_0 - R) =$$

$$= p \tg \frac{\theta}{2} \cdot (r_0 - R) = \left(\frac{R}{2} \cotg \frac{\theta}{2} \right) \tg \frac{\theta}{2} \cdot (r_0 - R)$$

ve buradan da gerekli kısaltmalardan sonra

$$r_0 = R + \frac{R}{2} \cotg^2 \frac{\theta}{2} = \frac{R}{2} \left(2 + \cotg^2 \frac{\theta}{2} \right) = \frac{R}{2} \left[1 + 1 + \frac{\cos^2 \frac{\theta}{2}}{\sin^2 \frac{\theta}{2}} \right] =$$

$$= \frac{R}{2} \left[1 + \frac{\sin^2 \frac{\theta}{2} + \cos^2 \frac{\theta}{2}}{\sin^2 \frac{\theta}{2}} \right]$$

ve nihâyet

$$r_0 = \frac{R}{2} \left(1 + \frac{1}{\sin^2 \frac{\theta}{2}} \right) = \frac{ZZ' e^2}{4\pi\epsilon_0 K_\infty} \left(1 + \frac{1}{\sin^2 \frac{\theta}{2}} \right) \quad (IV.14)$$

bulunur. İki çekirdek arasındaki bu en kısa uzaklığın Z ve Z' ile doğru ve

mermi çekirdeğin kinetik enerjisiyle de ters orantılı olarak azaldığı görülmektedir. r_0 ın θ nın fonksiyonu olarak eriştiği minimum değer de $\theta = \pi$ için gerçekleşmektedir. Bu minimum değer (IV.12) RUTHERFORD formülünün geçerli olduğu hâllerde ve mermi tanecek de oldukça büyük bir kinetik enerjiyi haiz olduğu zaman hedef ve mermi çekirdeklerin yarıçaplarının toplamını vereceği âşikârdır.

Gerçekten de (IV.12) formülü her zaman geçerli bir formül değildir. Daha 1924 de CHADWICK ile RUTHERFORD radyoaktif kaynaklardan elde edilen birkaç MeV kinetik enerjili α tanecekleriyle yaptıkları deneylerde 10^{-14} m den daha küçük uzaklıklarda mermi taneceklerin saçılmasının (IV.12) RUTHERFORD formülüne uymadığını denel olarak ortaya koydular. Eğer seçmiş olduğumuz geometrik modelin doğru olduğunu yâni Fiziksel Gerçeğin bir vechesini bize yansıtmakta olduğunu varsaymakta ısrar edecek olursak, bu takdirde, hedef çekirdeğin çok yakınındaki saçılmanın aklaışar bir izahı, ancak, 10^{-14} m den küçük boyutu haiz bölgede COULOMB kuvvetinin etkisini ortadan kaldırmasa bile onu maskeleyecek derecede şiddetli bir kuvvetin ortaya çıktığını kabul etmek sûretiyle olabilir.

Bu çok kısa ulaşımli fakat çok daha şiddetli kuvvete «çekirdek kuvveti» adı verilir.

Gerek RUTHERFORD'un, gerekse GEİGER ve MARSDEN'in deneyleri atomun pozitif yüklü olduğunu ve bu büyük kütleli kısmının da gerçekten, bütün atom boyutları içinde pek küçük uzaysal bir yaygınlığı haiz olduğunu ortaya koymuş bulunmaktadır. Bu sonuç P. LENARD'ın atomun oldukça boş bir yapıyı haiz olması gerektiğini ileri süren kanaatini pekleştirmektedir.

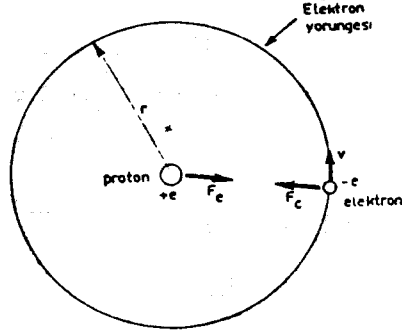
RUTHERFORD bu deney sonuçlarından ve kendisinden önce yapılanlardan esinlenerek şu atom modelini ileriye sürmüştür:

1) Atom, kütesinin en büyük kısmını temsil eden pozitif yüklü bir çekirdek ile bunun etrafında dairesel yörüngeler üzerinde dolanan elektronlardan oluşmuştur.

2) Çekirdeğin pozitif yükü ile elektronların toplam negatif yükü birbirlerinin etkilerini yok edecek şekilde olduklarından normal hâlindeyken atom, tüm olarak ele alındığında, yüksüz (yâni nötr) gözükür.

3) Elektronlarla çekirdek arasındaki etkileşme (interaksiyon), COULOMB çekim kuvveti olup bu, elektronun dairesel yörüngesi üzerindeki dolanımının doğurduğu merkezkaç kuvvetini dengelemektedir.

Bu durumuyla RUTHERFORD atomu, deneyin de gerçekleğiği, uygun ve kararlı bir model olarak görünmektedir. Özellikle 3. şık, ilk bakışta, modelin kararlılığının garantisi gibidir. Gerçekten de bu şartlar



Şekil: IV.5 RUTHERFORD atomundaki dengeleşme

altında atomdaki bir elektronu etkileyen iki kuvvetten biri olan COULOMB kuvveti

$$F_C = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{r^2} \quad (\text{IV.15})$$

ve diğeri olan merkezkaç kuvveti

$$F_M = \frac{m_e v^2}{r} \quad (\text{IV.16})$$

birbirlerini dengelediklerinde

$$F_M = F_C$$

olur; ve bu bağıntıdan da elektronun v hızıyla yörüngesinin r yarıçapı arasında

$$v = \frac{e\sqrt{Z}}{\sqrt{4\pi\epsilon_0 m_e r}} \quad (\text{IV.17})$$

bağıntısının var olduğu görülür. Öte yandan bir elektronun toplam E_B enerjisi, K kinetik enerjisiyle U potansiyel enerjisinin toplamı olup, (IV.17) aracılığıyla

$$E_B = K + U = \frac{m_e v^2}{2} - \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r} = \frac{Ze^2}{8\pi\epsilon_0 r} - \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r} = -\frac{Ze^2}{8\pi\epsilon_0 r} \quad (\text{IV.18})$$

olduğu tesbit edilir. Bu enerjinin negatif olması elektronun çekirdeğe bağılılığına işâret etmektedir. Şu hâlde bir elektronun çekirdekten bağlarını koparabilmesi için hiç değılse bu E_B bağ enerjisinin mutlak değe-

ri kadar bir enerjinin kendisine iletilebilmesi gerekir. Bu ($-E_B$) enerjisine elektronun atomdan kopma enerjisi adı verilir. Deney tek bir protondan oluşmuş bir çekirdek etrafında dolanan tek bir elektronu haiz olan hidrojen atomu için elektronun kopma enerjisinin 13,6 eV olduğunu göstermiştir. Buna göre hidrojen atomundaki elektronun bağ enerjisi $E_B = 13,6$ eV dur. Bu enerjiye tekaabül eden elektron yörüngesinin (bu hâl için aynı zamanda) atomun r yarıçapı olarak (IV.18) den

$$r = - \frac{Ze^2}{8\pi\epsilon_0 E_B} = - \frac{1 \times (1,602 \cdot 10^{-19})^2}{8 \times 3,1416 \times 8,854 \cdot 10^{-12} \times (-13,6 \times 1,602 \cdot 10^{-19})} = 5,3 \cdot 10^{-11} \text{ m} \quad (\text{IV.19})$$

bulunur. Bu merteye başka yollarla yapılmış olan değerlendirmelerle de uyusmaktadır.

RUTHERFORD atomundan kezâ süreksiz çizgi spektrumlarının da geçerli bir izahını vermesi yâni bunlarla atomun yapısı ve iç dönüşümleri arasında sıkı bir ilişki kurması da umuluyordu.

Bilindiği gibi bir eleman bir alev ya da elektriksel bir boşalmaya (deşarja) tâbi tutuldu muydu bir prizma aracılığıyla bunun incelenen spektrumu sürekli bir zemin üzerinde bir takım çizgilerden oluşmuş bir manzara gösterir. Özellikle elemanların en basiti olan hidrojen atomu göz önüne alındığında hidrojenin çizgili spektrumundaki çizgilerin belirli diziler meydana getirdikleri ve her bir diziye ait spektrum çizgilerine tekaabül eden λ dalga boylarının da denel olarak tesbit edilmiş olan

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{p^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (\text{IV.20})$$

şeklindeki BALMER formülüyle nitelendirileceği geçen yüzyıl sonunda denel incelemeler sonucu ortaya konmuştu. Bu formülde R ile gösterilen RYDBERG sâbiti olup değerinin, denel olarak,

$$R = 1,097 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1} \quad (\text{IV.21})$$

olduğu tesbit edilmiştir.

p ve n nin belirli değerleri için ortaya çıkan çizgi serileri özel bazı isimler alırlar:

	Serinin İsmi	Spektrumdaki Yeri
$p=1$ $n=2,3,4,\dots\infty$	LYMAN	Mor-ötesi
$p=2$ $n=3,4,5,\dots\infty$	BALMER	Görünen ışık
$p=3$ $n=4,5,6,\dots\infty$	RİTZ-PASCHEN	Yakın kızıl-altı
$p=4$ $n=5,6,7,\dots\infty$	BRACKETT	Kızıl-altı
$p=5$ $n=6,7,8,\dots\infty$	PFUND	Uzak kızıl-altı

Ancak, III. Bölümde frenleme ışınlarına değindiğimizde de sözünü etmiş olduğumuz gibi, Elektromagnetik Teoriye göre eğer yüklü bir taneçik ivmeli bir hareket yapacak olursa ışın hâlinde enerji yayınlamakta ve bunun sonucu olarak da toplam enerjisi azalmaktadır. Hâlbuki RUTHERFORD atomunda çekirdek etrafında dairesel yörüngeler üzerinde dolanan elektronların hareketi ivmeli bir harekettir. O hâlde bu elektronlar sürekli olarak ışın yayınlayacaklar ve dolayısıyla sürekli olarak enerjilerinden de kaybedeceklerdir. Fakat elektronların enerjileriyle yörüngelerinin yarıçapları arasındaki (IV.18) bağıntısına göre elektronun enerjisinde vukuu bulacak ΔE_B gibi bir farkın yarıçapta da

$$\Delta r = \frac{8 \pi \epsilon_0 r^2}{Ze^2} \Delta E_B$$

gibi aynı yönde bir fark doğurmasından dolayı enerji azaldıkça yarıçap da küçülecek ve elektron çok kısa bir süre içinde çekirdeğin üzerine düşmüş olacaktı. Yâni başka bir deyimle ilk bakışta sanki kararlı bir modelmiş gibi görünen RUTHERFORD atomu esâsında kararsız bir modeldir. Üstelik eğer gerçekten de böyle bir durum olsa hidrojenin nasıl olup da sürekli değil de çizgili bir spektruma sâhip olduğu sorusu da bu modele göre açık kalmaktadır.

Görülüyor ki RUTHERFORD modeli bazı bakımlardan deneyle uyusmakla beraber, bilinen teoriler çerçevesi içinde atomun kararlılığını izah edebilmek gücünden yoksundur.

Aşağıda NIELS BOHR'un 1913 de RUTHERFORD'unı modelini, makroskopik olaylardan hareketle tesis edilmiş olan Elektromagnetik Teorinin elektronun bağı hareketine uygulanamayacağını temel bir varsayım olarak kabul edip, bir de yeni bir şart daha (kuvantum şartı) koşarak nasıl tādil ettiğini ve böylelikle o ana kadar izah edilememiş olayları ve bu arada BALMER formülünü de izaha güçlü kararlı bir atom modelini nasıl gerçekleştirdiğini göreceğiz.

BOHR ATOM MODELİ

Bazı deneylerin teyid etmesine rağmen elektronlarının yörüngeleri üzerindeki dengesini klâsik esaslara göre izah edemeyen RUTHERFORD atom modeli kısır bir model olarak karşımıza çıkmaktaydı. Oysaki yukarıda da belirttiğimiz gibi başarılı bir modelin hiç değilse hidrojen atomu spektrumunu izah yeteneğini haiz olması gerekmektedir. Öte yandan, RUTHERFORD modelinin geometrik bakımdan basit ve hiç değilse gerçeği bir nebzecek olsun aksettiren bir model olduğu GEİGER - MARSDEN deneyleriyle de teyid edilmiş olduğundan bunun tümünü bir kenara itip de yeni ve belki de daha girift bir model aramak uygun bir yol değildir.

Bu itibarla 1913 de NIELS BOHR, temelindeki bazı varsayımları tādil etmek veyâ yeni bazı varsayımlar eklemek yoluyla bu modelin geometrik basitliğini fedâ etmeden atomlarda, hiç değilse hidrojen atomunda, vukua gelen ve bunların sonucu olarak da makroskopik âlemde kendini gösteren olayları izah etmenin mümkün olup olamayacağını araştırdı.

Yukarıda da işaret ettiğimiz gibi RUTHERFORD modeline karşı en büyük engel elektromagnetizma kanunlarının öngördükleri şekilde elektronların (yörüngeleri üzerindeki ivmeli hareketleri sonucu) sürekli ışınlama yoluyla enerji kaybederek ergeç çekirdek üzerine düşmeleri gerekliliği idi. RUTHERFORD atomunun geometrik basitliği ile elektromagnetizma kanunları arasında bir uyumsuzluk olduğu böylece âşikâr olmaktadır. Bu durumda karşımıza karşılıklı olarak birbirlerini eleyen iki şık çıkmaktadır: 1) ya klâsik elektromagnetizma kanunları atom içinde de geçerlidir (o hâlde RUTHERFORD modeli dengeli bir model değildir); 2) ya da klâsik elektromagnetizma kanunları atom içinde geçerli değil-

dirler (bu takdirde de eletronlar yörüngeleri üzerinde ışına yapmak zorunluluğunda olmadıklarından model dengeli, kararlı bir model olmuş olur).

BOHR geometrik bakımdan basit, fiziksel bakımdan da kararlı bir model elde edebilmek için ikinci şıkkı tercih etmiştir. *Tabiidir ki bu seçimin haklı bir seçim olup olmadığı, ancak, bu yeni modelden çıkarılacak olan sonuçların bilinen fakat o âna kadar izah edilemeyen olayları izah edip etmemesi sonucu anlaşılacaktır.*

Buna göre BOHR kendi atom modelinin temelindeki varsayımları dört kalemde toplamaktadır:

1) Atom pozitif yüklü bir çekirdek etrafında dairesel yörüngeler üzerinde dolanan negatif yüklü eletronlardan oluşmuş olup çekirdekle eletronlar arasında COULOMB çekim kanunu geçerlidir.

2) Bir eletron üzerine tesir eden COULOMB çekim kuvveti ve yörüngesel hareketinden dolayı eletrona tesir eden merkezkaç kuvveti birbirlerini dengelerler.

Bu iki varsayım RUTHERFORD modelinin geometrik özelliklerinin BOHR modeline naklini sağlamaktadır.

3) Atom içinde bir eletron ancak kararlı bazı yörüngeler üzerinde hareket edebilir. Klâsik elektromagnetizma kanunlarına karşıt olarak bu yörüngeler üzerindeki hareketi süresince eletron radyasyon yayınlamaz ve dolayısıyla da enerji kaybetmez. Bu yörüngeler eletronun açısai momentinin h PLANCK sâbitinin tam bir katına eşit olduğu yörüngelerdir (BOHR'un kuvantalaştırma şartı):

$$\int_0^{2\pi} p_\theta d\theta = \int_0^{2\pi} m_e v r d\theta = nh \quad \text{veyâ} \quad m_e v_n r_n = n \frac{h}{2\pi} . \quad (\text{IV.22})$$

Burada $n=1, 2, 3, \dots$ gibi bir tam sayı olup eletron yörüngelerinin de, (IV.22) şartı uyarınca, kuvantalaştırılmış olduğu söylenir.

4) Eletron kararlı bir yörüngeden (herhangi bir dış etkiyle) başka bir kararlı yörüngeye geçecek olursa enerjisi, bu iki yörüngede haiz olduğu enerjilerin farkına eşit olan monokromatik bir ışın (bir foton) yayınlar'ya da soğurur:

$$E_n - E_p = h\nu \quad (\text{IV.23})$$

Şimdi bu dört varsayımın oluşturduğu şema çerçevesi içinde hidrojen atomunu ($Z=1$) anlamağa çalışalım. Elektronu etkileyen COULOMB ve merkezkaç kuvvetlerinin eşitliğinden

$$F_C = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2} = F_M = \frac{m_e v^2}{r} \quad (\text{IV.24})$$

bulunur. (IV.22) ve (IV.24) den

$$r_e = n^2 \frac{h^2 \epsilon_0}{\pi m_e e^2} \quad (\text{IV.25})$$

bulunur. Buna göre hidrojendeki en iç yörüngenin ($n=1$) yarıçapı

$$r_1 = 5,3 \cdot 10^{-11} \text{ m}$$

olacaktır. Diğer mümkün yörüngelerin r_1 ile ilişkisinin de

$$r_n = n^2 r_1 \quad (\text{IV.26})$$

şeklinde olacağı âşikârdır.

Bir elektronun toplam mekanik enerjisi, kinetik enerjisiyle potansiyel enerjisinin toplamı olduğundan n -ninci yörünge üzerindeki bir elektron için

$$\begin{aligned} E_n = K_n + U_n &= \frac{1}{2} m_e v_n^2 - \frac{e^2}{4\pi \epsilon_0 r_n} = \\ &= \frac{e^2}{8\pi \epsilon_0 r_n} - \frac{e^2}{4\pi \epsilon_0 r_n} = - \frac{e^2}{8\pi \epsilon_0 r_n} = - \frac{m_e e^4}{8\epsilon_0^2 h^2} \frac{1}{n^2} \end{aligned} \quad (\text{IV.27})$$

bulunur. Elektron p -ninci kararlı yörüngeden bir başka n -ninci kararlı yörüngeye sıçrarsa yayınlayacağı ya da soğuracağı foton için 4. varsayım ve (IV.23) bağıntısına göre

$$h\nu = E_n - E_p = \frac{m_e e^4}{8\epsilon_0^2 h^2} \left(\frac{1}{p^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (\text{IV.28})$$

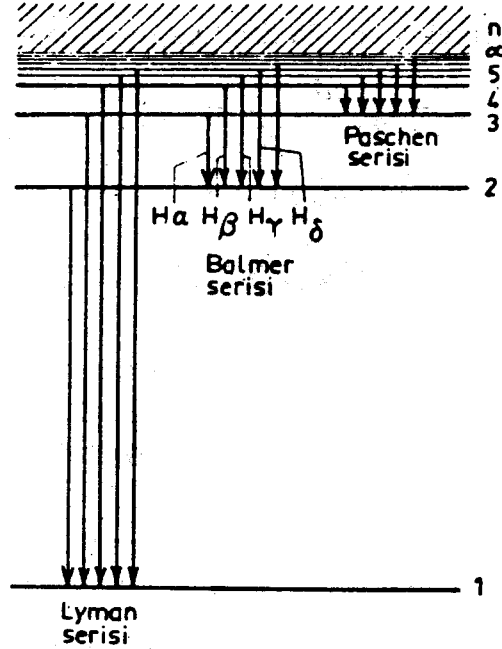
olur; $\nu = c/\lambda$ olması dolayısıyla da buradan, yayınlanan ya da soğurulan fotonun dalgaboyu için

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{m_e e^4}{8\epsilon_0^2 c h^3} \left(\frac{1}{p^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (\text{IV.29})$$

formülü bulunur ki bu, (IV.20) BALMER formülünü çok andırmaktadır. (IV.28) ile (IV.20) nin özdeş olduğunu söyleyebilmek için RYDBERG sâbitinin

$$R = 1,097 \cdot 10^7 = \frac{m_e e^4}{8\epsilon_0^2 c h^3} \quad (\text{IV.30})$$

olduğunu göstermek kâfidir. Gerçekten de bu ifâdenin sağ yanı hesaplanırsa bunun $1,097 \cdot 10^{-7} \text{ m}^{-1}$ e eşit olduğu görülür.



Şekil: IV.6 Hidrojen atomunun spektroskopik serilerinin oluşumu.

Bu çok önemli bir sonuçtur. Çünkü sırf denel olarak tesis edilmiş olan BALMER formülünü, BOHR modeli yardımıyla teorik olarak tesis etmiş ve üstelik RYDBERG sâbitini (IV.30) daki gibi diğer tabiat sâbitleri aracılığıyla değerlendirmiş bulunuyoruz. Böylece hidrojen atomunun spektrumu da teorik olarak izah edilmiş olmaktadır. Bütün bu sonuçlar bize BOHR modelinin gerçeğe uygunluğunu aksettirmektedir. Yalnız şurasına bir kere daha işâret edelim ki «gerçeğe uygunluk», «GERÇEK ile özdeşlik» demek değildir. Bu bakımdan BOHR modelinin bu başarılarına bakıp da bunun mükemmel bir model olduğu zehabına kapılmak yersiz olur. Nitekim ileride BOHR modelinin GERÇEK'i ne kadar bulanık bir şekilde aksettirmiş olduğunu gözlemek fırsatını bulacağız.

Klâsik elektromagnetik teori atomda dairesel bir yörünge üzerinde ω açısal frekansıyla dolanan bir elektronun

$$\nu_{\text{klâsik}} = \frac{\omega}{2\pi} \quad (\text{IV.31})$$

frekansını haiz elektromagnetik ışımaya yayınlayacağını öngörmektedir. n kuvantum sayısı ile nitelendirilen kararlı bir yörünge için açılmal hız,

$$m_e v_n r_n = m_e r_n^2 \omega_n = \frac{nh}{2\pi}$$

kuvantalaştırma şartından ve (IV.25) bağıntısından

$$\omega_n = \frac{nh}{2\pi m_e r_n^2} = \frac{\pi m_e e^4}{2\epsilon_0^2 n^3 \hbar^3}$$

olarak bulunur ki bunun aracılığıyla da (IV.31) deki $\nu_{\text{klâsik}}$ in

$$\nu_{\text{klâsik}} = 2c \frac{m_e e^4}{8\epsilon_0^2 \hbar^3} \frac{1}{n^3} = \frac{2c R}{n^3} \quad (\text{IV.32})$$

bağıntısıyla tesbit olunacağı bulunur.

Şimdi, n çok büyük olmak üzere, n ve $n+1$ gibi peşpeşe iki kuvantum sayısı göz önüne alalım. Hidrojen atomundaki bir elektronun bunlara tekaabül eden yörüngeler arasındaki geçişi dolayısıyla ortaya çıkan fotonun ν frekansı (IV.28)'e göre

$$\begin{aligned} \nu &= cR \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{(n+1)^2} \right) = cR \left[\left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right) \left(\frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} \right) \right] \\ &= cR \left[\frac{1}{n(n+1)} \cdot \frac{2n+1}{n(n+1)} \right] \end{aligned} \quad (\text{IV.33})$$

olur. n nin çok büyük değerleri için

$$2n+1 \cong 2n \quad \text{ve} \quad n(n+1) \cong n^2 \quad (\text{VI.34})$$

alınabilir. Buna göre

$$\nu \cong cR \left(\frac{2n}{n^4} \right) = \frac{2c R}{n^3}$$

bulunur ki bu da klâsik elektromagnetik teorisinin öngördüğü (IV.32) frekansıdır. Somut bir örnek vermiş olmak için $n=1$ hâlini göz önüne alalım. Bu takdirde klâsik fizik ve kuvantum fiziğinin öngördükleri frekanslar arasındaki fark (IV.32) ve (IV.33) e göre

$$\frac{\nu_{\text{klâsik}}}{\nu} = \frac{2}{0,75}, \text{ dolayısıyla } \%300$$

olur. Oysaki meselâ $n=10\,000$ alınırsa bu fark ancak

$$\frac{\nu_{\text{klâsik}}}{\nu} \cong 0,9990, \text{ dolayısıyla } \%0,01$$

civarındadır.

Demek ki (IV.34) yaklaşıklığında büyük n değerleri yâni büyük kuvantum sayıları için BOHR atomundaki bir elektronun yayınladığı fotonun frekansı RUTHERFORD atomundaki bir elektronun klâsik elektromagnetik teori çerçevesi içinde yayınlayacağı öngörülen fotonun frekansına limit olarak yaklaşmaktadır.

Böylece Kuvantum Teorisiyle Klâsik Fiziğin birleştiği bir köprü noktasını tesbit etmiş bulunuyoruz:

ÇOK BÜYÜK KUVANTUM SAYILARI İÇİN KUVANTUM FİZİĞİNİN SONUÇLARI, KLÂSİK FİZİĞİN SONUÇLARINI LİMİT OLARAK KABUL EDERLER.

Bu BOHR'un Aktarma İlkesi (Korespondans Prensibi) adını verdiği genel bir ilkenin ifâdesidir. Bu ilke Klâsik Fizik ile Kuvantum Fiziği arasında bir köprü ödevi görmekte ve her iki bölgede elde edilen sonuçların birbirlerine sürekli aktarılmalarını sağlamaktadır. Bu ilkenin ışığı altında, Klâsik Fizik ve Çağdaş Fizik diye bir ayırımın yapmacık olduğu ve gerçekten her ikisinin de birbirlerinin tabii uzanımları oldukları söylenebilir. İleride Aktarma İlkesi üzerine gene eğilmek fırsatını bulacağız.

ATOMSAL UYARTILMA

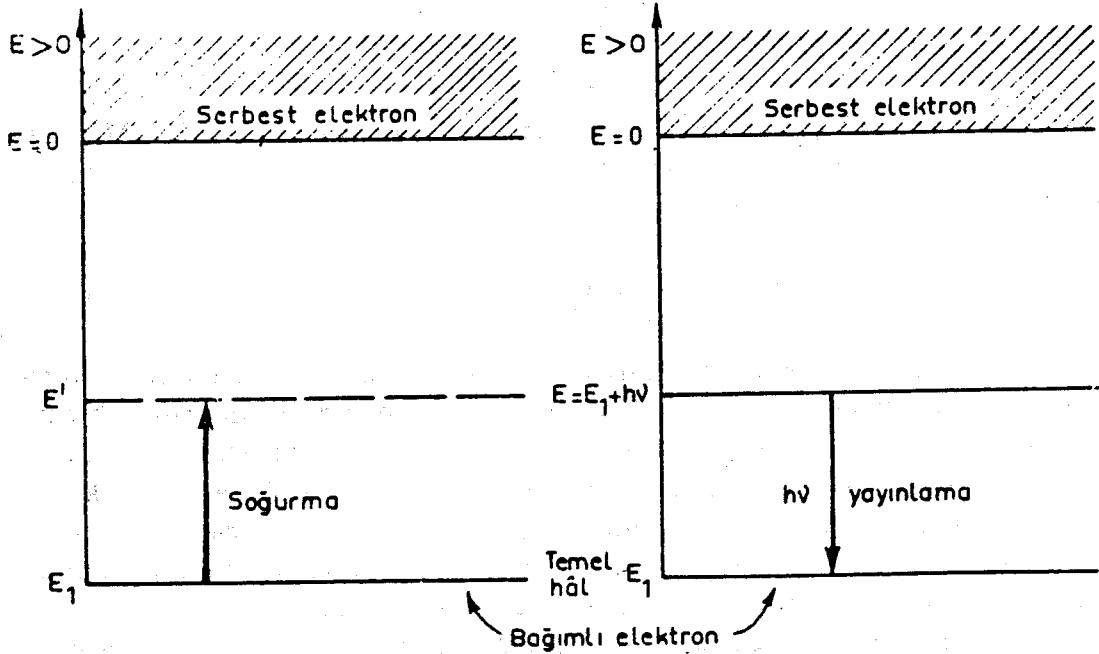
Elektronların üzerine, çekirdekle aralarında mevcut COULOMB çekim kuvvetinden ve bir de yörüngeleri üzerindeki hareketlerinin doğurduğu merkezkaç kuvvetinden başka hiçbir kuvvet tesir etmeyen bir atomun temel hâlde bulunduğu söylenir. Eğer herhangi bir sebeple elektronlardan bir ya da birkaçı üzerine fazladan bir enerji intikaal ederse atom uyartılmış olur.

Atomlar genellikle iki türlü uyartılabilirler. Birinci hâl bunların birbirleriyle çarpışması sonucu ortaya çıkar. Çarpışan atomlardan birine intikaal eden kinetik enerji elektronlardan bir ya da birkaçı tarafından soğurulur. Böylelikle elektron yörünge değiştirir ve daha yüksek bir enerjiye tekaabül eden bir yörüngeye geçer. Ancak, burada ortalama 10^{-8} s kadar kalır ve gene eski yörüngesine döner. Bu dönüş sırasında üzerindeki fazla enerjiyi bir foton şeklinde yayınlar.

Meselâ seyreltilmiş bir gazda bir *elektron boşalımı* (deşarj) yapılırsa meydana getirilen elektrik alanda serbest elektronlar ve iyonlar hız kazanarak çarptıkları gaz atomlarını uyartabilirler. Neon lâmbalarının

esâsı işte budur. Kuvvetli bir elektrik alanda hızlandırılan atomların birbirlerini çarpışma yoluyla uyartmaları ve bunun peşisıra da hemen 10^{-8} s sonra bunların karakteristik bir foton yayınlayarak uyartılmasızlaşmaları herkesin pek iyi bildiği o kırmızımtrak ışığın meydana geliş sebebi- dir. Flüoresan lâmbalar da gene aynı ilke uyarınca işlerler.

Atomların ikinci çeşit uyartılma hâli de, bir atom bir foton soğurursa ve bu soğurulan fotonun atomun bir elektronuna, intikal eden enerjisi de atomu daha yüksek bir enerji düzeyine yükseltecek miktarda ise ortaya çıkar. Meselâ $n=3$ hâlerinden $n=2$ hâline geçen bir hidrojen atomu dalga boyu 6565 \AA olan bir foton yayınlar. Buna binâen de farazâ $n=2$ kuvantasal hâlinde bulunan bir atom tesadüfen 6565 \AA lük bir foton soğurursa $n=3$ kuvantasal hâline yükselmiş olacaktır. Atom bu uyartılmış hâlde kalmadan hemen gene ilk hâline döner. Bu durum soğurma spektrumlarını kolaylıkla izah eder. Bunu somut bir şekilde gözlemek için bir hidrojen gazının içinden görülen ışığın bütün dalgaboylarını haiz bir beyaz ışık hüzmesinin geçtiğini varsayalım. Bu takdirde hidrojen atomunun enerji düzeyleri arasındaki farka tekaabül eden enerjiyi haiz olan fotonlar atom tarafından soğurulacaklardır. Böylelikle uyartılan atomlar derhâl uyartılmaksızlaşarak gene eski düzeylerinde dönerler. A-



Şekil: IV.7 Atomlarda foton soğurma ve yayınlama mekanizmalarının enerjetik şeması.

ma bu sırada yayınladıkları fotonlar hüzmenin geliş yönünde değil fakat eşyönel (izotrop) bir şekilde (yâni her doğrultuda aynı ihtimâli haiz olarak) yayınlanır. Bu itibarla hüzmenin geliş yönünde yeniden yayınlanmaların sayısı ilk soğurulanlara nispetle çok küçük olacağından spektrum üzerinde bu fotonların dalgaboylarına tekaabül eden yer, civarına nispetle, iyice sönük gözükür ve bir soğurma çizgisi meydana getirir. Bu itibarla aynı bir atomun *soğurma spektrumu* ile *yayınlama spektrumunun* aynı yapıyı haiz olacakları âşikârdır.

Atomların bu ikinci çeşit uyartılması hâlinde yayınladıkları ışınlara *uyartılmış ışımaya* adı verilir.

EINSTEIN KATSAYILARI.

Şimdi $n=1, 2, 3, \dots$ enerjilerini haiz olan ve belirli bir T sıcaklığında bulunan atomlar veyâ moleküller göz önüne alalım. Buna göre n hâlindeki bir atomun T sıcaklığında uyartılması ihtimâli (III.3) ile de göstermiş olduğumuz veçhile

$$w_n = e^{-E_n/kT} \quad (IV.35)$$

dir. Şimdi

1) m hâlinde bulunan bir atomun kendiliğinden, yâni hiç bir dış etken olmaksızın, $E_m - E_n$ ışımaya enerjisi yayınlayarak daha düşük enerjili bir n hâline dt süresi içinde geçişinin ihtimâlini

$$A_{mn} dt \quad (A)$$

ile gösterelim.

2) Kezâ, ν frekanslı ve u enerji yoğunluklu bir ışığın etkisi altında bir atomun dt zaman süresi içinde ve $E_m - E_n$ enerjisini soğurarak bir n hâlinde daha yüksek bir m hâline geçmesi ihtimâlinin de

$$B_{nm} u dt \quad (B)$$

olduğunu varsayalım.

3) Ve son olarak da atomun bu ışımaya alanının etkisi altında ve dt zaman süresi içinde yüksek enerjili bir m hâlinde daha düşük enerjili bir n hâline $E_m - E_n$ enerjisini yayınlayarak geçmesi ihtimâlini de

$$B_{mn} u dt \quad (B')$$

ile gösterelim.

Termik denge mevcûd olduğu takdirde $m \rightarrow n$ geçişine tâbî olan atomların sayısı $n \rightarrow m$ geçişine tâbî olanların sayısına eşit olur. Yâni birim zaman süresinde, ortalama olarak, ne kadar (B) tipi geçiş vuku buluyorsa o kadar da (A) ve (B') tipi geçiş olacak demektir. Buna binâen

$$e^{-E_n/kT} B_{n \rightarrow m} u = e^{-E_m/kT} (B_{m \rightarrow n} u + A_{m \rightarrow n}) \quad (IV.36)$$

olacaktır. $T \rightarrow \infty$ için $u \rightarrow \infty$ olacağından bu sınır hâli göz önüne almak sûretiyle

$$B_{m \rightarrow n} = B_{n \rightarrow m} \quad (IV.37)$$

olduğu görülür. Öte yandan (IV.36) dan u için

$$u = \frac{\frac{A_{m \rightarrow n}}{B_{m \rightarrow n}}}{e^{(E_m - E_n)/kT} - 1} = \frac{\frac{A_{n \rightarrow m}}{B_{n \rightarrow m}}}{e^{h\nu/kT} - 1} \quad (IV.38)$$

bulunur. Bu ise (III.9) PLANCK formülünden başka bir şey değildir. Şu hâlde

$$A_{m \rightarrow n} = \frac{8\pi hc}{\lambda^5} B_{m \rightarrow n} = \frac{8\pi hc}{\lambda^5} B_{n \rightarrow m} \quad (IV.39)$$

olmalıdır.

(IV.37) ve (IV.38) bağıntıları *madde ile ışınım arasındaki enerji değiştokuşu teorisinde* temel bağıntılardır. $A_{m \rightarrow n}$, $B_{m \rightarrow n}$, $B_{n \rightarrow m}$ büyüklüklerine *EINSTEIN geçiş katsayıları* adı verilir. (IV.39) formülü, soğurma katsayısı tâyin edildiği takdirde kendiliğinden ışıma katsayısının değeriini tesbit etmektedir.

HİDROJENİMSİ ATOMLARIN SPEKTRUMLARI

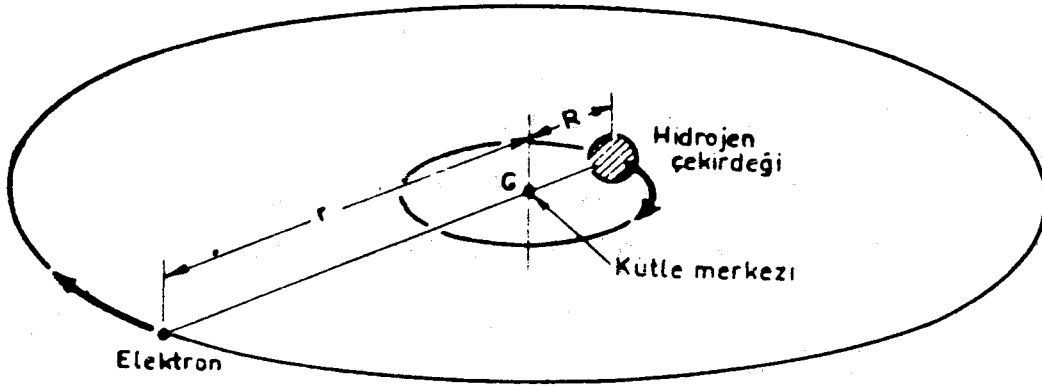
BOHR'un atom modeli hidrojenden başka, tek elektronlu iyonlara da başarıyla uygulanabilir. Bu gibi $Z-1$ adet elektronunu kaybetmiş iyonlara *hidrojenimsi atomlar* adı verilir. Bu gibi atomların enerji düzeylerinin

$$E_n = - \frac{m_e Z^2 c^4}{8\epsilon_0^2 h^2} \frac{1}{n^2}$$

ile verildiği kolaylıkla tesis edilir. Bu, hidrojenimsi atomların enerji düzeylerinin hidrojenin mütekaabil enerji düzeylerinden Z^2 çarpanı kadar farklı olduklarını göstermektedir.

BOHR ATOM MODELİNDE ÇEKİRDEĞİN SÜRÜKLENMESİ

BOHR atom modeli her ne kadar hidrojenin ve hidrojenimsi atomların spektrum çizgilerini izah etmeyi ve bunların dalgaboylarını öngörmeyi başarmış ise de spektrumların çok daha duyarlı araçlarla incelenmesi, bunların spektrum çizgilerinin ölçülen değerleriyle teori tarafından öngörülen değerleri arasında sistematik bir farkın bulunduğunu ortaya koymuştur. Bohr'un atom modeli, çekirdeğin sâbit olmayıp gerek çekirdeğin ve gerekse elektronun ortak kütle merkezleri etrafında sırasıyla R ve r yarıçaplı daireler çizdiklerini kabul etmekle, bir nabze olsun tâdil edilerek bu farkı izah edebilecek daha gerçekçi bir hâle sokulabilir. Buna göre, eğer ω ile bunların ortak açısal hızlarını gösterecek olursak $v = \omega r$ ve $V = \omega R$ den G kütle merkezine göre moment alarak (Bk. Şekil: IV.8)



Şekil: IV.8

$$\frac{v}{V} = \frac{r}{R} = \frac{M}{m} \quad (IV.40)$$

olur. Çekirdekle elektron arasında COULOMB çekim kuvveti geçerlidir. Bu kuvvet bir yandan elektronun yörüngesel hareketi dolayısıyla ortaya çıkan merkezkaç kuvvetiyle dengelenerek onun sürekli olarak r yarıçaplı daire üzerinde kalmasını, diğer yandan da çekirdeğin atomun G kütle merkezi etrafındaki yörüngesel hareketi dolayısıyla ortaya çıkan merkezkaç kuvvetiyle dengelenerek çekirdeğin sürekli olarak R yarıçaplı daire üzerinde kalmasını sağlar. Şu hâlde denge şartları

$$\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 (r + R)^2} = m\omega^2 r = M\omega^2 R \quad (IV.41)$$

olurlar. (IV.40) dan

$$\frac{r}{R+r} = \frac{M}{m+M}$$

yazılabileceğinden buradan ve (IV.40) dan

$$RM = (r+R) \frac{Mm}{m+M} = (r+R) \mu \quad (\text{IV.42})$$

bulunur. μ ye sistemin *indirgenmiş kütlesi* adı verilir. Böylece (IV.41) bağıntısı

$$\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 (r+R)^2} = m\omega^2 r = (r+R) \omega^2 \mu \quad (\text{IV.43})$$

şekline girer.

BOHR'un ilk modelinde elektronun açısal momentini kuvantalaştıran şart burada sistemin toplam açısal momentumuna uygulanacaktır. Buna göre

$$m\omega r^2 + M\omega R^2 = n \frac{h}{2\pi} \quad (\text{IV.44})$$

olmalıdır. (IV.42) bağıntısı aracılığıyla

$$r = (r+R) \frac{M}{M+m}, \quad R = (r+R) \frac{m}{M+m}$$

olduğu görülmektedir. Bu bağıntıları (IV.44) e taşırsak

$$\mu (r+R)^2 \omega = \frac{n\hbar}{2\pi} \quad (\text{IV.45})$$

bulunur. (IV.43) ve (IV.45) den

$$(r+R) = \frac{\epsilon_0 n^2 \hbar^2}{\pi\mu e^2} \quad (\text{IV.46})$$

bulunur. Sistemin n kuvantum sayısına tekaabül eden toplam mekanik enerjisi

$$\begin{aligned} E_n &= \frac{1}{2} (m\omega^2 r^2 + M\omega^2 R^2) - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 (r+R)} = \\ &= \frac{1}{2} \mu\omega^2 (r+R)^2 - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 (r+R)} \end{aligned}$$

veyâ (IV.43) ve (IV.46) hasebiyle

$$\begin{aligned} E_n &= \frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 (r+R)} - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 (r+R)} = - \frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 (r+R)} = \\ &= - \frac{\mu e^4}{8\epsilon_0^2 \hbar^2} \frac{1}{n^2} \quad (\text{IV.47}) \end{aligned}$$

bulunur. Bu, ilk BOHR modelinde bulunan (IV.27) ifâdesinin aynıdır; yalnız burada elektronun m_e kütlesi yerine sistemin indirgenmiş μ kütlesi vardır. Şu hâlde çekirdeğin sürüklenmesine tekaabül eden BALMER formülü de

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{\mu e^4}{8\epsilon_0^2 ch^3} \left(\frac{1}{p^2} - \frac{1}{n^2} \right) = R' \left(\frac{1}{p^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (\text{IV.48})$$

şeklinde olacaktır. Bu itibarla da hidrojenin spektrumundaki bütün çizgiler

$$\frac{\mu}{m_e} = \frac{M}{M + m_e} = \frac{1836}{1837} = 0,99945$$

oranında değişmiş olacaklardır. Bu, (IV.47) enerji formülü göz önüne alındığında E_n enerjisinde % 0,055 kadar bir artış demektir.

Şüphesiz çekirdeğin sürüklenmesi RYDBERG sâbitini de etkilemektedir. Çekirdeğin sürüklenmesini göz önünde bulundurmadan:

$R = 1,0973731 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$ olmasına karşılık çekirdeğin sürüklenmesi hâlinde $R' = 1,0967758 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$ olmaktadır.

İndirgenmiş kütle kavramının hidrojenin kütle bakımından hemen hemen iki misli bir izotopu olan döteryumun keşfinde önemli bir katkısı olmuştur. Bu büyük kütle hasebiyle döteryumun spektrum çizgileri hidrojeninkine nazaran hafifçe daha küçük dalgaboylarına doğru kaymış bulunurlar. Meselâ hidrojenin BALMER serisinin ilki olan H_α çizgisinin dalgaboyunun 6563 Å olmasına karşılık döteryumun D_α çizgisinin dalgaboyu 6561 Å dır. Bu, küçük olmasına rağmen döteryumun mevcûdiyetini tâyin etmeğe yeterli bir farktır.

BOHR ATOM MODELİNİN YETMEZLİĞİ

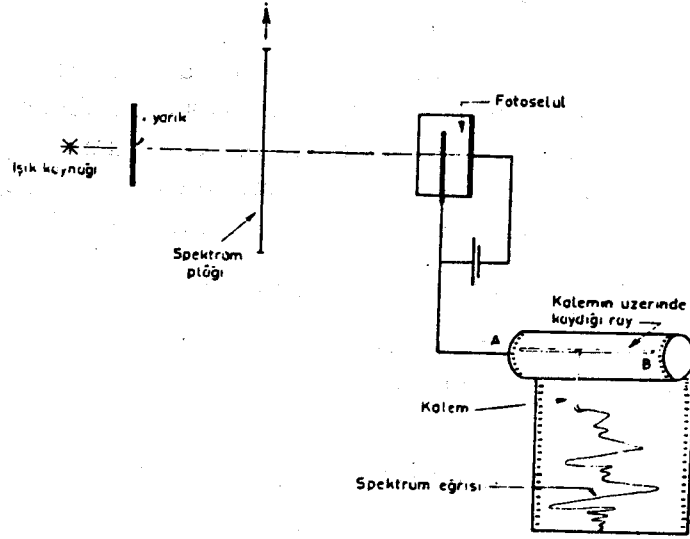
BOHR atom modelinin hidrojen ve hidrojenimsi atomların spektrumlarını izah etmesi her ne kadar büyük bir başarıysa da çok duyarlı âletlerin yapımından sonra spektroskopi alanında gerçekleştirilen gözlemler bu modelin izah etmektен âciz kaldığı yeni bir takım olayları meydana çıkarmışlardır. Bunların sonucu, ortaya, bu olayların izahını da kapsayabilecek güçte yeni modeller atmak zorunluluğu çıkmıştır.

BOHR modelini güç duruma sokan bu olaylar kısaca şöyle özetlenebilirler:

1) Önceden tek bir çizgi gibi gözükten bazı spektrum çizgilerinin esâ-

sında birbirlerine çok yakın iki, üç hattâ daha fazla çizgiden oluşmuş oldukları ve bütün spektrum çizgilerinin de şiddetli bir magnetik alanın etkisi altında birkaç uydu çizgi peydahladıkları tesbit edilmiştir. BOHR atom modeli *spektrumların bu ince yapısı* hakkında bir şey söylemekten âcizdir.

2) Spektrumlar genellikle fotografi yoluyla fotoğraf plâkları üzerine tesbit edilirler. Bunlar çoğunlukla en çok bir kaç santim uzunluğunda ince uzun bir bölge kaplarlar. Eğer basit bir kaynaktan çıkan bir ışığı çok ince bir yarıktan geçirdikten sonra spektrum plâğının eni doğrultusunda plâk üzerine düşürecek ve plâğa da hüzmeye dik düzgün doğrusal ve çok yavaş bir hareket yaptırarak olursak plâğı katetmiş olan hüzmeyin yolu üzerine bir fotoelektrik selül koyduğumuzda, ışık hüzmeyinin spektrum plâğını katederken az ya da çok soğurulmasına göre çok ya da az bir fotoelektrik akımı elde ederiz. Bu akım uygun bir şekilde büyütülerek, şiddetine göre, mürekkepli bir kalemi Şek. IV.9 daki AB çiz-



Şekil: IV.9 Mikrofotometre prensibi.

gisi boyunca hareket ettirir. Bu kalemin ucu da düzgün bir hareketle boşalan bir kâğıt bobin üzerine plâğın spektrumunu büyük bir ölçekte çizer. Böyle bir mikrofotometre aracılığıyla elde edilen spektrum eğrisi çizgilere tekaabül eden yerlerde tepeler arzeder. Böylece büyütülerek daha kolay incelenöbilen spektrumların ortaya koydukları bir husus bütün spektrum çizgilerinin farklı şiddette olmalarıdır. (Yâni spektrum

eğrisi üzerinde spektrum çizgilerine tekaabül eden tepelerin farklı yükseklikleri ve hattâ farklı genişlikleri haiz olmalarıdır).

BOHR'un atom modeli bunu da izah edememektedir.

3) BOHR'un atom modeli ancak hidrojen ve hidrojenimsi yâni tek bir elektronu hâriç diğer bütün elektronlarını kaybetmiş olan atomların spektrumlarında başarılı olmuş; diğer girift atomların spektrumlarını izah edememistir.

4) Ve kezâ BOHR'un modeli, nasıl olup da, atomların teker teker birbirlerini etkileyerek, belirli fiziksel ve kimyasal özelliklerini tesbit ettiğimiz makroskopik madde topluluklarını oluşturduklarını da izahtan âciz kalmıştır

Bütün bu nedenler dolayısıyla BOHR atom modelini bu olayların izahını kapsayacak şekilde tâdil etmek zorunluluğu vardır.

PROBLEMLER

1. RUTHERFORD'un α tâneciklerinin ince altın varaklarla sapıtılması ile ilgili incelemelerinde bir tâneciğin θ sapma açısının

$$\cotg \frac{\theta}{2} = \frac{4\pi\epsilon_0 Mv^2}{ZZ'e^2} \cdot p$$

bağıntısı ile verildiği tesbit edilmiştir. Burada ϵ_0 boşluğun dielektrik sâbitini, M tâneciğin kütlesini ve v hızını, Z' yük sayısını, Z altın atomunun yükünü, e elemanter yük birimini, p de çarpışma parametresini göstermektedir. Bu ifâdeden faydalanarak tâneciğin ince varağı katederken θ dan daha büyük bir açı içine saçılmış olmasının ihtimâli için bir bağıntı tesis ediniz. Eğer bu ihtimâl 10 MeV luk α tânecikleri için 10^{-3} ise acaba aynı varağı kateden 5 MeV luk protonlar için ne olacaktır?

2. Mâdenî bir hedef hızlı elektronlarla bombardıman edilerek X ışınları elde edilmektedir. $\lambda = 0,5 \text{ \AA}$ dalgaboyunu haiz bir K_α çizgisi elde etmek için elektronların hızlanmalarını sağlayan potansiyel farkının ne olması gerektiğini BOHR atom modeline dayanarak hesaplayınız.

3. Bir hidrojen atomundaki elektronun Bohr atom modeline göre $n=1, 2, 3, 4$ kuvantum hâllerine tekaabül eden enerjilerini hesaplayınız.

Bunlardan hareketle hidrojen atomunun spektrumundaki emisyon çizgilerinin dalgaboylarını tâyin ediniz.

4. Balmer formülünden hareketle Paschen serisinin ilk iki çizgisinin dalga uzunluğunu hesaplayınız.

5. İki kararlı hâl arasındaki enerji farkı, tam tamiına yayınlanan fotonun enerjisi ile, atomun geri tepmesi esnâsında kazandığı kinetik enerjiye eşittir.

a) Atomun geri tepmesi göz önüne alındığında, M ile atomun kütesini göstermek üzere, yayınlanan fotonun frekansının $h\nu/2Mc^2$ kesri kadar azaldığını gösteriniz.

b) Bu kesir hesaba katıldığında H_α çizgisinin frekansındaki izafi hatâyı bulunuz.

6. a) Bir hidrojen atomunun $n=10$ kuvantum hâlinden $n=1$ kuvantum hâline geçişi esnâsında yayınlanan fotonun enerjisini, impulsunu ve dalgaboyunu hesaplayınız.

b) Foton neşredildiği anda hidrojen atomu ne büyüklükte bir hızla geri teper?

7. Bir hidrojen atomunda $n=2$ hâlinde bulunan bir elektron $n=1$ hâline düşmeden önce kaç devir yapar? (Uyartılmış bir hâlin ortalama ömrü aşağı yukarı 10^{-8} sec dir)

8. Hidrojen çekirdeği etrafında dönen elektron için E toplam enerjisini, U potansiyel enerjisini ve K kinetik enerjisini n kuvantum sayısının 1, 2, 10, ve ∞ değerleri için eV cinsinden hesaplayınız.

9. a) Hidrojenin ilk Lyman çizgisine bir kere iyonlaşmış bir helyum atomunun spektrumundaki hangi geçiş uyar. (Basitliği sağlamak bakımından, her iki spektrumda da Rydberg sâbitinin aynı R_∞ değerini haiz olduğunu farzediniz.)

b) Rydberg sâbiti için R_H ve R_{He} has değerlerini kullanarak yukarıdaki iki çizginin dalga boyları arasındaki farkı λ cinsinden bulunuz ve iyonlaşmış helyum çizgisinin hidrojen çizgisinden daha uzun mu yoksa daha kısa mı dalgaboyuna sahip olduğunu tesbit ediniz.

10. İçindeki atomların ortalama kinetik enerjileri H atomlarını temel hâlin üzerindeki ilk seviyeye uyartmak için yeterli olan, bir atomik H gazının sıcaklığını hesaplayınız. Niçin termik radyasyon çok daha düşük sıcaklıklarda gözlenir?

11. Bohr teorisinde elektron ile çekirdekteki protonun Coulomb

kuvveti vâsıtasıyla birbirlerine bağılı oldukları farzedilmektedir. Hâlbuki buna ilâveten ikisi arasında bir de gravitasyon kuvveti vardır. Bu kuvvetin, Coulomb kuvveti ile mukayese edildiği takdirde büyüklüğünün ne olacağını hesaplayınız.

12. $T=3300^{\circ}K$ sıcaklıkta ve içinde denge hâlinde 10^{20} hidrojen atomunun bulunduğu bir alevde hidrojenin ilk uyartılmış ($n=2$) hâlinin E_2 enerjisiyle temel hâlinin E_1 enerjisi arasındaki farkı hesaplayınız. Uyartılmış bir hâl ortalama 10^{-8} sec sürdüğünden bir saniyede yayınlanan fotonların ortalama sayısı, n_2 ile E_2 enerjisini haiz yâni $n=2$ hâlinde bulunan atomların sayısını göstermek üzere, $10^8 n_2$ olduğunu göre n_2 ne olacaktır?

13. Monoatomik bir gaz, meselâ morötesi ışınlarla kısmen iyonlaştırılmaktadır. Işık kesildiğinde elektronlar ve pozitif iyonlar hacim içinde birbiçim bir şekilde dağılarak, tedricen rökombinasyon yolu ile tekrar nötr atomlar teşkil ederler. Elektronların ve pozitif iyonların cm^3 başına n sayıları her ânda birbirine eşittir. Bunların ilk sayısına n_0 diyelim. dt zaman aralığında rökombine olan elektron ve protonların dn sayısı dt ile ve hem elektronlar ve hem de iyonların sayıları ile orantılıdır; dolayısıyla bu n^2 ile orantılı olur. Bu ameliyeyi karakterize eden orantı katsayısına da α denir. α bir sâbittir. Buna göre n yi n_0 , α ve t nin fonksiyonu olarak hesaplayınız.

14. Bir hidrojen atomunda çekirdeğin de elektronun da, ortak kütle merkezleri etrafında dairesel yörüngeler çizdiği varsayımı altında BOHR kuvantalaştırma şartını kullanarak hidrojenin enerji seviyelerini hesaplayınız. Bu şemaya göre Rydberg sâbitinin değeri ne olur? Spektrum çizgileri klâsik BOHR modelinin öngördüğü spektrum çizgilerine nazaran ne miktarda değişmiş olurlar?

15. Kütle merkezini işgâl eden çekirdeğin sükûnette olduğu bir hidrojen atomunda $r=0,53 \text{ \AA}$ yarıçaplı dairesel bir yörünge üzerinde dolanan elektronun hızını ve sistemin toplam mekanik enerjisini hesaplayınız.

16. Bir pozitron (=pozitif elektron) ile bir elektronun oluşturdukları atomsal sisteme pozitronyum atomu adı verilir. Buna göre pozitronyum için: 1) Rydberg sâbitini, ve 2) Balmer serisinin ilk çizgisi olan H_{α} çizgisine tekaabül eden dalgaboyunu Bohr teorisine göre hesaplayınız.

17. BOHR atom modeli göz önüne alındığında klâsik mekaniğin impuls ve enerji korunumu kanunları tam tamına uygulanacak olursa, kararlı iki yörünge arasındaki enerji farkı, yayınlanan fotonun enerjisi ile atomun geri tepme enerjisinin toplamıdır.

M hidrojen atomunun toplam kütlesi olmak üzere bu geri tepme olayı hesaba katıldığı takdirde yayınlanan fotonun $\bar{\nu}$ frekansının, M nin sonsuz addedildiği zaman yayınlanacak olan fotonun ν frekansına olan oranın

$$\frac{\bar{\nu}}{\nu} = \frac{1}{1 + \frac{h\nu}{2Mc^2}}$$

şeklinde olduğunu gösteriniz ve $\bar{\lambda}$ yi λ cinsinden ifâde ediniz.

18. Âdi hidrojen ve hidrojenin bir izotopu olan trityum ${}^3\text{H}$ karışımı uyarılıp bunun spektrumu gözlenmektedir. Bu iki çeşit hidrojenin H_α çizgileri arasındaki fark ne olacaktır? (Trityum çekirdeği âdi hidrojen çekirdeğinden yaklaşık olarak 3 kere daha kütlelidir.)

19. Bir μ mezonu bir proton tarafından yakalanırsa mezonlu (=mezik) bir atom meydana gelebilir. Böyle bir atomun 1. Bohr yörüngesinin yarıçapını bulunuz. ($m = 207 m_e$)

20. Bir miktar hidrojen gazı bir elektron hüzmesi ile bombardıman edilmektedir. Hidrojenin bu bombardımanın etkisi altında Balmer serisinin ilk çizgisini yayınlaması için bu elektronlar acaba ne gibi bir potansiyel farkında hızlandırılmış olmalıdırlar?

21. Bir titanyum ${}_{22}\text{Ti}^{49}$ atomunun çekirdeği etrafında tek bir, μ mezonu dolanmakta ise ($m = 207 m_e$) ve eğer bu μ mezonu $n=2$ hâlinde bulunuyorsa temel hâle geçtiği takdirde yayınlanacak olan enerjiyi hesaplayınız.

V. BÖLÜM

Sommerfeld Atom Modeli

SOMMERFELD ATOM MODELİNİN ANAHLATLARI

BOHR'un atom modeli ancak bir ilk yaklaşıklık teşkil etmekte ve spektrum serilerinin giriftliğini ve ince yapılarını izah edememekteydi; hidrojenin BALMER serisi çizgilerinin esâsında çift olduklarını dahi izah-tan âcizdi.

Spektrum çizgilerinin ince yapılarının öngörülmesi ve izahı konusun-da 1916 da ARNOLD SOMMERFELD tarafından önemli gelişmeler ger-çekleştirildi.

Bu vesileyle SOMMERFELD'in teklif etmiş olduğu yeni atom modeli hem geometrik ve hem de fiziksel bakımdan BOHR'unkinden farklıdır. SOMMERFELD bu modelde RUTHERFORD-BOHR'un elektronlar için varsayıldıkları dairesel yörüngeler yerine eliptik yörüngeler göz önüne almakta ve bu geometrik tâdilâta uygun olarak yeni kuvantalaştırma şartları vazetmektedir.

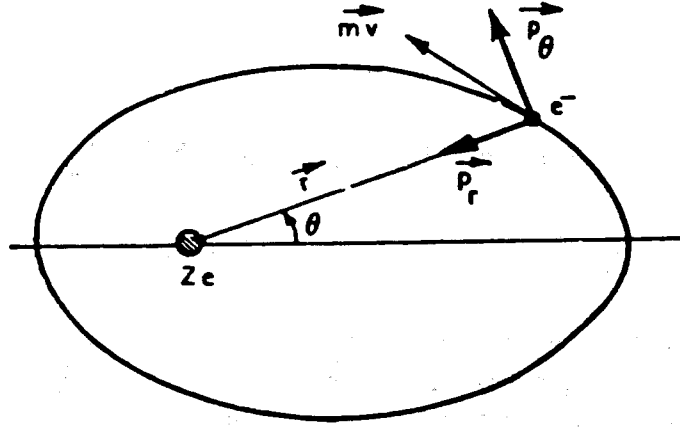
Gerçekten de eğer elektronun çekirdek etrafında bir eîips üzerinde hareket ettiği varsayılacak olursa elektronun yeri artık \vec{r} yervektörü ile θ açısına bağlıdır. Buna uygun olarak SOMMERFELD

$$\oint p_{\theta} d\theta = n_{\theta} h \rightarrow p_{\theta} = n_{\theta} \frac{h}{2\pi} \quad (\text{V.1})$$

$$\oint p_r dr = n_r h \rightarrow p_r = n_r \frac{h}{2\pi} \quad (\text{V.2})$$

şeklinde iki kuvantalaştırma şartı ve $n = n_{\theta} + n_r$ olmak üzere iki kuvan-tum sayısı ithâl etmektedir.

Burada n asal kuvantum sayısı, n_r radyal kuvantum sayısı ve $n_{\theta} = k$ da azimütel kuvantum sayısı adını alır. Eğer $n_r = 0$ ise buna tekaabül eden yörüngenin daire olacağı âşikârdır. $n_{\theta} = k = 0$ a da doğrusal bir yö-rünge tekaabül edecektir. Bu ise elektronun çekirdeği katetmesi demek



Şekil: V.1 Sommerfeld atom modeline göre bir elektrona yörüngesi üzerinde tekaabül eden büyüklükler.

olacağından fiziksel mâkûl bir hâle tekaabül etmemesi bakımından k nın alabileceği değerler daima 1 den itibâren başlar. Bu itibarla ve daima $n = n_r + k$ olduğunu göz önünde tutarak şu kombinezon imkânları kalır:

$n=1$	K seviyesi	$n_r=0$	$k=1$	dairesel yörünge
$n=2$	L seviyesi	$n_r=0$	$k=2$	dairesel yörünge
		$n_r=1$	$k=1$	eliptik yörünge
$n=3$	M seviyesi	$n_r=0$	$k=3$	dairesel yörünge
		$n_r=1$	$k=2$	eliptik yörünge
		$n_r=2$	$k=1$	eliptik yörünge

ilh...

Görüldüğü gibi bu yeni model L seviyesi için mümkün 2 yörünge ve M seviyesi için de mümkün 3 yörünge vermektedir. Fakat bu modele göre her bir yörüngedeki elektrona tekaabül eden enerji

$$E_{n,k} = -\frac{m_e e^4}{8\pi\epsilon_0 h^2} \frac{1}{(n_r + k)^2} = E_n$$

olduğundan yâni enerji tıpkı BOHR modelinde olduğu gibi sâdece n asal kuvantum sayısına bağlı olduğundan bu durum gerçekte BOHR modeline nisbetle hiçbir terakkî teşkil etmez.

Bunu idrâk eden SOMMERFELD

1) Çekirdeğin de sürüklendiğini varsayıp

$$\frac{1}{\mu} = \frac{1}{M_p} + \frac{1}{m_e}$$

indirgenmiş kütlelerini ithâl etmek sûretiyle, ve

2) atomun en iç yörüngelerindeki elektronların hızları, NEWTON mekaniğinin uygulanmasını haklı göstermeyecek derecede büyük olduğundan bunlara Rölâtivite dinamiğini uygulamak sûretiyle modelini daha gerçekçi kılmıştır.

Rölâtivite Dinamiğinin elektronlara uygulanması bunların, yörüngelerinin büyük eksenini çekirdek etrafında dönen elipslerle yaklaşılabilecek, esâsında açık eğriler olduğunu ortaya koymaktadır. Bu takdirde, hesaplar, elektronun enerji seviyelerinin artık sâdece n asal sayısının fonksiyonu olmadığını ortaya koymakta ve $Z-1$ kere iyonlaşmış bir atom için

$$E_{n,k} = E_n \left[1 + \frac{\alpha^3 Z^2}{n^2} \left(\frac{n}{k} - \frac{3}{4} \right) \right] \quad (V.3)$$

formülünü vermektedirler. Burada $\alpha = 2\pi e^2/hc \cong 1/137$ olup «ince yapı sâbiti» adını alır. Bu enerji ifâdesinde birinci terime nazaran çok küçük olan ikinci terim ihmâl edilecek olursa BOHR formülleri bulunmuş olur. Fakat ikinci terimin hem n asal kuvantum sayısına ve hem de k azimütal kuvantum sayısına bağlı olduğu göz önünde tutulursa bunun önemi derhal ortaya çıkar. Zirâ aynı bir n kuvantum sayısına yukarıda da görmüş olduğumuz veçhile $k=1, 2, 3, \dots$ olmak üzere n adet azimütal kuvantum sayısı tekaabül etmektedir. Çok kere k yerine $l=k-1$ vazederek *yörünge*sel kuvantum sayısı diye yeni bir kuvantum sayısı tanımlanır.

l kuvantum sayısının fiziksel anlamı üzerine ileride avdet etmek imkânını bulacağız. Burada sâdece bu vaz'a göre (V.3) bağıntısının

$$E_{n,k} = - \frac{R\hbar c Z^2}{n^2} \left[1 + \frac{\alpha^3 Z^2}{n^2} \left(\frac{n}{l+1} - \frac{3}{4} \right) \right] \quad (V.4)$$

şeklinde ifâde edilebileceğine ve l nin alacağı $0, 1, 2, \dots, (n-1)$ değerlerine göre de aynı bir n asal kuvantum sayısına n adet enerji seviyesi ya da başka bir deyimle n adet alt-seviye tekaabül ettiğine dikkati çekmekle yetineceğiz. n asal kuvantum sayısının değerleri K, L, M, \dots temel düzeylerine ve l kuvantum sayısının değerleri de sırasıyla $s, p, d, f, g, h, i, \dots$ diye gösterilen alt-seviyelerine işâret eder. Buna göre bir hâl iki kuvantum sayısının verilmesiyle belirlenmiş olmaktadır. Bu itibarla meselâ hidrojen atomunda $n=2$ ile nitelendirilen BALMER çizgileri, $n=2$ için $l=0$ ve 1 değerlerini alabildiğinden, spektrumda tamâmen çizgi çiftleri (= *dublet*'ler) olarak tezâhür etmeleri gerekir ki bu husus gerçekten gözleme de uygundur. Öte yandan SOMMERFELD teorisi BALMER dubletleri arasında $\Delta\nu=0,365$ lik bir frekans farkının varlığını öngörür ki bu da deneyin tesbit ettiği sonuca oldukça iyi bir şekilde uymaktadır.

Farklı asal kuvantum sayısı ve yörüngesel kuvantum sayısı değerleri için hidrojen atomunun hâllerinin nasıl sembolize edildiği aşağıdaki cetvelde açıkça ifâde edilmiştir:

	$l=0$	$l=1$	$l=2$	$l=3$	$l=4$	$l=5$	$l=6$
	(s-hâli)	(p-hâli)	(d-hâli)	(f-hâli)	(g-hâli)	(h-hâli)	(i-hâli)
$n=1$	1s						
$n=2$	2s	2p					
$n=3$	3s	3p	3d				
$n=4$	4s	4p	4d	4f			
$n=5$	5s	5p	5d	5f	5g		
$n=6$	6s	6p	6d	6f	6g	6h	
$n=7$	7s	7p	7d	7f	7g	7h	7i

SOMMERFELD teorisinde enerjinin ifâdesindeki ikinci terim Z' ile beraber büyüdüğünden bir defa iyonlaşmış helyumun ($Z=2$) BALMER serisine tekaabül eden spektrum çizgi serisinde dubletlerin birbirlerinden uzaklığı hidrojeninkilere nisbetle 16 misli daha büyüktür. Bu keyfiyet de SOMMERFELD formülünün gerçekleşmesinde bir mehenk taşı (=kriter) olmuş ve teori ile deney arasındaki uygunluğun bu hâlde de mükemmel sayılabileceği gözlenmiştir.

SOMMERFELD atom modeli de, esâsında, ancak hidrojen atomuyla hidrojenimsi yâni $Z-1$ kere iyonlaşmış atomlara uygulanabilmektedir. Daha fazla sayıda elektron ihtivâ eden atomlar için hiç değilse yaklaşık bir teori elde edebilmek amacıyla SOMMERFELD ile BOHR, bu gibi atomlarda bir elektronun çekirdeğin Ze/r^2 lik COULOMB alanına değil de $(Z-z)e/r^2$ şeklinde indirgenmiş bir alana tâbi olduklarını varsaymak gerekliliğini hissetmişlerdir. Burada z , elektrondan elektrona değişen ve (kaba saba bir şekilde dahi olsa) göz önüne alınmış olan elektron üzerine diğer elektronların itici etkisini hesaba katmakla görevli «perdeleme sayısını» göstermektedir. Bu kaba şema muhafaza edilecek olursa teori, hidrojenimsi atomlar için SOMMERFELD atom modelinin erişmiş olduğu bütün formüllerin Z yerine $(Z-z)$ vaz etmek şartıyla çok elektronlu atomlar için de geçerli olduklarını ortaya koymaktadır.

Bilindiği gibi X ışınları ancak çok elektronlu atomlarda dış yörüngelerdeki elektronların en iç yörüngelere sıçramaları dolayısıyla ortaya çıkmaktadırlar.

X ışınlarının spektroskopisinin denel olarak çok ilerlemiş olmasına rağmen gözlenen olayları derli toplu bir model çerçevesi içinde toplayıp

izah edebilmek imkânı yoktu. SOMMERFELD yukarıda bahsi geçen perdeleme olayı kavramına dayanarak X ışınlarının spektrumları bahis konusu olduğu takdirde spektrum teriminin

$$E_{n,k} = - \frac{Rch (Z - z_{n,k})^2}{n^2} \left[1 + \alpha^2 \frac{(Z - z_{n,k})^2}{n^2} \left(\frac{n}{k} - \frac{3}{4} \right) \right] \quad (V.5)$$

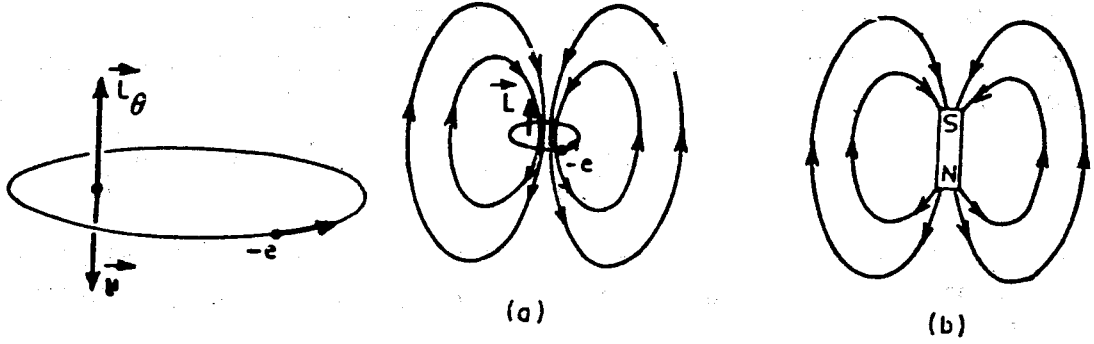
şeklinde olması gerektiğini tesbit etmiştir. Buradaki $z_{n,k}$ büyüklüğü n ve k kuvantum sayıları aracılığıyla belirlenen yörüngeye ait perdeleme sayısıdır.

Belirli bir n değeri için k nın alabileceği değerler de n tâne olduğundan bu modele göre X ışınları sepektrumları bakımından 1 adet K , 2 adet L , 3 adet M , ilh ... düzeyi vardır demektir. Oysaki gerçekte 3 adet L ve 5 adet de M düzeyi bulunmaktadır. Her ne kadar SOMMERFELD'in bu modeli gerçeği tam olarak eksettiremiyorsa da X ışınlarının spektrumları hakkında hiç bir şey söylemeyen BOHR modeline nisbetle gerçekleştirilmiş olan terakkinin çok büyük olduğu da su götürmez bir gerçektir. Ayrıca SOMMERFELD'in öngördüğü çizgi aralıklarının gözlemle uygun düşmesi da bu teorinin lehine kaydedilecek hususlardandır.

Spektrumların ince yapılarını izah etmek bakımından kendi nev'inde tek ve büyük bir terakkî demek olan SOMMERFELD teorisi ne yazık ki spektrumları bütün ayrıntılarıyla izah etmekten âcizdir. Teorinin öngördüğünden çok daha fazla enerji düzeylerinin mevcut olmasının nedeni ancak 1925 den sonra gelişen kuvanta mekaniği aracılığıyla anlaşılmıştır.

MAGNETİK KUVANTUM SAYISI

Elektronun çekirdek etrafında dairesel ya da eliptik kapalı bir yörünge üzerinde dolanması kapalı bir elektrik akımına denktir. Bu elektrik akımı, geçtiği devre civarında magnetik bir alan meydana getirecektir. Bu alan sanki küçük bir mıknatısın doğurduğu magnetik alan gibidir. Yönü S-N (güney-kuzey) yönü, ve normu da, mıknatısın magnetik kütlesi (ya da kutup şiddeti) ile kutupları arasındaki uzaklığın çarpımından ibâret olan $\vec{\mu}$ magnetik dipol moment vektörü bu mıknatısın magnetik alanını karakterize etmeğe yeter. Böylelikle bir elektronun kapalı bir yörünge üzerindeki dolanımı dolayısıyla civarda doğan magnetik alana eşdeğer olan bir $\vec{\mu}$ magnetik dipol momentini tekaabül ettirilebilir. $\vec{\mu}$, yörünge düzlemine dik ve SN yönünde olacaktır.



Şekil: V.2 Kapalı bir yörünge üzerindeki elektronun magnetik dipol momentiyile yörünge açısai momentine dair.

Öte yandan elektronun yörüngesi üzerindeki hareketinden dolayı ortaya

$$L = |\vec{L}| = (m_e \omega r)r = 2\pi f(m_e r^2) \quad (\text{V.6})$$

normunu haiz bir yörünge açısai momentiyi çıkarır. Burada f , elektronun bir saniyede tamamladığı devrim sayısının yani yörüngesel frekansını göstermektedir. Tanım gereğince L yörünge açısai momentiyi μ magnetik dipol momentine zıt yöndedir Şimdi dairesel bir elektron yörüngesi göz önüne alalım. I ile bu kapalı yörüngede elektronun hareketinin doğurduğu akım şiddetini ve S ile de yörüngeyi kapsadığı alanı gösterecek olursak

$$\mu = |\vec{\mu}| = I \cdot S = ef \cdot \pi r^2 \quad (\text{V.7})$$

olur ki \vec{L} ile $\vec{\mu}$ nün anti-paralel olduklarını göz önünde tutarak (V.6) ve (V.7) den

$$\vec{\mu} = -\frac{e}{2m_e} \vec{L} \quad (\text{V.8})$$

bağıntısı bulunur. Bu bağıntının eliptik yörüngeler için de geçerli olduğu ispatlanır. $e/2m_e$ sabit oranına *jiromagnetik oran* adı verilmektedir.

1896 da P. ZEEEMAN kuvvetli bir \vec{B} magnetik indüksiyon alanındaki elemanların spektrumlarında başlangıçta tek olan spektrum çizgileri yerine, aralarındaki açıklığın alanın şiddetiyle orantılı olduğu çizgi gruplarının geldiğini gözlemiştir. Bu itibarla şimdi atomun magnetik momentiyile, içinde daldırılmış olduğu dış \vec{B} alanının etkileşmesini göz önüne almamız gerekmektedir. Eğer $\vec{\mu}$ ile \vec{B} arasında ϕ gibi bir açı varsa bu durumdan dolayı magnetik dipolün enerjisinde

$$\Delta E_m = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} = -|\vec{\mu}| \cdot |\vec{B}| \cdot \cos \phi \quad (\text{V.9})$$

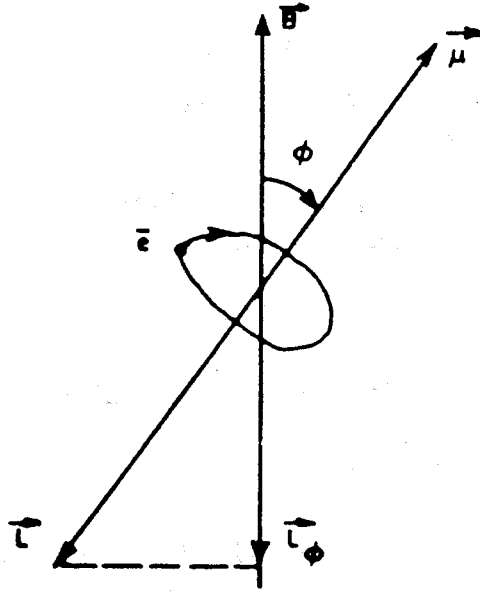
gibi bir fark ortaya çıkar.

Denel olarak gözlenen, bu durumda ortaya çıkan bu ΔE_m enerjisinin herhangi keyfi değerleri değil de belirli ve süreksiz bazı değerleri almakta olduğudur.

Şu hâlde bu, kezâ ϕ açısı için de böyle olacaktır; yâni ϕ açısını da tıpkı θ ve r yi kuvantalaştırdığımız gibi kuvantalaştırmamız lâzımdır. Bu uzaysal kuvantalaştırmayla, adına *magnetik kuvantum sayısı* denen ve

$$\int_0^{2\pi} L_\phi d\phi = m_l h \rightarrow L_\phi = m_l \frac{h}{2\pi} \quad (\text{V.10})$$

şartıyla belirlenen üçüncü bir kuvantum sayısı ortaya çıkmaktadır. Buradaki \vec{L}_ϕ ile, \vec{L} nin \vec{B} üzerindeki izdüşümü gösterilmektedir. m magnetik kuvantum sayısının



Şekil: V.3

$m_l = l, l-1, l-2, \dots, 0, \dots, -l+2, -l+1, -l$ gibi $2l+1$ değer aldığı gösterilir. Ayrıca L nin de

$$L = \sqrt{l(l+1)} \frac{h}{2\pi} \quad (\text{V.11})$$

ile verileceği ispatlanır.

L ile L_ϕ arasında ϕ açısı olduğundan

$$L \cdot \cos \phi = L_\phi \quad (\text{V.12})$$

yâni

$$\sqrt{l(l+1)} \frac{h}{2\pi} \cos \phi = m_l \frac{h}{2\pi} \quad (\text{V.12}')$$

veyâ

$$\cos \phi = \frac{m_l}{\sqrt{l(l+1)}} \quad (\text{V.12}'')$$

olur. Bu ise ϕ açısının kuvantalaştırılmış olduğuna delâlet etmektedir (*uzayın kuvantalaştırılması*).

Burada dikkat edilmesi gereken husus daima

$$L > L_\phi$$

olmasıdır. L_ϕ nin maksimum değeri olan $L = lh/2\pi$ yi dahi alsak daima:

$\sqrt{l(l+1)} h/2\pi > lh/2\pi$ olur. Buradan çıkan sonuç \vec{L} moment vektörünün, \vec{B} dış magnetik alanı ne kadar şiddetli olursa olsun hiç bir zaman ona paralel olmayacaktır.

Eğer \vec{L} yörünge açısal moment vektörünü herhangi bir z eksenine üzerine izdüşürürsek L_z izdüşümünün

$$L_z = m_l \frac{h}{2\pi} \quad (\text{V.13})$$

ile verileceği (V.12-12'') den kolaylıkla görülür.

NORMAL ZEEMAN OLAYI

(V.8), (V.9), (V.11) ve (V.12) bağıntılarından

$$\Delta E_m = m_l \left(\frac{eh}{4\pi m_e} \right) B \quad (\text{V.14})$$

bulunur. Burada parantez içindeki ifâdeye *BOHR magnetonu* adı verilir ve bunun değeri de

$$\frac{eh}{4\pi m_e} = 9,273 \cdot 10^{-24} \text{ Joule/(Weber/m}^2\text{)}$$

ye eşittir.

Şu hâlde magnetik bir alana daldırılmış bulunan bir atomun belirli bir hâlde haiz olacağı enerji hem n asal kuvantum sayısına ve hem de m_l

magnetik kuvantum sayısına bağılı olmaktadır. Belirli bir n asal kuvantum sayısına tekaabül eden bir hâl, atom magnetik bir alana dâldırıldığı zaman birden fazla alt-hâllere ayrışmakta ve her alt-hâlin enerjisi de atomun magnetik alan olmasa haiz olacağı enerjiden biraz daha az veyâ biraz daha fazla olmaktadır. Münferit spektrum çizgilerinin magnetik bir alanın etkisi altında başka çizgilere ayrışması ilk defa 1896 da P. ZEEMAN tarafından gözlenmiş olup bu olay da onun adına izafetle anılmaktadır.

Normal ZEEMAN olayı denilen bu olayın mekanizması hakkında daha açık bilgi edinmek üzere hidrojen atomunun s , p , d , ve f hâllerinin magnetik bir alanın varlığı şartı altında nasıl alt-enerji düzeylerine ayrıştığını inceleyelim.

m_l manyetik kuvantum sayısı $2l+1$ değer alındığında s -hâli ($l=0$) için (V.13) e göre $\Delta E_m=0$ olur; s -hâli magnetik bir alanda başka alt-hâllere ayrışmaz. p -hâli ($l=1$) için 3 alt-hâl, d -hâli ($l=2$) için 5 alt-hâl, ve f -hâli ($l=3$) için de 7 alt-hâl mevcûd olacağı (V.14) den kolaylıkla görülür. Ayrıca lâlettâyin peşpeşe iki alt-hâl arasındaki enerji farkının da

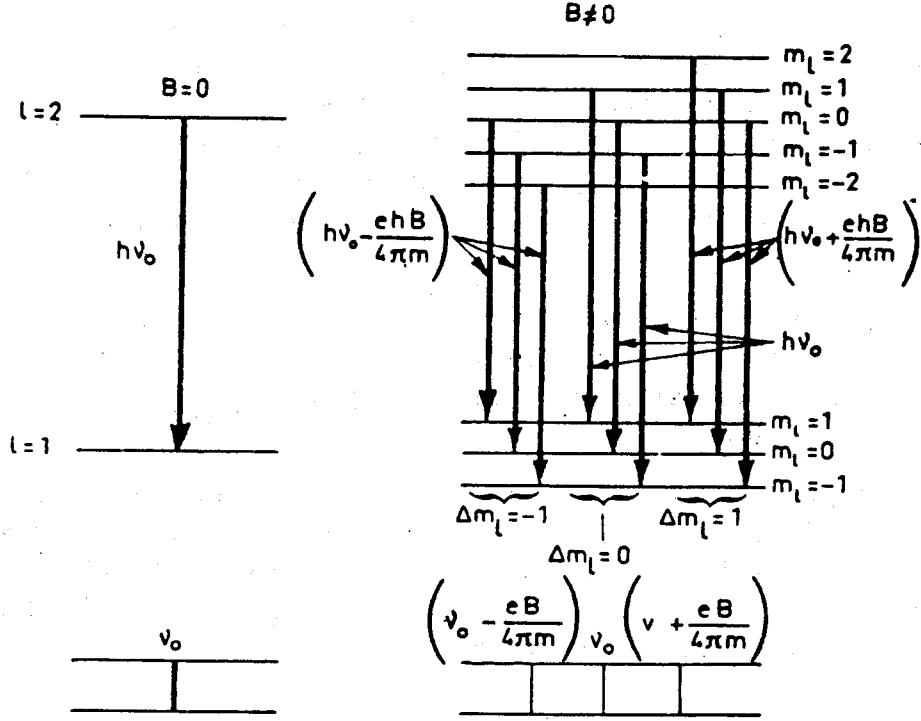
$$\frac{eh}{4\pi m_e} B$$

olduğu, gene (V.14) den, kolaylıkla tesbit edilir.

Spektroskopi bakımından normal ZEEMAN olayını belirli bir misâl üzerinde inceleyebilmek üzere, 1) bir magnetik alanın etkisi olmadığı zaman ve bir de 2) bir magnetik alan mevcûd olduğu takdirde uyartılmış hidrojen atomunun d ve p hâlleri arasındaki geçişlerine tekaabül eden spektrum çizgilerini hesaplayalım.

$B=0$ iken hidrojenin d -hâlinde p -hâline geçişinde yayınlanan fotonun frekansı ν_0 olsun. Bu takdirde spektrum üzerinde ν_0 frekansına tekaabül eden tek bir yayınlama (emisyon) çizgisi ortaya çıkar.

$B \neq 0$ olduğunda (V.14) gereğince d -hâli 5 alt-düzüneye ve p -hâli de 3 alt-düzeye ayrışırlar. Spektroskopide denel bir gerçek olarak şunu söylememiz gerekir ki ancak, m_l magnetik kuvantum sayıları arasındaki Δm_l farkı -1 , 0 veyâ $+1$ olan alt-hâller arasında geçiş ve foton yayınlanması mümkündür; bu şartlara uymayan diğer bütün geçişlere *yasak geçişler* adı verilir. Bu husus göz önünde tutulduğu takdirde Şekil: V.4 deki gibi foton yayını imkânları vardır. Buna göre meselâ $\Delta m_l = -1$ e tekaabül eden geçişlerdeki enerji farklarının,



Şekil: V.4 Normal Zeeman olayının oluşum mekanizmasına bir örnek.

$$E_d - E_p = h\nu_0 \quad \text{ve} \quad \Delta E = m_l \left(\frac{e\hbar}{4\pi m_e} \right) B$$

olduğu da göz önünde tutulacak olursa

$$\left. \begin{aligned} E_d - (E_p + \Delta E) &= (E_d - E_p) - \Delta E = h\nu_0 - \frac{e\hbar}{4\pi m_e} B \\ (E_d - \Delta E) - E_p &= (E_d - E_p) - \Delta E = h\nu_0 - \frac{e\hbar}{4\pi m_e} B \\ (E_d - 2\Delta E) - (E_p - \Delta E) &= (E_d - E_p) - \Delta E = h\nu_0 - \frac{e\hbar}{4\pi m_e} B \end{aligned} \right\} \Delta m_l = +1$$

bulunur. Bu geçişlere tekaabül eden spektrum çizgisinin frekansının da

$$\nu_0 - \frac{e}{4\pi m_0} B$$

olduğu aşikârdır. Diğer çizgiler için de benzer hesaplarla Şekil: V.4 deki durum elde edilir.

SPİN KUVANTUM SAYISI VE MAGNETİK KUVANTUM SAYISI.

Spektrumların çok daha ayrıntılı bir şekilde incelenmesini mümkün kılan araçlar geliştirildiğinde, bir dış magnetik alan olmasa bile hemen hemen her bir spektrum çizgisinin gerçekte bir dublet olduğu gözlenmiştir. Bu dubletlerin varlığını izah edebilmek üzere 1925 de UHLENBECK ve GOUDSMIT elektronun, yörüngesi üzerindeki hareketinden başka bir de kendi eksenini etrafında zâtî bir harekete sâhip olduğu varsayımını ortaya atmışlardır. Elektronun kendi eksenini etrafında döndüğünde haiz olacağı \vec{S} zâtî açısal momentine *spin* adı verilir.

Bu \vec{S} vektörünün uzunluğu ve \vec{S} nin belirli bir eksen, meselâ bir z eksenini üzerine S_z izdüşümü de kuvantalaştırılmıştır:

$$|\vec{S}| = S = \sqrt{s(s+1)} \frac{h}{2\pi} \quad (\text{V.15})$$

$$S_z = m_s \frac{h}{2\pi} \quad (\text{V.16})$$

s ye *spin kuvantum sayısı* adı verilir ve bu ancak $s = \pm 1/2$ değerini haiz olabilir.

m_s ye ise *magnetik kuvantum sayısı* adı verilir ve bu $m_s = \pm s$ değerlerini haiz olabilir.

\vec{S} ve \vec{L} vektörel olarak terkibedilebilirler. Bunların

$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S} \quad (\text{V.17})$$

ile belirlenen bileşkesine *toplam açısal moment* adı verilir, \vec{J} nin uzunluğu da kuvantalaştırılmış olup

$$j = l \pm s \quad (\text{V.18})$$

olmak üzere

$$|\vec{J}| = J = \sqrt{j(j+1)} \frac{h}{2\pi} \quad (\text{V.19})$$

dır. Buna göre j daima pozitif bir sayı olmak zorundadır. Ayrıca \vec{J} nin meselâ bir z eksenini üzerine izdüşümünü göz önüne alacak olursak (V.17), (V.14) ve (V.19) gereğince

$$J_z = L_z \pm S_z \quad (\text{V.20})$$

veyâhut da

$$J_z = m_j \frac{h}{2\pi} \quad (\text{V.21})$$

vazedilirse

$$m_j = m_l \pm m_s \quad (\text{V.22})$$

bulunur.

Şimdi bu bilgilerin ışığı altında spektrumların nasıl idrâk olunabileceğini anlamak için bir örnek olmak üzere meselâ $3s$, $3p$ ve $4d$ hâllerini inceleyelim.

$3s$ hâli için $n=3$, $l=0$ dir; şu hâlde buna tekaabül eden bir $j=1/2$ değeri vardır. Bu takdirde s hâlinin tek bir enerji düzeyi ile belirlendiğini görmüş bulunuyoruz. Bu hâl $3s_{1/2}$ ile ifâde edilir. $l=0$ a tekaabül eden s hâlini temsil eden s nin sol üstündeki 1 indisi bu hâle tekaabül eden spektrum çizgisinin tek bir çizgi olduğunu göstermektedir.

$3p$ hâli için $n=3$, $l=1$ dir; şu hâlde $j=1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ ve $j=1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$ olur. Bu takdirde ($n=3$, $l=1$) durumuna tekaabül eden iki ayrı hâl var demek oluyor ki bu da iki ayrı spektrum çizgisiyle kendisini gösterir. Bu çizgilerin kuvantasal hâlleri $3^2p_{1/2}$ ve $3^2p_{3/2}$ ile belirtilir. p nin sol üstündeki 2 indisi bu iki çizginin çokluk derecesine delâlet etmekte ve bir dublet teşkil ettiklerine işâret etmektedirler.

$4d$ hâli için $n=4$, $l=2$ dir; şu hâlde $j=2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$ ve $j=2 + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$ olur. Bu takdirde de ($n=4$, $l=2$) durumuna tekaabül eden iki ayrı hâl var demek oluyor ki bu da spektrumda kendisini farklı iki çizgi ile gösterir. Beraberce bir dublet meydana getiren bu çizgiler $4^2d_{3/2}$ ve $4^2d_{5/2}$ sembollerıyla gösterilirler.

Böylece görülmektedir ki s -hâline tekaabül edenler hâric, esâsında her çizgi bir dublet olarak ortaya çıkmaktadır.

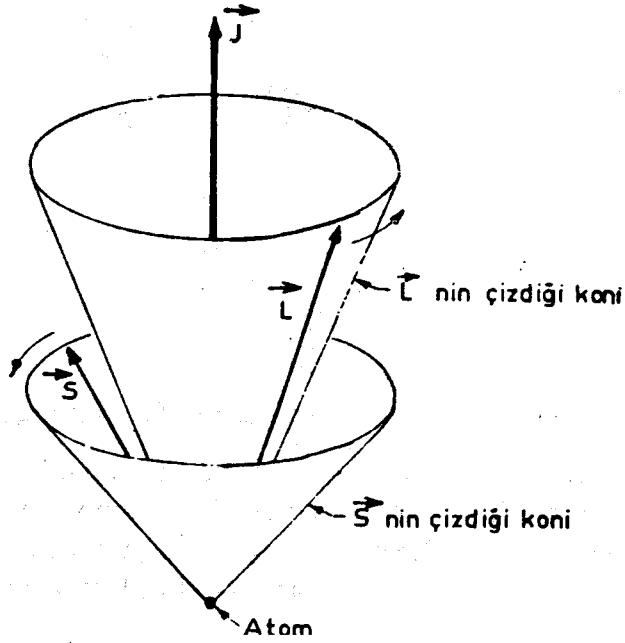
ÇOK ELEKTRONLU ATOMLARIN VEKTÖREL MODELİ.

Çok elektronlu atomlarda her bir elektrona tekaabül eden \vec{L}_i yö-rünge açısai momentini ile \vec{S}_i spin açısai momentini terki bolunarak atomun toplam açısai momentini meydana getirirler.

RUSSELL-SAUNDERS ya da $L-S$ kuplâjında \vec{L}_i lerin bileşkesiyle \vec{S}_i lerin bileşkesinin bileşkesi olan

$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S} = \sum_i \vec{L}_i + \sum_i \vec{S}_i \quad (\text{V.23})$$

vektörü göz önüne alınır. \vec{L} ile \vec{S} birbirleri üzerine magnetik etkide bulunurlar ve bunun sonucu olarak birbirleri üzerine kuvvet çiftleri uygulamış olurlar. Hâlbuki bir dış magnetik alan mevcûd değilse \vec{J} gerek uzunluk ve gerekse yön bakımından sâbit kalır. Buna göre bu iç kuvvet çiftlerinin etkisi sâdece \vec{L} ile \vec{S} nin \vec{J} etrafında, Şekil: V.5 deki gibi, bir presesyon hareketi yapmalarını sağlamak olur.



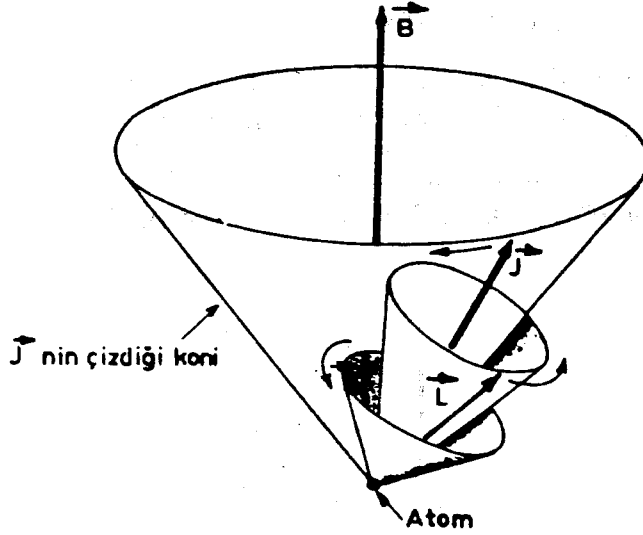
Şekil: V.5

Eğer bir dış \vec{B} magnetik alanı mevcûd ise bu sefer \vec{J} bileşkesi de \vec{B} etrafında, tepesi atomda bulunan bir koni üzerinde presesyon hareketi icrâ eder. \vec{J} nin \vec{B} etrafındaki bu presesyonu *anormal ZEEMAN olayına* yol açar. Bu da spektrum çizgilerinin normal ZEEMAN olayının öngördüğünden daha fazla sayıda peyk çizgilere ayrışmasıyla tezâhür eder. Bu olaylar çok elektronlu atomların spektrumlarının *üstün-ince* (hiperfin) yapılarının tatminkâr bir şekilde izahı için uygun bir *model* teşkil etmektedirler.

İkinci bir kuplâj tarzı da $j-j$ kuplâjıdır. Bunda bileşke toplam açısal momenti (V.23) ile değil de

$$\vec{J} = \sum_i \vec{J}_i = \sum_i (\vec{L}_i + \vec{S}_i) \quad (\text{V.24})$$

bağıntısıyla elde edilmektedir.



Şekil: V.6

$L-S$ kuplâjı, atomlardaki elektronların \vec{L}_i yörünge açısal momentleri arasındaki etkileşme bunların \vec{L}_i yörünge açısal momentleriyle \vec{S}_i spin momentleri arasındaki etkileşmeden daha kuvvetli ise vukuu bulur. Özellikle büyük kütleli atomların yüksek asal kuvantum sayılı elektronları bahis konusu olduğunda rastlanılan $j-j$ kuplâjına gelince bu, her bir elektronun \vec{L}_i ve \vec{S}_i si arasındaki etkileşmenin bütün \vec{L}_i ler ya da bütün \vec{S}_i ler arasındaki etkileşmelerden daha kuvvetli ise meydana çıkmaktadır.

Deneyler çok kuvvetli magnetik alanlarda gerek $L-S$ ve gerekse $j-j$ kuplâjlarının geçerli olmadığını ve bu şartlar altında gerek yörünge açısal momentlerinin ve gerekse spin açısal momentlerinin magnetik alanda birbirlerinden tamamen bağımsız olarak yönlendiklerini ortaya koymuştur. Bu takdirde artık ne açısal momentlerin bir bileşkesinden bahsedilebilir ve ne de bir iç kuvantum sayısı tanımlamanın anlamı kalmaktadır.

Çok elektronlu atomlar için tanımladığımız büyüklüklerden $|\vec{J}| = J$, $|\vec{L}| = L$, $|\vec{S}| = S$, J_z , L_z ve S_z de kuvantalaştırılmış olup bunlara tekaabül eden kuvantum sayıları sırasıyla J , L , S , M_J , M_L ve M_S olmak üzere

$$\mathcal{L} = \sqrt{L(L+1)} \frac{h}{2\pi} \quad (\text{V.25})$$

$$\mathcal{L}_z = M_L \frac{h}{2\pi} \quad (\text{V.26})$$

$$\mathcal{S} = \sqrt{S(S+1)} \frac{h}{2\pi} \quad (\text{V.27})$$

$$\mathcal{S}_z = M_S \frac{h}{2\pi} \quad (\text{V.28})$$

$$\mathcal{J} = \sqrt{J(J+1)} \frac{h}{2\pi} \quad (\text{V.29})$$

$$\mathcal{J}_z = M_J \frac{h}{2\pi} \quad (\text{V.30})$$

dir.

$L-S$ kuplajının geçerli olduğu çok elektronlu atomların spektrumlarındaki çizgilerin hesabında önemli bir husus muhtelif enerji seviyeleri arasında yasak olmayan geçişlerin ancak

$$\left. \begin{array}{l} \Delta L = 0, \quad \pm 1 \\ \Delta J = 0, \quad \pm 1 \\ \Delta S = 0, \end{array} \right\} \quad (\text{V.31})$$

seçim kurallarına uyan geçişler olmasıdır.

BAĞDAŞMAZLIK İLKESİ (veyâ PAULİ İLKESİ)

Bir hidrojen atomunun temel hâli bahis konusu olduğunda atomdaki yegâne elektronun mümkün kuvantasal yörüngelerden çekirdeğe en yakını üzerinde olduğunu biliyoruz. Bu takdirde, «acaba çok elektronlu atomların temel hâli bahis konusu olduğunda elektronlar gene çekirdeğe en yakın kuvantasal yörünge üzerinde mi bulunurlar?» sorusu ortaya atılabilir. Bu sorunun cevabının «evet» olmadığına delâlet eden pekçok işâret vardır.

Bir atomun elektronsal yapısı onun diğer atomlarla olan kimyasal ilişkilerini tâyin ettiğinden elektronsal yapıları arasında ancak birer elektron fark bulunan meselâ halojen bir gaz olan klôr $_{17}\text{Cl}^{35}$, âtil bir gaz olan argon $_{18}\text{Ar}^{39}$ ve kalevî (alkali) bir metal olan potasyum $_{19}\text{K}^{39}$ un kimyasal özelliklerinin, bu atomların bütün elektronları aynı kuvantasal

vasıfları haiz bir yörünge üzerinde bulduklarında sırf elektron sayılarında birer fark var diye, bu kadar keskin ayrılıklar arzetmesini izah etmek kaabil değildir.

Denel olarak bir atomun spektrumunu inceleyerek bu atomun muhtelif hâllerini tesbit etmek ve, bunun sonucu, bu hâllere tekaabül eden kuvantum sayılarını tâyin etmek mümkündür. Hidrojen hâriç olmak üzere her atomun spektrumunda belirli bazı kuvantum sayıları kombinezonlarına tekaabül eden hâllere veyâ bu hâllerden başka hâllere geçişe delâlet eden emisyon (yayınlama) veyâ soğurma (absorpsiyon) çizgileri bulunmamaktadır. Böylece meselâ helyum ${}^2\text{He}^4$ nin spektrumunda, bu atomdaki iki elektronun spinlerinin, toplam spin 1 e eşit olacak şekilde paralel yönelmelerine tekaabül eden temel hâle ($n=1$) ya da bu temel hâlden başka bir hâle geçişe ait hiç bir çizgi olmamasına karşılık bu iki elektronun spinlerinin toplam spin 0 olacak şekilde birbirlerine zıt yönelmelerine tekaabül eden temel hâle ($n=1$), ya da bu temel hâlden başka bir hâle geçişe tekaabül eden spektrum çizgileri mevcuttur. ${}^2\text{He}^4$ spektrumunun incelenmesinden, *mevcûd olmadığı anlaşılan* kuvantum hâlinde her iki elektronu da karakterize eden kuvantum sayıları $n=1$, $l=0$, $m_l=0$ ve $m_s=1/2$ dir. Mevcûd olan kuvantum hâlinde ise elektronlardan birini karakterize eden kuvantum sayıları kombinezonu: $n=1$, $l=0$, $m_l=0$, $m_s=1/2$; diğeri karakterize eden kuvantum sayıları kombinezonu ise: $n=1$, $l=0$, $m_l=0$, $m_s=-1/2$ dir. Yâni mevcûd olmayan kuvantum hâlinde her iki elektrona tekaabül eden kuvantum sayıları kombinezonunun tıpatıp aynı olmalarına karşılık mevcûdiyeti gözlenen kuvantum hâlinde her iki elektrona tekaabül eden kuvantum sayıları kombinezonları, aralarında, *hiç değilse bir kuvantum sayısının değeri bakımından farklı bulunmaktadırlar*.

1925 senesinde WOLFGANG PAULİ spektrumlar üzerinde yaptığı incelemeler sonucu olarak, mevcûdiyetleri hakkında hiç bir olumlu delil bulunmayan kuvantum hâllerinin aynı kuvantum sayıları kombinezonunu haiz iki ya da daha fazla sayıda elektronun bulunduğu kuvantum hâlleri olduğunu tesbit etmiştir.

Bu incelemenin sonucu olarak vaz'ettiği *bağdaşmazlık ilkesi*: «Bir atomda aynı kuvantum hâline tekaabül eden iki elektron bulunmaz» demektedir. Buna göre bir atomdaki bir elektronun kuvantum hâlini belirleyen n , l , m_l ve m_s kuvantum sayıları her bir elektron için atomun diğeri bütün elektronlarından farklı bir değer takımını haiz olmak zorunluluğundadır.

Buradan hareketle bir atomdaki muhtelif kuvantum yörüngelerinin PAULİ ilkesine göre kapsayabileceği maksimum elektron sayısını tesbit etmek mümkün olur. Bunu ilk iki yörünge için yapalım. Hesap diğer yörüngeler için de prensip bakımından hiç bir güçlük arzetmemektedir.

$$\begin{array}{l}
 n=1 \quad l=0 \quad m_l=0 \quad m_s=\pm 1/2 \quad 2 \text{ elektron} \quad (1s) \\
 \\
 n=2 \quad \left\{ \begin{array}{l} l=0 \quad m_l=0 \quad m_s=\pm 1/2 \quad 2 \text{ elektron} \quad (2s) \\ \\ l=n-1=1 \quad \left\{ \begin{array}{l} m_l=-1 \quad m_s=\pm 1/2 \quad 2 \text{ elektron} \\ m_l=0 \quad m_s=\pm 1/2 \quad 2 \text{ elektron} \\ m_l=+1 \quad m_s=\pm 1/2 \quad 2 \text{ elektron} \end{array} \right\} \quad (2p) \end{array} \right\} \quad 8 \text{ elektron}
 \end{array}$$

Aynı bir n değerini haiz olan elektronların *kabuk* teşkil ettikleri ve aynı bir n değerini haiz elektronlar arasında aynı bir l değerini haiz olanların da bir *alt-kabuk* teşkil ettikleri söylenir. Buna göre yukarıdaki misâlde $n=2$ kabuğunun, biri 2 diğeri ise 6 elektron ihtivâ eden iki alt-kabuktan müteşekkil olduğunu görmekteyiz. Bir atomdaki alt-kabukların ne dereceye kadar dolu olduklarını yukarıda ithâl edilen semboller yardımıyla kısa bir formül şeklinde ifâde etmek kâbilidir. Meselâ klor atomunun elektron formülü



şeklinde olup bu bize $n=1$ e tekaabül eden K yörüngesinde 2 adet s (yâni $l=0$) elektronu; L yörüngesinde ($n=2$), 2 adet s ve 6 adet de p (yâni $l=1$) elektronu; M yörüngesinde ise ($n=3$), 2 adet s ve 5 adet p elektronu olmak üzere nötr Cl atomunun toplam olarak: $2+2+6+2+5=17$ elektron ihtivâ ettiğini gösterir.

PROBLEMLER

1. 12 000 Gaussluk bir magnetik alan içindeki $6\ 000 \text{ \AA}$ lük dalgaboyuna ait spektrum çizgisinin normal ZEEMAN bileşenleri arasındaki dalgaboyu farkı $0,4 \text{ \AA}$ dür. Bu verilerden hareketle bir elektron için e/m oranını hesaplayınız.

2. Lâlettâyin bir eleman $B=0,3 \text{ Wb/m}^2$ lik bir magnetik alana daldırılmıştır. Acaba $\lambda_0=4500 \text{ \AA}$ lük çizgiye tekaabül eden normâl ZEEMAN bileşenlerinin bu çizgiden uzaklıkları ne kadar olur?

3. Üç defa iyonlaşmış titanyum atomunun (${}_{22}\text{Ti}^{+++}$), $5S$ ve $4P$ seviyeleri arasındaki geçişte yayınlanan fotonun dalgaboyunu hesaplayınız.

4. Sodyum atomu için ilk uyarılma potansiyeli 2,093 volt olup bu $3^2S_{1/2} \rightarrow 3^2P_{1/2}$ geçişine tekaabül eder. 1000°C deki sodyum buharı için birinci uyarılmış hâldeki sodyum atomlarının sayısının temel hâdekilerin sayısına olan oranını hesaplayınız.

5. Magnetik alan $0,5 \text{ Weber/m}^2$ olmak üzere $5F$ ile $4D$ hâlleri arasındaki geçiş için bir enerji seviyeleri diyagramı çizerek, normâl ZEE-MAN bileşenleri arasındaki enerji aralığını hesaplayınız.

6. Potasyumun temel serisinin dördüncü terimi bir dublettir. Bu dubleti teşkil eden spektrum çizgileri $4^2S_{1/2} \rightarrow 7^2P_{3/2, 1/2}$ geçişinden doğan 3217 Å ve 3218 Å lük dalga uzunluklarına sâhip bulunurlar. Eğer potasyum atomları $2,14 \text{ Weber/m}^2$ lik indüksiyonu haiz bir magnetik alan içinde bulunuyorlarsa $4^2S_{1/2} \rightarrow 7^2P_{3/2}$ geçişinden ortaya çıkan çizginin, yüksek dispersiyonlu bir spektrograf aracılığıyla elde edilen görünüşünün ne olacağını bulunuz.

7. Bir atomdaki açısal momentlerin ($L-S$) kuplâjı göz önüne alındığında θ ile \vec{L} toplam yörünge açısal momentini ile \vec{S} toplam spin momentini arasındaki açı gösterilecek olursa $\cos \theta$ nın

$$\cos \theta = \frac{J(J+1) - L(L+1) - S(S+1)}{2\sqrt{L(L+1)S(S+1)}}$$

şeklinde kuvantalaştırılmış olduğunu gösteriniz.

$$8. \mu_l = \sqrt{L(L+1)} h/4\pi m_e \quad \text{ve} \quad \mu_s = \sqrt{S(S+1)} h/2\pi m_e$$

olduğunu göz önünde tutarak $\vec{\mu}_j = \vec{\mu}_l + \vec{\mu}_s$ toplam magnetik momentinin toplam açısal momentini doğrultusundaki bileşeninin

$$\mu_j = \sqrt{J(J+1)} \frac{eh}{4\pi m_e} \left[1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)} \right]$$

şeklinde olduğunu gösteriniz.

9. Yörünge kuvantum sayısı $l=20$ olan bir elektron için bir spin-yörünge etkileşmesi vardır. Spin kuvantum sayısı $s=1/2$ olduğu bilindiğine göre

a) \vec{S} spin vektörü ile \vec{J} yörünge açısal impuls vektörünün j nin mümkün her iki değeri için de birbirlerine aşağı yukarı dik olduklarını gösteriniz.

b) Toplam magnetik moment vektörünün, toplam açısal moment vektörü doğrultusunda olduğunu gösteriniz.

10. $2D_{3/2}$ hâli için toplam açısal impuls vektörü ile yörünge açısal impuls vektörü arasındaki açıyı bulunuz.

11. Üç valânslı bir atomun en düşük elektronik durumunun $3P$ hâli olduğu bilindiğine göre bu atomun hangi atom olduğunu bulunuz.

12. Dış magnetik alan yok iken kadmiyumun 2^1P_1 ve 3^1D_2 hâlleri tek çizgili hâllerdir.

$3^1D_2 \rightarrow 2^1P_1$ geçişinde ise kadmiyumun 6439 \AA lük dalga boyunu haiz bir ışık yayınlanmaktadır. Eğer, kadmiyuma 1 Weber/m^2 lik magnetik bir alan uygulansaydı, acaba yayınlanacak olan radyasyonun dalga boyu ne olurdu?

VI. BÖLÜM

Maddenin Dalgalı Yüzü

1924 senesinde Fransız fizikçisi LOUIS DE BROGLIE bir yandan klâsik mekaniğin HAMILTON ve JACOBI anlamındaki formülasyonu ile geometrik optiğin formülasyonunu mukayese etmek ve diğer yandan da enerjinin süreksizliğini göz önünde tutmak sûretiyle, hiç değilse teorik olarak, hareket hâlindeki her maddesel tâneceğe dalgalı bir hareketin tekaabül ettirilebileceğini göstermeğe muvaffak olmuştur. Böyle bir teorik imkândan çıkarılan en tabii sonuç, BOHR kuvantalaştırma kuralının elektrona tekaabül eden dalganın kendi kendisiyle olan girişimi olarak yorumlanabilmesidir. Gerçekten de, eğer maddesel bir tâneceğin üzerinde hiç bir kuvvet etki yapmıyorsa bu tâneceğin düzgün doğrusal bir hareket yapar; ve kendisine refâkat eden DE BROGLIE dalgası da tâneceğin yörüngesini teşkil eden doğru üzerinde ilerleyecektir. Bu durumda, şüphesiz ki, dalganın kendi kendisiyle girişiminden bahis konusu edilemez. Hâlbuki eğer tâneceğin kapalı bir yörünge üzerinde dolanıyorsa ona refâkat eden dalga da ister istemez yörünge üzerinde kendi kendisinin üzerine kapacaktır. Bu takdirde de dalga kendi kendisiyle girişim yapmış olacaktır. Eğer dalganın dalga boyu tâneceğin dolandığı yörüngenin bir tam alt-katı değilse girişim olayı dolayısıyla dalga kendi kendini imhâ eder. Fakat eğer yörünge dalga boyunun tam bir katı ise, bu takdirde yörünge üzerinde kendi kendisini mihâ etmeyen duraklı bir dalga teessüs eder. Yörünge dairesel ise duraklı bir dalganın karakterize ettiği kararlı bir yörünge için kararlılık şartı, r ile yarıçapı ve λ ile de dalgaboyunu gösterdiğimiz takdirde,

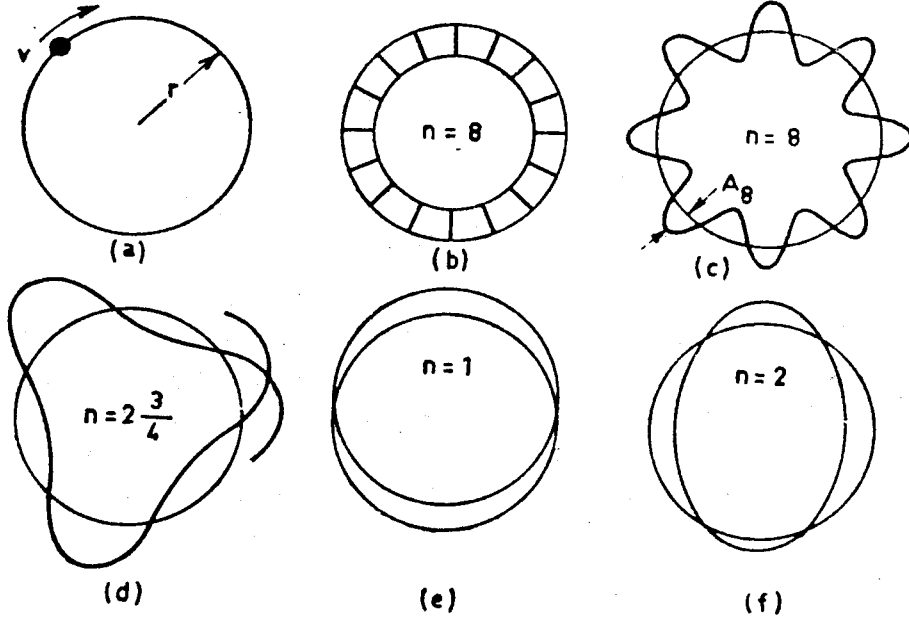
$$2\pi r = n\lambda$$

olur. Eğer maddesel tâneceğe, ve özellikle elektrona, refâkat eden dalganın dalgaboyu meselâ

$$\lambda = \frac{h}{m_e v} = \frac{h}{p}$$

ile verilmiş olsa, bu son iki bağıntıdan derhâl (IV.22) BOHR kuvantalaştırma şartı çıkar.

DE BROGLIE dalgalarının kuvantalaştırma şartları bakımından özelliklerinin ayrıntılı bir incelemesine girişmeden önce genel olarak dalga kavramı hakkında bazı tamamlayıcı bilgiler vermek istiyoruz.



Şekil: VI.1. Kendi kendisinin üstüne kapanan dalgalara örnekler. (d) hâli kendi kendini ifnâ eden bir dalgaya delâlet etmektedir; diğerleri kararlı (duraklı) dalgalardır.

GRUP HIZI

Monokromatik ve sâbit genlikleri bir dalganın (yâni saf tek bir dalganın) uzanımının zamana göre değişiminin

$$\Psi'(t') = A \cos(\omega t' + \varphi) \quad (\text{VI.1})$$

gibi bir fonksiyonla belirlendiği mâlumdur. $\Psi'(t')$ ye herhangi bir fark gözetmeksizin «dalga» ya da «dalga fonksiyonu» adı verilir.

(VI.1) ifâdesindeki φ faz açısı $t'=0$ için dalganın uzanımını belirtir. ω ise

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu \quad (\text{VI.2})$$

bağıntısıyla T periyoduna ve ν frekansına bağlı olan açısal frekansı gösterir.

Eğer Ψ' dalgası belirli bir x ekseni boyunca yayılıyorsa bu monokromatik dalganın yayılma ya da faz hızı diye $w = \lambda\nu$ ifâdesine denir; ve keyfi seçilmiş bir orijine göre uzaklık da x ise, dalganın x uzaklığını katetmesi için x/w saniyelik bir zaman geçecektir. Buna göre dalganın

$$t = t' + (x/w)$$

ânındaki uzanımı

$$\begin{aligned}\Psi(x, t) &= A \cos 2\pi\nu \left(t - \frac{x}{v} \right) = A \cos 2\pi \left(\nu t - \frac{x\nu}{\lambda\nu} \right) \\ &= A \cos 2\pi \left(\nu t - \frac{x}{\lambda} \right) = A \cos (\omega t - kx)\end{aligned}\quad (\text{VI.3})$$

olacaktır. Burada basitlik olsun diye $\varphi=0$ alınmış, ve ayrıca

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (\text{VI.4})$$

vazedilmiş olup bu, *dalganın yayılma sâbiti* adını alır. $\varphi=0$ alınmış olması gerçekten de önemli bir sınırlandırma değildir; bu olsa olsa, orijinin (VI.1) dalgasının bir göbek noktasıyla çakışmasına denktir.

Şimdi ω ve k lar bakımından birbirlerinden çok az farkedenden, aynı A genliğini haiz iki dalgayı birbirleri üzerine bindirelim:

$$\begin{aligned}\Psi_1 &= A \cos (\omega t - kx) \\ \Psi_2 &= A \cos [(\omega + \Delta\omega) t - (k + \Delta k)x].\end{aligned}$$

Bu takdirde bileşke dalga

$$\Psi = \Psi_1 + \Psi_2 = 2A \cos \left(\frac{\Delta\omega}{2} t - \frac{\Delta k}{2} x \right) \cdot \cos \left(\frac{2\omega + \Delta\omega}{2} t - \frac{2k + \Delta k}{2} x \right)$$

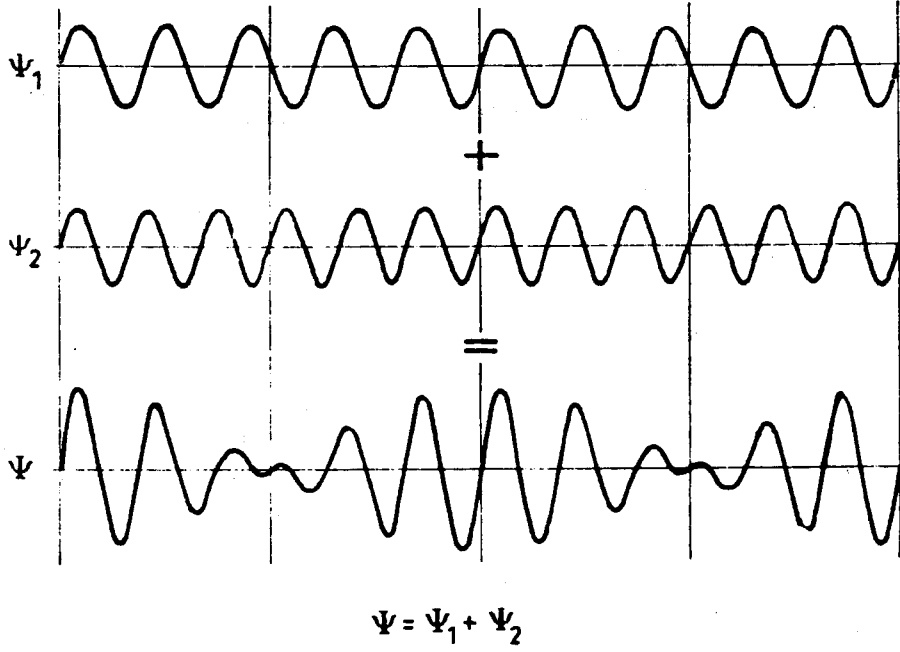
olur. Eğer $\Delta\omega$ ve Δk nin sırasıyla ω ve k yanında ihmâl edilebilecekleri düşünülürse bu son ifâde

$$\begin{aligned}\Psi &= \Psi_1 + \Psi_2 = 2A \cos \left(\frac{\Delta\omega}{2} t - \frac{\Delta k}{2} x \right) \cdot \cos (\omega t - kx) \\ &= A(x, t) \cdot \cos (\omega t - kx)\end{aligned}\quad (\text{VI.5})$$

şeklını alır.

(VI.5) ifâdesi «*dalga paketi*» diye isimlendirilen ve Ψ_1 ile Ψ_2 dalgalarının bileşkesi olan Ψ dalgasının, tıpkı bileşenleri gibi, $\cos (\omega t - kx)$ şeklinde ilerlediğini fakat genliğinin artık sâbit olmayıp x ve t nin fonksiyonu olduğunu göstermektedir.

(VI.3) dalgasının yayılma hızını bulmak için bunun maksimum genlikli noktasının ilerleme hızını bulmak kâfidir. Bunun için de (VI.3) de x ve t ne olursa olsun $\Psi = A$ olması lâzımdır. Hâlbuki bu ancak $\omega t - kx = 0$ ise kaabildir. Şu hâlde



Şekil: VI.2. İki monokromatik dalganın süperpozisyonundan hâsıl olan dalga paketi.

$$\frac{x}{t} = w = \frac{\omega}{k} = \lambda v \quad (\text{IV.6})$$

olur. Buna göz önüne alınan *dalga paketinin faz hızı* adı verilir.

(VI.5) deki bileşke hareketin faz hızının gene

$$w = \frac{\omega}{k}$$

olduğu âşikârdır. Buna karşılık bu bileşke hareketin genliğinin maksimum noktasının u yayılma (ya da ilerleme) hızı da, yukarıdakine benzer düşüncelerle

$$u = \frac{\Delta\omega}{\Delta k}$$

olur. $\Delta k \rightarrow 0$ için

$$u = \frac{d\omega}{dk} = \frac{dv}{d\left(\frac{1}{\lambda}\right)} \quad (\text{V.7})$$

bulunur.

Dalga paketinin genliğinin, yâni dalgasal hareketin taşıdığı enerjinin yayılma hızı olan bu u hızına *dalga paketinin grup hızı* adı verilir. Buna karşılık dalga paketinin fazı w faz hızıyla ilerlemektedir.

(VI.7) denkleminde (VI.6) bağıntısı göz önünde tutularak

$$u = \frac{d\omega}{dk} = \frac{dv}{d\left(\frac{1}{\lambda}\right)} = \frac{1}{\frac{d}{dv}\left(\frac{v}{w}\right)}$$

ya da

$$\frac{1}{u} = \frac{d}{dv}\left(\frac{v}{w}\right) = \frac{1}{w} + v \frac{d}{dv}\left(\frac{1}{w}\right) = \frac{1}{w} - \frac{v}{w^2} \frac{dw}{dv} \quad (\text{VI.8})$$

bağıntısı bulunur. Buna LORD RAYLEIGH bağıntısı denir ve görüldüğü gibi bu, faz hızıyla grup hızı arasındaki ilişkiyi aksettirmektedir. Eğer $dw/dv=0$ ise yâni ortam dispersif değilse $u=w$ olur; yâni grup hızı faz hızına eşit olmuş olur.

DE BROGLIE DALGALARI

Klâsik Mekanik ile Geometrik Optik arasındaki formel benzerlikten faydalanan L. DE BROGLIE maddesel tâneçiklere, hiç değilse teorik olarak, bir dalga fonksiyonu tekaabül ettirmenin mümkün olduğunu gösterdikten sonra tâneçiğin dinamik özelliklerini (yâni enerjisiyle impulsunu) karakterize eden büyüklüklerle tâneçiğe tekaabül ettirilen dalga fonksiyonunun karakteristik büyüklükleri arasındaki ilişkiyi tesbit etmek amacıyla tâneçiğin enerjisinin kendisine tekaabül ettirilen dalga fonksiyonunun frekansıyla orantılı olduğunu varsaymış ve orantı katsayısını da h PLANCK sâbiti olarak seçmiştir. Buna göre DE BROGLIE temel varsayımı bir (S') sükûnet sisteminde

$$E' = m_0 c^2 = h\nu' \quad (\text{VI.9})$$

şeklindedir. Buna binâen sükûnetteki (S') sisteminde m_0 kütleli tâneçiğe tekaabül ettirilen DE BROGLIE dalga paketinin (ya da kısacası DE BROGLIE dalgasının) ifâdesi

$$\Psi' = A(x', y', z', t') \cdot \cos 2\pi\nu' t' = A(x', y', z', t') \cdot \cos \frac{2\pi E' t'}{h}$$

şeklinde olacaktır. Burada faz açısının sıfır vazedilmiş olması genellikle bir şey kaybettirmemektedir.

Eğer şimdi (S') ye nazaran v hızıyla Ox boyunca düzgün doğrusal

bir hareket yapan bir (S) sisteminden bu taneçik gözlenecek olursa LORENTZ koordinat dönüşüm formülleri çerçevesi içinde DE BROGLIE dalgasının ifadesi artık

$$\Psi = A \left(\frac{x-vt}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}, y, z, \frac{t-\frac{vx}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \right) \cdot \cos \frac{2\pi E'}{h} \left(\frac{t-\frac{vx}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \right) \quad (\text{VI.10})$$

şeklini alır. Buna göre, (S') de sükûnette olan taneçığın hızı (S) deki bir gözlemciye göre v olmakta ve buna tekaabül eden dalga fonksiyonunun frekansı ve dalgaboyu da sırasıyla

$$\omega = \frac{2\pi}{h} \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}, \quad k = \frac{m_0 v}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \quad (\text{VI.11})$$

olmaktadır. Daha açık bir şekilde bu denklemler

$$v = \frac{v'}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}, \quad \lambda = \frac{h \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}{m_0 v} \quad (\text{VI.12})$$

şeklinde de yazılırlar. Bu sonucundan, taneçığın Özel Rölâtivite Teorisine göre haiz olduğu

$$|\vec{p}| = \frac{m_0 |\vec{v}|}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = mv \quad (\text{VI.13})$$

impulsuyla kendisine tekaabül eden dalganın dalgaboyu arasında

$$\boxed{\lambda = \frac{h}{mv}} \quad (\text{VI.14})$$

şeklinde bir bağıntı olduğu sonucu elde edilir. Bu önemli bağıntıya DE BROGLIE bağıntısı adı verilir.

Şimdi (VI.14) DE BROGLIE bağıntısıyla $p = mv$ impulsu bir taneçiğe tekaabül ettirilen λ dalgaboyunu haiz dalga paketinin grup hızını araştıralım. Bu takdirde (VI.12) ve (VI.14) den

$$dv = v' \frac{\frac{v \cdot du}{c^2}}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{3/2}} \quad (\text{VI.15})$$

$$\begin{aligned} d\left(\frac{1}{\lambda}\right) &= d\left(\frac{mv}{h}\right) = d\left(\frac{m_0 v}{h \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}\right) \\ &= \frac{m_0}{h} \left(\frac{dv}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{3/2}}\right) \end{aligned} \quad (\text{VI.16})$$

bulunur. Buna binâen grup hızının tanım bağıntısından ve (VI.9) dan

$$u = \frac{dv}{d\left(\frac{1}{\lambda}\right)} = \frac{h v'}{m_0 c^2} v = \frac{E'}{E} v = v \quad (\text{VI.17})$$

olduğu yâni (S) sistemindeki bir gözlemciye nazaran v hızıyla hareket eden tâneciğe tekaabül eden dalga paketinin grup hızının, yâni dalga paketinin taşıdığı enerjinin yayılma hızının, tâneciğin hızına eşit olduğu görülmüş olmaktadır.

Buna karşılık dalga paketinin faz hızının (VI.6) ve (VI.11) den

$$w = \frac{c^2}{v} \geq c$$

olduğu görülmektedir. Faz hızının ışık hızından daha büyük bir değeri haiz olmasının, bu hızın hiç bir enerji nakline tekaabül etmemesi dolayısıyla, Özel Rölâtivite Teorisinin sonuçlarıyla bir çelişiklik arzetmeyeceğine de işâret edelim.

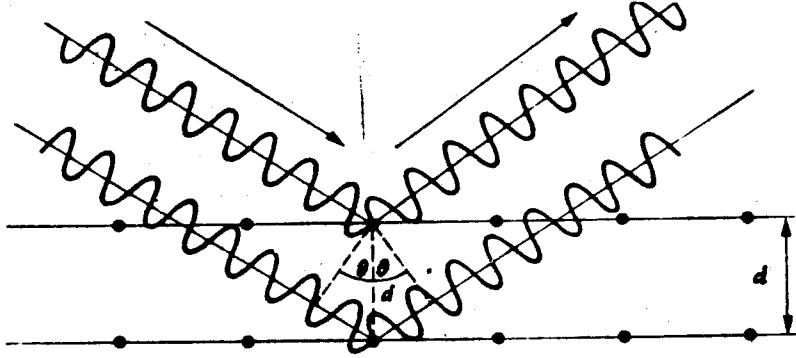
Sonuç olarak diyebiliriz ki hiç bir çelişikliğe düşmeden E enerjili ve p impulsu bir tâneciğe frekans ve dalgaboyu

$$\begin{aligned} \nu &= \frac{E}{h} \\ \lambda &= \frac{h}{p} \end{aligned}$$

bağıntılarıyla verilen bir dalga fonksiyonu tekaabül ettirmek mümkündür.

DE BROGLİE DALGALARININ GERÇEKLİĞİ.

De BROGLİE dalgalarının gerçekliğini anlamak için önce mâdenî bir kristalin, uygun dalgaboyunu haiz elektromagnetik dalgaları nasıl kırınıma (difraksiyona) uğrattığına ve kırınım halkalarının nasıl teşekkül ettiğine bir göz atacağız.



Şekil: VI.3

Bir kristaldeki atomlar BRAGG düzlemleri denilen peşpeşe sıralanmış bir çok düzlem içinde düzenli bir şekilde bulunurlar. Eğer kristale, BRAGG düzlemleriyle θ açısı yapacak şekilde uygun ışınlar gönderecek olursak bunlar atomlar tarafından saçılmağa uğrattılır ve çeşitli yönlere doğru yöneltirler. Farklı iki atom tarafından saçılan iki elektromagnetik ışının optik yolları arasındaki fark bunların haiz oldukları dalgaboyunun bir tam katı ise göz önüne alınmış olan bu iki ışın aralarında girişim olayı vukuu bulur. Peşpeşe iki BRAGG düzlemi arasındaki uzaklık d ise Şekil: VI.3 den de kolaylıkla anlaşılacağı üzere I ve II numaralı ışınların girişim olayı hâsıl etmeleri için şartlar:

- 1) önce, geliş ve saçılma açılarının aynı olması,
- 2) ve sonra da, $n=1, 2, 3, \dots$ olmak üzere

$$2d \sin \theta = n\lambda \quad (\text{VI.18})$$

olmasıdır.

Şekilde I ve II arasındaki optik yol farkı $= d \sin \theta + d \sin \theta = 2d \sin \theta$ dır.

1927 de A.B.D. de DAVISSON ile GERMER, ve İngilterede de G.P. THOMPSON, hemen hemen aynı zamanlarda ve birbirlerinden bağımsız olarak, elektronların bir Ni kristali tarafından saçılmasını incelerken sa-

çılmış elektronların, meselâ bir fotoğraf plâğı üzerinde, meydana getirmeleri gerekli tek bir leke yerine eşmerkez halkalar hâlinde bir takım girişim saçaklarının meydana çıktığını görmüşlerdir.

Ni kristali için BRAGG düzlemlerinin birbirlerinden uzaklığı: $d=0,91 \text{ \AA} = 0,91 \cdot 10^{-10} \text{ m}$ dir. Deneyde girişim saçaklarının görüldüğü hâle tekaabül eden elektronların geliş açısı $\theta=65^\circ$ ve elektronların kinetik enerjisi de $K=54 \text{ eV}$ idi. Bu girişim saçaklarının meydana gelmesine sebep olan dalgalı hareketin dalgaboyunun (VI.18) BRAGG formülüne binâen ve $n=1$ için

$$\lambda = 2d \sin \theta = 2 \times 0,91 \times \sin 65^\circ = 1,65 \text{ \AA}$$

olması gerekmektedir. Diğer taraftan ise, 54 eV luk kinetik enerjiyi hazırlayan elektronlara tekaabül eden DE BROGLIE dalgasının dalgaboyunun da

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{h}{\sqrt{2mK}} = \frac{6,625 \cdot 10^{-34} \text{ (J.s)}}{\sqrt{2 \times 9,08 \cdot 10^{-31} \text{ (kg)} \times 54 \text{ (eV)} \times 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ (J/eV)}}} = 1,66 \text{ \AA}$$

olduğu görülmektedir. Bu iki sonucun birbirleriyle uyuşan iki değer vermiş olması DAVISSON-GERMER deneyinde ortaya çıkan girişim saçaklarının temelinde DE BROGLIE dalgalarının bulunduğuna delildir.

HEISENBERG'in «BELİRSİZLİK BAĞINTILARI».

Bundan önceki pragraflarda bir tâneciğe tekaabül ettirilen DE BROGLIE dalgasının, grup hızı tâneciğin hızına eşit olan bir dalga paketi olarak yorumlanabileceği görülmüştü. Şekil: VI.2 deki gibi, bir tâneciğe tekaabül ettirilen bir dalga paketi evvelce de işâret ettiğimiz gibi

$$\Psi = 2A \cos\left(\frac{\Delta\omega}{2}t - \frac{\Delta k}{2}x\right) \cdot \cos(\omega t - kx) \quad (\text{VI.19})$$

şeklinde gösterilebilir. Ancak teori, tâneciğin $\lambda_m/2$ uzunluğundaki bu dalga paketinin neresinde bulunacağı hakkında herhangi kesin bir bilgi vermekten âcizdir. Fakat, mâdem ki x -ekseni boyunca yayılan bu dalga paketinin yayılma hızı tâneciğin kendi hızına eşittir, şu hâlde tâneciğin,

ister istemez, bu dalga paketinin $\lambda_m/2$ uzunluğundaki yayılma alanı içinde bulunacağı muhakkaktır. Buna binâen x -ekseni boyunca bir v hızıyla hareket eden bir tânecik hakkında buna tekaabül ettirilen DE BROGLİE dalgasından hareketle bilgi edinmek istersek, bunun belirli bir t ânında haiz olduğu apsisi, ancak,

$$\Delta x \approx \frac{\lambda_m}{2} \quad (\text{VI.20})$$

lik bir belirsizlikle bilebileceğiz demektir.

Diğer taraftan bu dalga paketine tekaabül eden k_m yayılma sâbiti, bir yandan, tanım gereğince

$$k_m = \frac{2\pi}{\lambda_m}$$

dir; diğer yandan da (VI.19) a göre

$$k_m = \frac{\Delta k}{2}$$

dir. Şu hâlde

$$k_m = \frac{2\pi}{\lambda_m} = \frac{\Delta k}{2}$$

ya da

$$\lambda_m = \frac{4\pi}{\Delta k}$$

olur. (VI.20) ye göre Δx belirsizliğinin değeri için

$$\Delta x \approx \frac{\lambda_m}{2} = \frac{2\pi}{\Delta k}$$

bulunur. Bu ise

$$\Delta k \approx \frac{2\pi}{\Delta x} \quad (\text{VI.21})$$

demektir. Hâlbuki DE BROGLİE bağıntısından ötürü

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{h} p$$

olduğundan

$$\Delta k = \frac{2\pi}{h} \Delta p$$

olur. (VI.21) ve (VI.22) nin mukayesesi ise

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq h \quad (\text{VI.22})$$

sonucunu verir.

Buradaki \geq işareti, gerek Δx in ve gerekse Δp nin, hareket hâlinde bulunan tâneciklerin dalgalı vecheleri dolayısıyla ortaya çıkan *minimum belirsizlikler* olmaları hasebiyle konulmuş bulunmaktadır.

Daha kesin ve teorik bir hesap bu son bağıntının

$$\boxed{\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{h}{2\pi}} \quad (\text{VI.23})$$

şeklinde olması gerektiğini gösterir.

«HEISENBERG'in belirsizlik bağıntısı» adı verilen bu eşitsizliğin anlamı, x -ekseni boyunca hareket eden bir tâneciğin yeri ve impulsu üzerindeki belirsizliklerin çarpımının hiç bir zaman $h/2\pi$ den daha küçük olamayacağıdır.

Burada çok önemli olan husus bu belirsizliklerin, tâneciğin x -apsisini ve p impulsunu tâyin etmek için kullanılan âletlerin mükemmel olmayışlarından dolayı değil, fakat doğrudan doğruya tâneciğin bir de dalgalı bir vecheye sahip oluşundan ileri geldiğidir.

(VI.23) bağıntısına daha yakından bakarsak bu bize, tâneciğin x -apsisini (p impulsunu) kesinlikle tâyin etmemiz hâlinde yâni $\Delta x \rightarrow 0$ ($\Delta p \rightarrow 0$) hâlinde, $\Delta x \cdot \Delta p$ çarpımının gene de sonlu kalabilmesi için, p impulsu (x apsisi) üzerindeki belirsizliğin mutlak olacağına yâni $\Delta p \rightarrow \infty$ ($\Delta x \rightarrow \infty$) olacağına işaret eder.

Belirsizlik bağıntısının ilgi çekici başka bir şekli de bir tâneciğin sâhip olduğu E enerjisindeki ΔE belirsizliği ile E nin değerinin ölçüldüğü ân üzerindeki Δt belirsizliği arasındaki bağıntıdır.

Gerçekten de DE BROGLIE formülünden

$$p = \frac{h}{\lambda_m} = \frac{h\nu}{\lambda_m \nu} = \frac{E}{u} = \frac{E}{v}$$

ve dolayısıyla

$$\Delta p = \frac{\Delta E}{u} = \frac{\Delta E}{v}$$

yazılır. (VI.23) e binâen

$$\Delta p \cdot \Delta x = \frac{\Delta E}{u} \cdot \Delta x = \Delta E \cdot \frac{\Delta x}{v} = \Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{h}{2\pi}$$

olur. Bu

$$\boxed{\Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{h}{2\pi}} \quad (\text{VI.24})$$

bağıntısı da gene HEISENBERG'in belirsizlik bağıntısı adını alır.

(VI.23) ve (VI.24) ile verilmiş olan belirsizlik bağıntılarının çağdaş fizikteki etkileri büyük olmuş ve bunların sâyesinde fiziğe yepyeni bir zihniyet girmiştir.

Klâsik fizikte bir maddesel noktalar sistemi verildiğinde eğer bunlar üzerine etki yapan kuvvetler ve bunların birbirlerine karşı olan etkileri ile belirli bir ânda bu sistemi teşkil eden bütün noktaların teker teker yerleri ve o ândaki hızları biliniyorsa sistemin zamanın fonksiyonu olarak evrimi kesin olarak tâyin edilir; yâni bu sistemi teşkil eden bütün maddesel noktaların $t \rightarrow \infty$ için tâkibedecekleri yörüngeler kesin bir şekilde belirlenir. Bu durum Klâsik Fizikte «Belirlilik İlkesi»nin geçerli olduğunun ifâdesidir.

Klâsik Fizikte maddesel tânecik ile bunun (impulsu, yörüngesi, ilh... gibi) dinamik parametrelerinin kesin anlamları vardır. Tâneciğin zaman içindeki evrimi bu kavramlardan hareketle öngörülür.

Buna mukabil Kuvantum Fiziğinde HEISENBERG'in belirsizlik bağıntılarının ışığı altında pekçok fiziksel büyüklükten kesinlikle bahsetmenin artık imkânı kalmamaktadır. Özellikle bir tâneciğin belirli bir ândaki durumunun ve impulsunun kesinlikle bilinmemesi onun yörüngesinden de kesinlikle bahsedilemeyeceğine delâlet eder.

Klâsik Fizikte mâhiyet itibâriyle özdeş iki tânecik enerjileriyle ya da uzayda belirli bir ânda ya da belirli bir zaman aralığında işgâl ettikleri yerler bakımından birbirlerinden fark olunabilirler. Hattâ bunlar çarpışmalar dahi kimliklerini kaybetmezler. Fakat Kuvantum Fiziğinde artık yörünge kavramı Klâsik Fiziğinkine nispetle çok gevşek olduğundan ve gerek durum, gerekse de impuls üzerinde belirsizlik hüküm sürdüğünden çarpışan iki tâneciğin çarpışma öncesi ayırdedilebilen kimliklerini artık çarpışma sonrasında ayırdetmek imkânı yoktur. Çünkü çarpışmanın vukuu bulduğu uzay noktasının koordinatları ve çarpışan tânecikle-

rin impulsları üzerindeki belirsizlikler gerek çarpışma ânında ve gerekse çarpışma sonrası tâneciklerin hangisinin hangisi olduğunu tâyin etmemize imkân vermez.

Yörünge ve hattâ tâneciğin kimliği kavramlarının tamamen kaybolmasa bile çok gevşedikleri Kuvantum Fiziğinde bir tâneciğin dinamik hâlinin incelenmesi için artık belirlilik ilkesi, yörünge, ilh ... gibi kesin anlamlı kavramlara dayanan Klâsik Mekanğin ve bunun metodlarının başarılı olmayacağı âşikârdır. Şu hâlde acaba Kuvantum Mekanğinde bir tâneciğin dinamik durumunu incelemek için ittihaz edilmesi gereken metod ne olmalıdır?

Klâsik mekanik kavram ve metodlarının kendi alanına uygulanma imkânsızlığı karşısında Modern Kuvantum Mekanği bir tâneciğin bütün dinamik özelliklerini ona tekaabül ettirilen DE BROGLIE dalgasından hareketle ve bu dalgayı inceleyerek elde etmeyi genel bir ilke ve metod ittihaz etmiştir.

Gelecek bölümde bir tâneciğe tekaabül ettirilen DE BROGLIE dalgasının nasıl elde edilebileceğini göreceğiz.

Ψ DALGA FONKSİYONUNUN FİZİKSEL ANLAMI.

Mâdem ki kuvantum mekaniğine göre bir tâneciğin dinamik özelliklerini incelemek için dikkatimizi buna tekaabül ettirilen Ψ DE BROGLIE dalgafonksiyonu üzerine yoğunlaştırmamız gerekmektedir, o hâlde acaba Ψ nin bizâtihi haiz olduğu fiziksel anlamı nedir?

1926 da MAX BORN'un vermiş olduğu yoruma göre Ψ dalga fonksiyonu yalnız başına hiç bir fiziksel anlamı haiz olmayıp ancak Ψ dalga fonksiyonundan hareketle teşkil olunan

$$\Psi^*(x, y, z, t) \cdot \Psi(x, y, z, t) = |\Psi(x, y, z, t)|^2$$

büyüklüğü, yâni Ψ nin modülü doğrudan doğruya bir anlamı haizdir; bu büyüklük, Ψ ye tekaabül eden tâneciğin t ânında (x, y, z) uzay noktasında bulunması ihtimâliyle orantılıdır. Buna göre eğer $dV = dx dy dz$ ile (x, y, z) noktasını çevreleyen hacim elemanını gösterecek olursak

$$|\Psi(x, y, z, t)|^2 dV \quad (VI.25)$$

büyüklüğü Ψ nin tekaabül ettiği tâneciğin t ânında dV hacim elemanı içinde bulunması ihtimâliyle orantılı olacaktır.

Eğer tâneciğin bulunabileceği hacim V ise

$$\int_V |\Psi(x,y,z,t)|^2 dV \quad (VI.26)$$

nin de, buna göre, bütün V hacmi içinde bulunması ihtimâliyle orantılı olacağı âşikârdır. Şu hâlde tâneciğin belirli bir t ânında V içindeki dV hacim elemanı içinde bulunmasının P ihtimâli

$$P = \frac{\int_V |\Psi|^2 dV}{\int_V |\Psi|^2 dV} \quad (VI.27)$$

ile verilecektir. Bu ifâdede payda a^2 gibi pozitif bir sayıdır. Hangi yolla tesbit edilirse edilsin, eğer tâneciğe tekaabül eden Ψ dalga fonksiyonunun ifâdesini a ile bölecek olursak $\psi = \Psi/a$ artık *normalize* olmuş olur; yâni Ψ nin, geçerli olduğu bölgedeki, integrali bire eşit olmuş olur. Böylelikle de, normalize edilmiş olan dalga fonksiyonunun kompleks eşleniğiyle çarpımı belirli bir ân için belirli bir (x, y, z) uzay noktasındaki değeri, doğrudan doğruya, tâneciğin o ânda o noktada bulunma ihtimâlini verir.

Belirli bir V hacmi üzerinden $\psi^* \psi$ nin integrali: 1) sıfır ise, aranan tânecik V de bulunmuyor; 2) bire eşitse, tânecik kesinlikle V dedir demektir:

$$\int_V \psi^* \psi dV = \begin{cases} 0 & : \text{tânecik kesinlikle } V \text{ de değildir.} \\ 1 & : \text{tânecik kesinlikle } V \text{ de;} \\ b \ (0 < b < 1) & : \text{tâneciğin } V \text{ de olması ihtimâli } b \text{ dir.} \end{cases}$$

Kuantum Mekanîğinin MAX BORN tarafından verilmiş olan bu ihtimâliyetçi yorumu HEISENBERG'in belirsizlik ilkesi ışığında mâkûl gözükmemektedir. Buna karşılık Ψ dalga fonksiyonunun bizâtihi haiz olduğu fiziksel anlam hakkında ileri sürülebilecek yegâne yorum bu değildir. EİNSTEİN, PLANCK ve bizzat DE BROGLIE'un kendisiyle talebeleri kuantum mekaniğinin BORN tarafından ileri sürülen bu ihtimâliyetçi yorumuna karşı çıkmışlar, Ψ yi bir «*ihtimâl dalgası* (!)» olarak değil de varlığı doğrudan doğruya gözlenebilecek fiziksel bir gerçek olarak telâkki etmişlerdir.

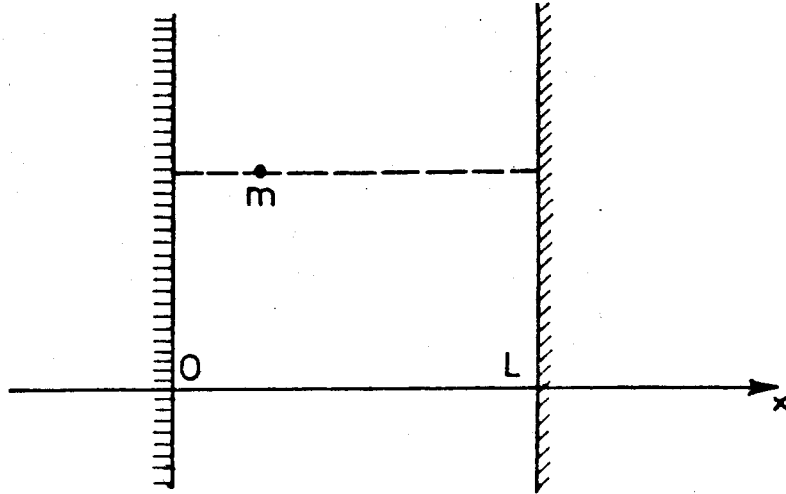
KOPENHAG ekolünün resmî görüşü diye bilinen ihtimâliyetçi yorum ile PARİS ekolünün temsil ettiği gerçekçi yorum arasındaki ideolojik mücâdele 40 senedenberi sürmektedir ve daha uzun bir süre de kesinlikle sonuçlanacak gibi görünmemektedir. Önemli olan husus şudur ki

bugün için KOPENHAG ekolünün yorumu daha revaçta olup bu yorum uygulamalarda herhangi bir çelişikliğe de yol açmamaktadır. Biz derslerimizde yalnız KOPENHAG ekolünün yorumunu göz önünde tutacağız.

UYGULAMA:

İki duvar arasındaki bir taneğin enerji seviyeleri.

Şekil: VI.5 deki gibi birbirilerinden L uzaklığındaki iki duvar arasında bir taneğin yalnız x -ekseni boyunca harekete zorlanmış olduğunu farzedelim. Duvarlar, üzerilerine çarpan taneğin impulsuna yalnız işaret değiştirecek kadar sağlam ve büyük kütleli olsunlar.



Şekil: VI.5 İki duvar arasına hapsolünmüş tanecek.

Klâsik Mekaniğe göre bu şartlar altında bu iki duvar arasına hapsedilmiş olan tanecek herhangi bir enerjiye sâhip olabilir. Hâlbuki şimdi göstereceğimiz gibi, kuvantum mekaniğinde bu şartlar altında tanecek ancak belirli bâzı enerji seviyelerine sâhip olabilmektedir.

Göz önüne alınan tanecek $0 \leq x \leq L$ aralığında kalmağa mecbûr olduğuna göre kendisine tekaabül ettirilen, DE BROGLIE dalgası da aynı aralıkta bulunacak demektir. Bu dalga, ancak, bu aralıktaki duraklı bir dalga olabilir; aksi hâlde cidarlar üzerinde sonsuz defâ yansıyacak olan dalga girişim olayı yoluyla kendi kendisini imhâ edebilecektir.

$(0, L)$ aralığındaki mümkün bütün duraklı dalgalar $x=0$ ve $x=L$ de düğüm noktaları arzeden dalgalardır. Şu hâlde dalga

$$\Psi(x) = A \sin ax \quad (\text{VI.28})$$

şeklinde olacak ve

$$\Psi(0) = \Psi(L) = 0 \quad (\text{VI.29})$$

sınır şartlarını gerçekleyecektir. $x=0$ için sınır şartının kendiliğinden gerçekleştiği (VI.28) den görülmektedir. Diğer taraftan ikinci sınır şartı da

$$\Psi(L) = A \sin aL = 0$$

verir ki bunun vârit olabilmesi için a nın

$$n=1, 2, 3, \dots \text{ olmak üzere: } a = n \frac{\pi}{L} \quad (\text{VI.30})$$

ile belirlenmesi gerektiği görülmektedir.

Hâlbuki, diğer taraftan, DE BROGLİE dalgalarının duraklı dalgalar olması keyfiyeti aynı zamanda duvarlar arasındaki L uzaklığının λ dalga boyunun yarısının tam bir katı olmasını da gerektirmektedir:

$$L = n \frac{\lambda_n}{2} \quad (\text{VI.31})$$

Buna göre her bir n değeri için ayrı bir

$$\Psi_n(x) = A \sin \frac{nLx}{L} \quad (\text{VI.32})$$

dalga fonksiyonu olacak ve buna tekaabül etmek üzere de tâneğin bir dx elemanter aralığında bulunması ihtimâli de (VI.27) ye göre

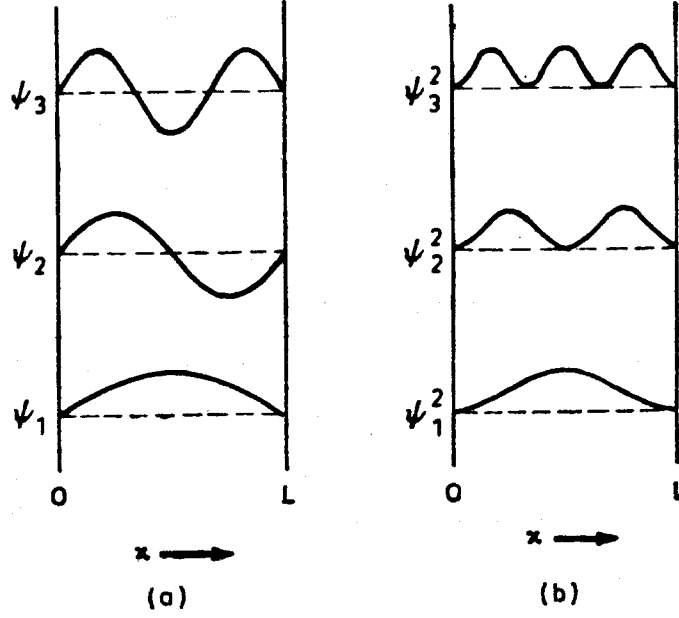
$$P = \frac{A^2 \sin^2 \frac{n\pi x}{L} dx}{\int_0^L A^2 \sin^2 \frac{n\pi x}{L} dx} = \frac{L}{2} \sin^2 \frac{n\pi x}{L} dx = \left(\sqrt{\frac{L}{2}} \sin \frac{n\pi x}{L} \right)^2 dx \quad (\text{VI.33})$$

den ibâret olacaktır. ($n=1, 2$ ve 3 için Bk. Şekil: VI.6)

Muhtelif n değerleri için tâneğin haiz olmak zorunluluğunda olduğu kinetik enerjilerin, DE BROGLİE formülünü de kullanarak

$$K_n = \frac{p_n^2}{2m} = \frac{(h/\lambda_n)^2}{2m} = n^2 \frac{h^2}{8m L^2} \quad (\text{VI.34})$$

oldukları bulunur. Tâneçik ancak (VI.34) ile verilmiş olan kinetik enerji



Şekil: VI.6. İki duvar arasına hapsedilmiş olan tâneçığe refâkat eden dalga fonksiyonlarından birkaçı ve bunların kareleri.

değerlerine sâhip olabilecektir; bundan gayri kinetik enerji değerleri tâneçığın bu şartlar altında aslâ sâhip olamayacağı değerlerdir. (VI.34) bağıntısı iki duvar arasına hapsedilmiş ve x -ekseni boyunca harekete zorlanmış olan tâneçığın kuvantalaştırılmış bulunan enerji seviyelerini vermektedir.

Pespeşe iki kinetik enerji seviyesi arasındaki izâfi artışın

$$\frac{\Delta K}{K_n} = \frac{K_{n+1} - K_n}{K_n} = \frac{2n+1}{n^2}$$

olduğu görülmektedir. Bu takdirde

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\Delta K}{K_n} \rightarrow 0$$

olduğu görüldür; bu sonuç da büyük n kuvantum sayıları için pespeşe iki kinetik enerji seviyesi arasındaki izâfi farkın sifıra gittiğini yani enerji değişiminin sürekli değişime gittiğini göstermektedir ki böylece $n \rightarrow \infty$ için klâsik fizikte câri olan ilkeleri bulmuş oluyoruz. Bu sonuç BOHR'un *Ak-tarma İlkesini* teyid etmektedir.

PROBLEMLER:

1. Bir X ışınları tübü göz önüne alındığında bunun katodu ile anti-katodu arasında uygulanan V gerilimini kilovolt (kV), ve meydana gelen X ışınlarının minimum dalgaboylarını da angström (Å) cinsinden ifade ederek

$$\lambda = \frac{12,4}{V}$$

olduğunu gösteriniz.

2. Bir röntgen tübüne uygulanan yüksek gerilimin 47700 volt olması hâlinde, antikatod tarafından yayınlanan X ışınlarının minimum dalgaboylarını hesaplayınız.

3. 250 eV enerjili elektronlardan müteşekkil bir huzme plâtin bir varak üzerine 30° lik bir geliş açısıyla düşmektedir. Metale nüfûz eden bir elektronun potansiyel enerjisinde vukuu bulan değişimin 12 eV olduğunu göz önünde tutarak

1) plâtinin bu enerjideki elektronlara karşı haiz olduğu kırılma indisini,

2) metaldeki elektronların hızını hesaplayınız.

4. Dar bir elektron huzmesi, elektrik alan kuvveti $\mathcal{E} = 5,5 \cdot 10^5 \text{ watt/m}$ olan yatay ve paralel bir şekilde yerleştirilmiş olan dar iki levha arasından geçmektedir. $0,10 \text{ Weber/m}^2$ lik üniform bir magnetik alan levhalara dik olarak elektrik alan üzerine bindirilmiştir. Paralel levhaların arasından geçen elektronlar ince metalik kristallerden müteşekkil varağı katetmektedirler;

a) aralarındaki açıklık $4,07 \text{ Å}$ olan Bragg düzlemlerinden dolayı meydana gelen birinci mertebeden Bragg yansımaya sebep olan açı nedir?

b) B magnetik akı yoğunluğu iki misli olsaydı bu açı ne olurdu?

c) yukarıdaki (a) ve (b) şıklarındaki elektronların dalgaboylarının oranı nedir?

5. 54 eV luk elektronlar $\varphi = 25^\circ$ lik bir geliş açısı altında, birbirlerinden $0,91 \text{ Å}$ uzaklıkta bulunan şebeke düzlemlerinden müteşekkil bir kristale vâsil olarak birinci mertebeden BRAGG yansımaya uğramaktadırlar.

Söz konusu geometrik şartlar altında yansıyacak bir dalğanın dalga-boyu ile, dinamik şarta göre elektrona eşlik etmesi gereken DE BROGLİE dalgasının dalgaboyunu mukayese ediniz.

6. Isıtılmış bir filâmadan çıkan elektronlar 30 kV luk bir potansiyelde hızlandırıldıktan sonra ince bir alüminyum varağı üzerine yönlendirilmektedirler. Alüminyumun kristâl şebekesi sâbitinin $4,05 \text{ \AA}$ olduğu bilindiğine göre birinci mertebeden kırınım açısını hesaplayınız.

7. Bir atomun uyartılmasıyla fazla uyartılma enerjisini bir foton yayınlayarak üzerinden atması arasında takriben $t=10^{-8}$ s lik bir zaman geçtiğine göre foton enerjisini ve frekansının üzerindeki belirsizlikleri hesaplayınız.

8. HEİSENBERG'in belirsizlik bağıntılarından faydalanarak bir elektronun bir atomun içinde kalabilmesi için kinetik enerjisinin ne mertebede olması gerektiğini tâyin ediniz.

9. x doğrusunda $K=(1/2)mv^2$ kinetik enerjisi ile hareket eden bir tâneciğin, hareket doğrultusu olan x eksenini üzerindeki konumunda bir Δx belirsizliği mevcuttur. Bu takdirde, $\Delta x \cdot \Delta p \geq h$ olduğuna ve $\Delta t = \Delta x/v$ olduğu bilindiğine göre $\Delta K \cdot \Delta t \geq h$ olduğunu gösteriniz.

10. Bir atom çekirdeğinde serbest hâlde elektron bulunamayacağını HEİSENBERG'in belirsizlik bağıntıları aracılığıyla gösteriniz.

11. Proton ve nötronlardan meydana gelen bir atom çekirdeğinin çapı $10^{-14} m$ mertebesindedir.

a) Bu küçük bölge içine hapsedilmiş bulunan proton (veyâ nötronun) impulsu üzerindeki belirsizlik nedir?

b) Tâneciğin impulsu, hiç değilse, bunun impulsu üzerindeki belirsizlik kadar olmalıdır. İmpulsun, impuls üzerindeki belirsizliğe eşit olduğunu farzederek, çekirdek içinde hareket eden protonun hızını ve kinetik enerjisini hesaplayınız.

12. a) $10^{-14} m$ mertebesinde olan nükleer boyutlar içinde mahfuz bir elektronun minimum kinetik enerjisi ve hızı ne olacaktır?

b) Aynı bölgede sınırlanmış olan bir fotonun minimum enerjisi ne olurdu?

13. 0,10 kg kütleli bir sarkaç 3 m/s lik bir hızla hareket etmektedir. p_x impulsunun üzerindeki belirsizliğin $\Delta p_x = 10^{-6} p_x$ ile verilmiş olduğunu farzederek sarkaç kütesinin x konumu üzerinde yapılan eşzaman bir ölçümdeki belirsizliğin ne olacağını tebit ediniz.

14. Bir atomun uyarılmış bir hâlde bulunma süresi 10^{-8} sec mertebesindedir; atom, her ne kadar, uyarıldıktan sonra $t=0$ ile $t=t'$ arasında herhangi bir ânda bir ışın yayınlarak eski hâline avdet edebilirse de ortalama zaman 10^{-8} sec mertebesindedir. Bir fotonun neşri için bu Δt zamanından faydalanarak Belirsizlik İlkesinin müsaade ettiği en küçük $\Delta \nu$ yü hesaplayınız. Eğer yayınlanan ışığın dalga boyu 5000 \AA ise buna tekaabül eden $\Delta \nu$ acaba ν nün kaçta kaçtır? (Bu hesap, Doppler olayı v.s. ... gibi spektrum çizgisinin genişlemesine sebep olan başka sebepler olmadığı takdirde, çizginin en küçük genişliğini verir).

15. Bir elektromagnetik dalgaya eşlik eden fotonların n sayısı üzerindeki Δn belirsizliği ile bu dalganın $\varphi = 2\pi \nu t$ fazı üzerindeki $\Delta \varphi$ belirsizliği arasında

$$\Delta n \cdot \Delta \varphi \geq 1$$

şeklinde bir belirsizlik bağıntısı bulunduğunu gösteriniz.

16. Bir tânecik L genişliğinde fakat sonsuz yükseklikte duvarları haiz bir potansiyel kuyusu içinde bulunuyorsa kuyu içinde haiz olacağı enerjinin en alt seviyesi ne mertebede olur, tâyin ediniz.

17. Bir harmonik osilâtörün toplam enerjisi

$$E = K + V = \frac{p^2}{2m} + \frac{kx^2}{2}$$

ile verilmiştir. Harmonik osilâtörün impulsu ve durumu üzerindeki belirsizliklerin kendileri mertebesinde yâni $\Delta p \sim p$ ve $\Delta x \sim x$ olduğu takdirde enerjinin minimum değerinin $h \sqrt{k/m}$ mertebesinde olacağını gösteriniz.

VII. BÖLÜM

Kuantum Mekanığine Giriş

KUVANTUM MEKANİĞİNİN İLKELERİ.

Geçen bölümde, şimdiedek alışagelmış olduğumuz maddenin de dalgalı bir yüzü olabileceğini ve maddenin dinamik özellikleriyle, kendisine tekaabül ettirilen DE BROGLİE dalgaları arasındaki bağıntının mâhiyetini gördük. Tek başına ele alındığında hiçbir doğrudan doğruya ölçme sonucu varlığı objektif bir tarzda ortaya konamayan DE BROGLİE dalgasının, modülü olan

$$\Psi^*(x,y,z,t)\Psi(x,y,z,t)=|\Psi(x,y,z,t)|^2$$

büyüklüğü, buna karşılık, dalgalının refâkat ettiği tâneciğın t ânında (x, y, z) noktasında bulunması ihtimâlini vermek bakımından ölçme sonucu tahkik edebilecek objektif bir fiziksel büyüklük mâhiyeti arz etmekteydi.

Sırf kuantum mekaniğine has olan bu şemanın bir özelliğı olarak karşımıza çıkan HEISENBERG'in belirsizlik bağıntıları ise bir tâneciğın hem impulsunu ve hem de koordinatlarını aynı ânında mutlak kesinlikle ölçmenin imkânı olmadığını tesbit ediyordu. Bunun bir sonucu olarak da mikroskopik âlemde bir tâneciğın klâsik determinist mekanik anlamında haiz olması gereken yörünge kavramı kesinlikten uzak bulanık bir kavram hâline geliyor ve hattâ çok kere bütün anlamını dahî kaybedebiliyordu.

Enerjinin $E=h\nu$ enerjili kuantumlar hâlinde yayılması ve soğurulması, ya da başka bir deyişle h PLANCK sâbitinin çok küçük dahî olsa gene de sonlu bir değeri haiz olmasıyla bütün bu sonuçların olağanüstü organik bir ilişkisi olduğuna bir kere daha dikkâti çekmemizde fayda vardır.

Bütün bunlardan çıkacak olan sonuç klâsik determinist Newton mekaniğini ve ona bağılı kavramları kullanarak mikroskopik boyutlarda cereyân eden olayları sıhhatle tasvir ve izah edemeyeceğimiz keyfiyetidir.

İşte bu gözlem sonundadır ki mikroskopik boyutlarda cereyân eden olayları hiçbir çelişikliğe düşmeksizin ve uygun terimler cinsinden tas-

vır ve izah edebilmemiz için yepyeni bir mekaniğe ihtiyacımız olduğu bilinci ortaya çıkmaktadır.

Bu yeni mekanik, maddesel bir taneçiği klâsik anlamıyla bir taneçik olarak incelemek ve bunun dinamik hâlleri hakkında bilgi edinmekten ziyâde bir taneçiği, ancak, kendisine tekaabül ettirilen DE BROGLIE dalgası cihetiyle ele alınarak hakkında elde edilebilecek bütün bilgileri bu dalgadan hareketle istidlâl etmeyi temel kabul etmektedir.

Nasıl ki klâsik mekaniğin temel denklemi Newtonun kuvvetle ivme arasındaki bağıntıyı veren denklemi ise bu yeni mekaniğin de kendisine has bir temel denklemi olacağı âşikârdır. Bu denklem belirli şartlar altında bir taneçiğe tekaabül eden DE BROGLIE dalgasını zamanın ve yer koordinatlarının fonksiyonu olarak belirlemekle yükümlüdür. Bu bölümde bu denklemin nasıl elde edildiğini ve bunun çözümlerinin özelliklerini kısaca gözden geçirmek istiyoruz.

DALGA DENKLEMİ

x eksenini boyunca yayılan sâbit genlikli bir dalganın uzanımının x yerinin ve t zamanının fonksiyonu olarak değişimini veren ifâdenin

$$y(x,t) = A \cos \omega \left(t - \frac{x}{v} \right)$$

şeklinde olduğunu gördük. Burada $\omega = 2\pi\nu$ ve $v = \lambda\nu$ idi. Bu ifâdenin her iki yanını x e göre üst üste iki kere türetirsek

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = -\frac{\omega^2 A}{v^2} \cos \omega \left(t - \frac{x}{v} \right) \quad (\text{VII.1})$$

ve t ye göre iki kere türetirsek

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -\omega^2 A \cos \omega \left(t - \frac{x}{v} \right) \quad (\text{VII.2})$$

olur. (VII.1) ve (VII.2) den kolaylıkla

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad (\text{VII.3})$$

yazılır.

Bu denkleme tek boyutlu dalga denklemi adı verilir. (VII.3) dalga denklemi verildiğinde bu denklemin en genel matematik çözümünün

$$y(x,t) = Ae^{-i\omega\left(t-\frac{x}{v}\right)} = A \cos \omega\left(t-\frac{x}{v}\right) - i A \sin \omega\left(t-\frac{x}{v}\right) \quad (\text{VII.4})$$

şeklinde olduğu kolayca tahkik edilir. Ancak eğer göz önüne alınan (VIII.3) dalga denklemini gerçek bir dalgaya yâni genliğinin fiziksel anlamı olan yâni fiziksel metotlarla ölçülebilir bir dalgaya tekaabül ediyorsa bunun reel bir büyüklük olması icâb edeceğinden (VIII.4) genel çözümündeki ikinci terim fiziksel bir mânâyı haiz olmaması hasebiyle nazarı itibara alınmaz.

SCHRÖDİNGER DALGA DENKLEMİ

Fakat günlük hayatta karşımıza çıkan dalgaları ele alacak yerde DE BROGLİE dalgalarını göz önüne alırsak, o zaman iş değişir. Bu dalgaların genlikleri ölçülebilir büyüklükler olmadıklarından bunların matematik ifâdelerinde sanal büyüklüklerin bulunmasının bir sakıncası yoktur. Çünkü Ψ den hareketle elde edilen ölçülebilir büyüklük $\Psi^*\Psi$ ile verilmiş olan Ψ nin modülüdür ki zâten bu da reeldir.

Şu hâlde Ψ DE BROGLİE dalgası için

$$\Psi(x,t) = Ae^{-i\omega\left(t-\frac{x}{v}\right)} \quad (\text{VII.5})$$

yazabiliriz. Böyle saf yâni bir dalga paketi değil de tek bir dalgadan müteşekkil dalgasal bir hareketle m kütleli ve p impulsu (dolayısıyla $K = p^2/2m$ kinetik enerjili) bir tâneciğın bağlantısını yapmak için

$$\left. \begin{aligned} \omega &= 2\pi\nu \\ E &= h\nu \\ \lambda &= \frac{h}{p} \\ v &= \lambda\nu = \frac{h\nu}{p} \end{aligned} \right\} \quad (\text{VII.6})$$

bağıntılarını göz önüne almak yeter. (VII.6) nın ışığı altında (VII.5) DE BROGLİE dalgası

$$\Psi(x,t) = Ae^{-\frac{2\pi i}{h}(Et - px)} \quad (\text{VII.7})$$

şekline girer.

Eğer tânecik bir kuvvet alanında ise, tâneciğin toplam E enerjisi enerjinin sakımı ilkesi uyarınca zamana bağlı olmayıp bu alanı doğuran potansiyeli V ile göstererek, E tâneciğin K kinetik enerjisiyle V potansiyel enerjisinin toplamına eşittir:

$$\begin{aligned} E &= T(x) + V(x) \\ &= \frac{p}{2m} + V(x) \end{aligned} \quad (\text{VII.8})$$

Öte yandan (VII.7) den x 'e göre ikinci türevi ve sonra da t ye göre birinci türevi alarak

$$p^2\Psi = -\frac{\hbar^2}{4\pi^2} \frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2} \quad (\text{VII.9})$$

$$E\Psi = -\frac{\hbar}{2\pi i} \frac{\partial\Psi}{\partial t} \quad (\text{VII.10})$$

bağıntıları elde edilir. (VII.8) in her iki yanını da Ψ ile çarptıktan sonra (VII.9) ve (VII.10) u da göz önünde tutarak sonunda

$$\frac{\hbar}{2\pi i} \frac{\partial\Psi}{\partial t} = \frac{\hbar^2}{8\pi^2 m} \frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2} - V(x) \Psi \quad (\text{VII.11})$$

denklemini elde edilmiş olur. Buna «*zamana bağlı SCHRÖDİNGER dalga denklemi*» adı verilir. Eğer dalga yalnız x boyunca değil de 3 boyumlu uzayda yayılıyorsa bu hâle tekaabül eden SCHRÖDİNGER denkleminin ise

$$\frac{\hbar}{2\pi i} \frac{\partial\Psi}{\partial t} = \frac{\hbar^2}{8\pi^2 m} \left(\frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\Psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\Psi}{\partial z^2} \right) - V(x,y,z) \Psi \quad (\text{VII.12})$$

şeklinde olacağı gösterilir.

Tâneciğin içinde bulunduğu kuvvet alanını doğurarak tâneciğin bir potansiyel enerji kazanmasına sebep olan $V(x, y, z)$ fonksiyonunun şekli biliniyorsa SCHRÖDİNGER denkleminin çözümü parçacığa tekaabül eden $\Psi(x, y, z, t)$ DE BROGLİE dalgasını verir ve buradan da $\Psi^*\Psi$ teşkil olunarak parçacığın belirli bir t ânında $P(x, y, z)$ noktasında bulunması ihtimâli tâyin edilmiş olur.

ZAMANA BAĞLI OLMAYAN SCHRÖDİNGER DALGA DENKLEMİ.

Tâneciğe tekaabül eden DE BROGLİE dalgasını

$$\begin{aligned}\Psi(x,t) &= Ae^{-\frac{2\pi i}{h}(Et-px)} = Ae^{\frac{2\pi i px}{h}} \cdot e^{-\frac{2\pi i Et}{h}} \\ &= \psi(x) \cdot e^{-\frac{2\pi i Et}{h}}\end{aligned}\quad (\text{VII.13})$$

şeklinde yazabiliriz. Bu ifâde $\Psi(x,t)$ nin yalnız x e bağı bir fonksiyon ile yalnız t ye bağı bir fonksiyonun çarpımı olarak yazılabildiğini göstermektedir. Buna göre tâneciğin x i ihtivâ eden bir dx aralığında t ânında bulunması ihtimâli

$$\begin{aligned}\Psi^*(x,t) \cdot \Psi(x,t) dx &= \psi^*(x) e^{\frac{2\pi i Et}{h}} \cdot \psi(x) e^{-\frac{2\pi i Et}{h}} dx \\ &= \psi^*(x) \cdot \psi(x)\end{aligned}\quad (\text{VII.14})$$

olur ki bu sonuç göz önüne alınan ihtimâlin zamana bağı olmadığını göstermektedir. Şu hâlde bu ihtimâli tâyin etmek için $\Psi(x,t)$ yi tesbit edecek yerde $\psi(x)$ i tesbit etmek yetecektir. E enerjisi enerjinin sakımı ilkesine göre sâbittir. V potansiyel fonksiyonu ise sâdece yerin fonksiyonudur. Buna göre (VII.11) e (VII.13) ü vazettiğimizde sonuç olarak

$$\frac{\partial^2 \psi(x)}{\partial x^2} + \frac{8\pi^2 m}{h^2} [E - V(x)] \psi(x) = 0 \quad (\text{VII.15})$$

bulunur. 3 boyutlu hâl için bu,

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + \frac{8\pi^2 m}{h^2} (E - V) \psi = 0 \quad (\text{VII.16})$$

veyâ kısaca

$$\Delta \psi(x, y, z) + \frac{8\pi^2 m}{h^2} [E - V(x, y, z)] \psi(x, y, z) = 0 \quad (\text{VII.17})$$

şeklini alır.

BİR KUTU İÇİNDEKİ TÂNECİK: ENERJİNİN KUVANTALAŞTIRILMASI.

Şimdi tek boyutlu problemler için geçerli olan (VII.15) SCHRÖDİNGER denklemini basit bir hâl için çözeceğiz. Bunun için belirli bir

$$E = K = \frac{1}{2} m v^2$$

kinetik enerjisini haiz serbest (yâni üzerine hiç bir kuvvet tesir etmeyen) bir elektron Şekil: VI.5 deki gibi $x=0$ ve $x=L$ deki iki duvar arasında ve x eksenine paralel bir doğru boyunca hareket ettiğini tasarlayalım.

Elektron bu duvarlar üzerinde tamâmen esnek çarpışmalar yapsın. Duvarlar elektrona göre sonsuz kütleliymiş gibi kabul edilebileceğinden bu çarpışmalarda elektron kinetik enerjisinden bir şey kaybetmeksizin yön değiştirir. Acaba bu durum çerçevesi içinde elektrona eşlik eden dalga nasıldır?

Elektrona eşlik eden DE BROGLIE dalgasının modülünün karesi elektronun göz önüne alınan yerdeki bulunma ihtimâlini gösterdiğinden bu $\Psi(x)$ dalgasının tanım bölgesi yalnız $(0, L)$ kapalı aralığı olacaktır.

Elektronun üzerine hiç bir kuvvet tesir etmediğinden (VII.17) SCHRÖDINGER denklemi

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{8\pi^2 m E}{h^2} \psi = 0 \quad (\text{VII.18})$$

şeklını alır. Bunun çözümü, A ile B keyfî iki integrasyon parametresi olmak üzere

$$\psi(x) = A \cos \sqrt{\frac{8\pi^2 m E}{h^2}} x + B \sin \sqrt{\frac{8\pi^2 m E}{h^2}} x \quad (\text{VII.19})$$

şeklindedir. Buradaki A ve B parametrelerini belirleyebilmek üzere problemin fiziksel şartlarından yararlanır. Bu problem için üç şartın gerçekleşmesi lâzım geldiği vaz edilir:

$$\left. \begin{array}{l} 1) \quad \psi(0) = 0 \\ 2) \quad \psi(L) = 0 \end{array} \right\} \text{SINIR ŞARTLARI} \quad (\text{VII.20})$$

$$3) \quad \int_0^L \psi^*(x) \psi(x) dx = 1 \quad (\text{VII.21})$$

Sınır şartlarının ilki (VII.19) a uygulandığında $A = 0$ olduğu bulunur. Öte yandan da iki sınır şartı göz önüne alındığında $x = L$ için $\psi = 0$ olabilmesinin ancak, $B \neq 0$ olmak şartıyla,

$$\sin \sqrt{\frac{8\pi^2 m E}{h^2}} L = 0$$

yâni, n ile 1, 2, 3, ... gibi tam değerler alan bir parametreyi göstererek,

$$\sqrt{\frac{8\pi^2 m E}{h^2}} L = n\pi \quad \text{veyâ} \quad E_n = n^2 \frac{h^2}{8m L^2} \quad (\text{VII.22})$$

olmasına bağlı olduğu görülür. Başka bir deyişle kutu içindeki elektronun haiz olabileceği seviyeleri (VII.22) ile verilmiştir. Elektron bunların dışında bir enerjiyi haiz olamaz. Böyle iki duvar arasına hapsedilmiş bir elektronun ancak (VII.22) nin öngördüğü enerjilerden birisini haiz olması klâsik fizikte açıklanamayan ve doğrudan doğruya elektronun dalgalı vechesinden ileri gelen bir husustur. Klâsik görüşe göre böyle iki du-

var arasına hapsedilmiş olan elektron 0 ilâ ∞ arasında herhangi bir enerjiyi haiz olabilir. Hâlbuki Kuvantum Mekanığıne göre bir elektron eğer iki duvar arasına hapsedilmiş ise enerjisi ancak münferit değerleri haiz olabilmekte ve sıfır da olamamaktadır. Gerçekten de duvarlar arasındaki elektronun enerjisi eğer sıfır olsaydı dalga denkleminin çözümü de, özdeş olarak sıfır olacaktı: $\psi(x) \equiv 0$. Bu ise

$$\int_0^L \psi^*(x)\psi(x) dx = 0$$

demek, yâni elektron duvarlar arasında bulunmuyor demektir. Şu hâlde, elektron duvarlar arasında ise

$$\int_0^L \psi^*(x)\psi(x) dx = 1$$

olacağından $\psi(x) \neq 0$ olmalıdır; yâni elektronun enerjisi $E \neq 0$ olmalıdır.

DALGA FONKSİYONU

Geçen paragrafta iki duvar arasındaki serbest elektrona eşlik eden dalganın

$$\psi_n(x) = B_n \sin \sqrt{\frac{8\pi^2 m E_n}{h^2}} x \quad (\text{VII.23})$$

şeklinde olduğunu gördük. Bu n -ninci kuvantum seviyesinde bulunan elektrona tekaabül eden dalga fonksiyonu idi. Ancak bunun ifâdesinde henüz daha B parametresinin gerçek değeri belirtilmemiştir. Bunu belirtmek için (VII.21) şartını kullanacağız. Buna göre

$$\int_0^L B_n^2 \sin^2 \sqrt{\frac{8\pi^2 m E_n}{h^2}} x dx = B_n^2 \frac{L}{2} = 1$$

yâni

$$B_n = \sqrt{\frac{2}{L}}$$

ve buna binâen de

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin \sqrt{\frac{8\pi^2 m E_n}{h^2}} x \quad (\text{VII.24})$$

bulunur. E_n yerine (VII.22) ile verilmiş olan değeri yerleştirilirse

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin \frac{n \pi x}{L} \quad (\text{VII.25})$$

bulunmuş olur.

VIII. BÖLÜM

Schrödinger Denkleminin ve Dalga
Fonksiyonunun Özellikleri

Geçen bölümde DE BROGLIE dalga fonksiyonu olan $\Psi(x, t)$ nin modülünün zamana bağlı olmadığını ve dolayısıyla da, kuvanta mekaniğinin ihtimâliyetçi yorumuna göre tâneciğin belirli bir yerde bulunması ihtimâlini veren $\Psi^*\Psi$ nin

$$\Psi^*(x, t)\Psi(x, t) = \psi^*(x) \cdot \psi(x)$$

şeklinde yazılabileceğini görmüştük.

Eğer $\Psi = \Psi(x, y, z, t)$ şeklinde ise dahi

$$\Psi^*(x, y, z, t) \cdot \Psi(x, y, z, t) = \psi^*(x, y, z) \cdot \psi(x, y, z) \quad (\text{VIII.1})$$

olduğu gösterilir; $\Psi(x, y, z)$ burada, (VIII.17) ile verilmiş olan

$$\Delta\psi(x, y, z) + \frac{8\pi^2 m}{h^2} (E - V) \psi(x, y, z) = 0 \quad (\text{VIII.2})$$

SCHRÖDINGER denkleminin çözümünü göstermektedir. Bizi daha çok $\Psi(x, y, z)$ nin modülü ilgilendirdiğinden ve Ψ ile ψ arasında da (VIII.1) bağıntısı bulunduğundan, ψ ye «DE BROGLIE dalgasının genliği» diyecek yerde kısaltmak için Ψ ile ψ arasında *semantik* bir fark gözetmeden « ψ dalgası» veyâ « ψ dalga fonksiyonu» diyeceğiz.

SINIR ŞARTLARI

SCHRÖDINGER denkleminin çözümleri bir takım integrasyon sâbitleri ihtivâ edeceklerdir. Bu sâbitler, kendilerini tâyin edecek herhangi bir şart mevcût değilse birer parametre mâhiyetinde olup $(-\infty, +\infty)$ aralığında herhangi bir değeri alabilirler; ve aldıkları değer ne olursa olsun gene de (VIII.2) diferansiyel denklemini gerçeklerler. Ancak, ortada somut bir fiziksel sistem varsa buna uygun yâni bunun hâlini tasvir edecek tek bir ψ bulunması gerektiği de açıktır. Bu itibarla SCHRÖDINGER denkleminin genel çözümündeki integrasyon sâbitlerinin, göz önü-

ne alınan fiziksel sistemin karakteristik niteliklerinin ortaya koyduğu bir takım şartlarla belirlenmeleri gerekir.

Kısmî türevli bir diferansiyel denklem olan SCHRÖDİNGER denkleminin genel çözümündeki integrasyon sâbitleri uygun sınır şartları aracılığıyla tâyin edilirler. Böylece denklemin, göz önüne alınan sistem için uygun fiziksel bir çözümü elde edilmiş olur.

Bu sınır şartlarının neler olabileceklerini anlayabilmek üzere m kütlesi, E toplam enerjili bir tâneciğin, içinde $V = V(\vec{r}) = V(x, y, z)$ potansiyel alanının hüküm sürdüğü kapalı sonlu bir hacim içinde bulunduğunu varsayalım. Bu hacmi sınırlayan sonlu yüzeye tekaabül eden yervektörü \vec{r}_s olsun. Tâneciğe refâkat eden DE BROGLİE dalgasının, tâneciğin hapsedilmiş olduğu hacmin iç cidarları üzerindeki yansımalarıyla kendi kendini yok etmemesi için yegâne yolun dalganın hacim içinde duraklı dalga düzeni meydana getirmesi olduğuna, VI. Bölümde, iki duvar arasına hapsedilmiş tânecik misâlinde değinmiştik. Şu hâlde cidarlar üzerine damâ, tâneciğe tekaabül ettirilen dalganın düğüm noktaları isâbet etmelidir. Bu keyfiyet ise cidarlarda $\psi(\vec{r})$ dalga fonksiyonunun sıfır değerini almasına denktir; şu hâlde

$$\psi(\vec{r}_s) = 0 \quad (\text{VIII.3})$$

olmalıdır.

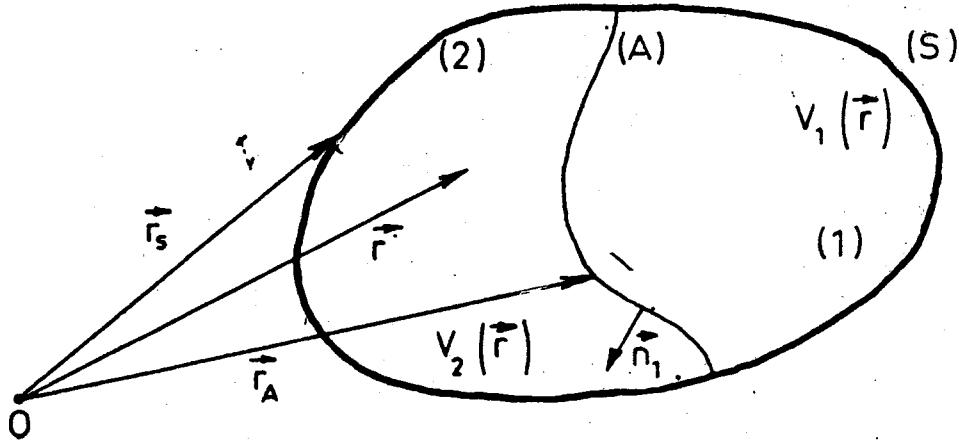
Şimdi, eğer göz önüne alınan tânecik sonlu bir hacme hapsedilmiş değilse acaba $\psi(\vec{r})$ nin gerçekleştirilmesi gerekli sınır şartı (yâni sonsuzdaki sınır şartı) ne olmalıdır, onu araştıralım.

Bunun için cidarlarında (VIII.3) şartının gerçekleştiği gene sonlu bir hacmin içine hapsedilmiş bir tânecik hâlini göz önüne alalım ve hacmin boyutlarını büyütelim. Hacmin boyutları ne kadar büyük olursa olsun (VIII.3) ün geçerli olması gerektiği âşikârdır: limitte $|\vec{r}_s| \rightarrow \infty$ için de gene (VIII.3) şartı geçerli olacaktır. Şu hâlde

$$\lim_{|\vec{r}_s| \rightarrow \infty} \psi(\vec{r}_s) = 0 \quad (\text{VIII.4})$$

olacaktır.

$\Psi(\vec{r})$ dalga fonksiyonunun gerçekleştirilmesiyle yükümlü olduğu başka bir sınır şartı da farklı iki potansiyel alanının sınırında ortaya çıkar. (Bk. Sekil: VIII.1).



Şekil: VIII.1. Farklı uzay bölgelerinde tanımlanmış dalga fonksiyonlarının gerçekleştirecekleri sınır şartlarına dair.

Eğer bir taneçik $V_1 = V_1(\vec{r})$ gibi bir potansiyel fonksiyonundan doğan bir kuvvet alanına tâbi iken $V_2 = V_2(\vec{r}) \neq V_1$ gibi bir potansiyel fonksiyonundan doğan bir kuvvet alanına geçecek olursa kendisine eşlik eden DE BROGLİE dalgasının boyu da

$$\lambda_1 = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2mK_1}} = \frac{h}{\sqrt{2m(E - V_1)}}$$

den

$$\lambda_2 = \frac{h}{\sqrt{2m(E - V_2)}}$$

ye dönüşür. Bu tıpkı bir ışığın az (çok) dispersif bir ortamdan çok (az) dispersif bir ortama geçmesine benzer. Bu geçiş dolayısıyla dalganın kendisi herhangi bir süreksizlik arzetmez. Yegâne fark dalgaboyunun değişmiş olmasıdır. Bu itibarla bu gibi bir (A) arayüzeyinde $\psi(\vec{r})$ nin gerçekleşmesi zorunlu sınır şartları hem ψ nin ve hem de $\partial\psi/\partial n$ nin süreklilik şartları olmalıdır. \vec{r}_A ile (A) arayüzeyine tekaabül eden yervektörünü ve \vec{n} ile de (A) nın birim normal vektörünü göstererek bu şartlar:

$$\psi_1(\vec{r}_A) = \psi_2(\vec{r}_A) \quad (\text{VIII.4})$$

$$\left(\frac{\partial\psi_1(\vec{r})}{\partial n} \right)_{\vec{r}=\vec{r}_A} = \left(\frac{\partial\psi_2(\vec{r})}{\partial n} \right)_{\vec{r}=\vec{r}_A} \quad (\text{VIII.5})$$

şeklinde olacaktır.

Bu itibarla $\psi = \psi(\vec{r})$ dalga fonksiyonunun gerçekleyeceği sınır şartları toplu olarak şöyle gösterilebilirler:

$$\begin{array}{l}
 \text{Sonlu hacim sınırında:} \quad \psi(\vec{r}_s) = 0 \\
 \text{Sonsuzda} \quad : \quad \lim_{|\vec{r}_s| \rightarrow \infty} \psi(\vec{r}_s) = 0 \\
 \text{Arayüzeyde} \quad \left\{ \begin{array}{l} \psi_1(\vec{r}_A) = \psi_2(\vec{r}_A) \\ \left(\frac{\partial \psi_1(\vec{r})}{\partial n} \right)_{\vec{r}=\vec{r}_A} = \left(\frac{\partial \psi_2(\vec{r})}{\partial n} \right)_{\vec{r}=\vec{r}_A} \end{array} \right.
 \end{array} \quad (\text{VIII.6})$$

Aynı mâhiyette sınır şartları ψ nin eşleniği olan ψ^* için de câridir.

İHTİMÂLİYETİN SAKIMI.

Geçen bölümde bir tâneciğe eşlik eden DE BROGLIE dalgasından hareketle elde edilen ihtimâliyet yoğunluğu olan $\Psi^* \Psi$ çarpımının zamana tâbî olmadığına değinmiştik. Şimdi bu ihtimâliyetin sakındığını çok genel bir şekilde ve SCHRÖDINGER denkleminde hareketle ispatlayacağız. Bunun için (VII.12) denklemini

$$\Delta \Psi(\vec{r}, t) - \frac{8\pi^2 m}{h^2} V(\vec{r}) \Psi(\vec{r}, t) = -\frac{4\pi m i}{h} \frac{\partial \Psi(\vec{r}, t)}{\partial t} \quad (\text{VII.7})$$

şeklinde yazdıktan sonra bunun eşleniği olan

$$\Delta \Psi^*(\vec{r}, t) - \frac{8\pi^2 m}{h^2} V(\vec{r}) \Psi^*(\vec{r}, t) = \frac{4\pi m i}{h} \frac{\partial \Psi^*(\vec{r}, t)}{\partial t} \quad (\text{VIII.8})$$

denklemini göz önüne alalım. (VIII.7) yi soldan Ψ^* ve (VIII.8) i de soldan Ψ ile çarpıp birbirlerinden çıkaralım ve sonucu da Ψ nin uzaysal tanım bölgesi yâni tâneciğin bulunduğu B bölgesi üzerinden integre edelim; böylece

$$\begin{aligned}
 \iiint_B (\Psi^* \Delta \Psi - \Psi \Delta \Psi^*) dV &= -\frac{4\pi m i}{h} \iiint_B \left(\Psi^* \frac{\partial \Psi}{\partial t} + \Psi \frac{\partial \Psi^*}{\partial t} \right) dV \\
 &= -\frac{4\pi m i}{h} \frac{\partial}{\partial t} \iiint_B \Psi^* \Psi dV \quad (\text{VIII.9})
 \end{aligned}$$

bulunur. $\Delta = \text{div} \cdot \text{grad} = \vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla}$ olduğunu göz önünde tutarak buradan

$$\int \int \int_B \left\{ \frac{\hbar}{4\pi m i} \text{div} \Psi^* \cdot \text{grad} \Psi - \Psi \cdot \text{grad} \Psi^* \right\} + \frac{\partial}{\partial t} (\Psi^* \Psi) \Big\} dV = 0$$

olur ve buradan da

$$-\frac{\hbar i}{4\pi m} \text{div} (\Psi^* \cdot \text{grad} \Psi - \Psi \cdot \text{grad} \Psi^*) + \frac{\partial}{\partial t} (\Psi^* \Psi) = 0 \quad (\text{VIII.10})$$

bulunur. Eğer

$$\vec{J}(r, t) = -\frac{\hbar i}{4\pi m} (\Psi^* \cdot \text{grad} \Psi - \Psi \cdot \text{grad} \Psi^*) \quad (\text{VIII.11})$$

$$\rho(r, t) = \Psi^*(r, t) \cdot \Psi(r, t) \quad (\text{VIII.12})$$

vazedilecek olursa (VIII.10) bağıntısı

$$\text{div} \vec{J}(r, t) + \frac{\partial \rho(r, t)}{\partial t} = 0 \quad (\text{VIII.13})$$

elde edilir ki bu, fizikte (meselâ akışkanlar mekaniği ve elektromagnetik teoride olduğu gibi) sık sık rastlanan süreklilik denkleminin standart şeklinden başka bir şey değildir. Bu itibarla (VIII.11) ile tanımlanan $\vec{J}(r, t)$ ye de *ihtimâliyet akım yoğunluğu* adı verilir.

Şimdi (VIII.9) denkleminin sol tarafındaki hacim integraline GREEN formülünü tatbik ederek bunu, sonlu B hacmini sınırlandıran S yüzeyi üzerinden alınmış iki katlı bir yüzey integraline dönüştürelim; \vec{n} ile S ye içeriden dışarı doğru dik yöndeki birim normal vektörünü ve n ile de bu vektör doğrultusundaki değişkeni göstererek:

$$\begin{aligned} \int \int \int_B (\Psi^* \cdot \Delta \Psi - \Psi \cdot \Delta \Psi^*) dV &= \int \int_S (\Psi^* \cdot \text{grad} \Psi - \Psi \cdot \text{grad} \Psi^*) \cdot \vec{n} dS \\ &= \int \int_S \left(\Psi^* \frac{\partial \Psi}{\partial n} - \Psi \frac{\partial \Psi^*}{\partial n} \right) dS = -\frac{4\pi m i}{\hbar} \frac{\partial}{\partial t} \int \int \int_B \Psi^* \Psi dV \end{aligned}$$

bulunur. Ancak, (VIII.6) sınır şartları dolayısıyla Ψ ve Ψ^* fonksiyonları S yüzeyi üzerinde sıfır değeri haiz olduklarından bu son denklemin solu sıfır olur ve sonuç olarak da buradan

$$\frac{\partial}{\partial t} \int \int \int_B \Psi^* \Psi dV = 0$$

bulunur. Hâlbuki buradaki integral DE BROGLIE dalgasının eşlik ettiği tâneciğin bütün B hacminde bulunmasının P ihtimâlini vermektedir.

Şu hâlde

$$\frac{\partial P}{\partial t} = 0 \quad \text{veyâ} \quad P = \int \int \int_B \Psi^* \Psi \, dV = \text{sâbit}$$

olur ki bu da tâneciğin göz. öz.üne alınan hacimde bulunması ihtimâlinin sakımından başka bir şey değildir. Ψ eğer önceden normalize edilmiş ise, önceki derslerden $P=1$ olacağını biliyoruz.

SCHRÖDİNGER DENKLEMİNİN ÖZDEĞERLERİ VE ÖZFONKSİYONLARI.

Eğer herhangi bir f fonksiyonuna \odot gibi bir operatörün uygulanmasıyla f nin λf gibi bir katı elde edilirse, yâni

$$\odot f = \lambda f \quad (\text{VIII.14})$$

ise, bu (VIII.14) denkleminin \odot operatörünün *özdeğer problemi*ni temsil ettiği söylenir. \odot operatörü bir sayı olabilir; lâplasyen operatörü gibi diferansiyel bir operatör olabilir; ya da çok daha girift mâhiyeti haiz bir operatör olabilir. λ daima sayısal bir parametredir. λ ya « \odot operatörünün bir *özdeğeri*» ve λ nın bu özel değeri için (VIII.14) özdeğer probleminin çözümü olan f fonksiyonuna da « \odot operatörünün λ özdeğeri-ne tekaabül eden *özfonksiyonu*» adı verilir.

Eğer f fonksiyonu bir takım sınır şartlarını sağlamakla yükümlüyse (VIII.14) özdeğer probleminin ancak λ nın belli bir takım değerleri için bir çözümü mevcûd olur. Eğer (VIII.14) denklemi λ nın *münferit* (*diskret*) sonlu ya da sonsuz sayıda değeri için çözümü haiz ise \odot operatörünün *münferit* (*diskret*) bir *spektrumu*, ve eğer bu denklem λ nın sürekli bir takım değerleri için çözümü haiz ise \odot operatörünün *sürekli bir spektrumu* haiz olduğu söylenir. Bazı operatörlerin spektrumları münferit ve sürekli olmak üzere iki kısımdan oluşmuş da olabilir. Eğer bir özdeğere birden fazla özfonksiyon tekaabül ederse, o özdeğere *soysuzlaşmış özdeğer* adı verilir.

Şimdi (VIII.2) SCHRÖDİNGER denklemini

$$\left\{ \Delta - \frac{8\pi^2 m}{h^2} V(\vec{r}) \right\} \psi(\vec{r}) = - \frac{8\pi^2 m}{h^2} E \psi(\vec{r}) \quad (\text{VIII.15})$$

şeklinde yazarsak bu, $\psi(\vec{r})$ özfonksiyonuna uygulanmış olan

$$\mathcal{O} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{8\pi^2 m}{h^2} V(x, y, z) \quad (\text{VIII.16})$$

şeklindeki bir operatörün özdeğer probleminin vaz'ından başka bir şey değildir. (VIII.15) özdeğer problemi, (VIII.16) operatörünün özdeğerlerinin göz önüne alınmış olan tâneciğin haiz olabileceği toplam enerjileri olduğunu ortaya kaymaktadır.

Şimdi SCHRÖDİNGER denklemini E_m ve E_n gibi farklı iki özdeğere tekaabül eden farklı $\psi_m(\vec{r})$ ve $\psi_n(\vec{r})$ fonksiyonları için yazalım:

$$\begin{aligned} \Delta\psi_m + \frac{8\pi^2 m}{h^2} (E_m - V) \psi_m &= 0 \\ \Delta\psi_n + \frac{8\pi^2 m}{h^2} (E_n - V) \psi_n &= 0 \end{aligned} \quad (\text{VIII.17})$$

olur. İlk denklemin kompleks eşleniği, E_m ve V nin reel olmaları dolayısıyla,

$$\Delta\psi_m^* + \frac{8\pi^2 m}{h^2} (E_m - V) \psi_m^* = 0 \quad (\text{VIII.18})$$

yazılır. Buna göre, (VIII.17) yi ψ_m^* ile ve (VIII.18) i de ψ_n ile çarpıp her iki denklemi taraf tarafa birbirlerinden çıkardıktan sonra dalga fonksiyonlarının B tanım bölgeleri üzerinden integre edersek

$$\int \int \int_B (\psi_m^* \cdot \Delta\psi_n - \psi_n \cdot \Delta\psi_m^*) dV + \frac{8\pi^2 m}{h^2} (E_n - E_m) \int \int \int_B \psi_n \psi_m^* dV = 0$$

olur. Bu ifâdenin ilk terimine GREEN formülünü uygularsak, tıpkı yukarıda görülmüş olduğu üzere, B nin S sınır yüzeyi üzerinde ψ ve ψ^* ların sıfır olmalarından ötürü bu terim sıfır olur ve böylece

$$(E_n - E_m) \int \int \int_B \psi_n \psi_m^* dV = 0$$

bağıntısı elde edilir. $E_n \neq E_m$ olarak seçmiş olduğumuzdan $(E_n - E_m)$ farkı sıfırdan farklıdır; böylece her iki tarafı da $(E_n - E_m)$ ile bölersek

$$\int \int \int_B \psi_n \psi_m^* dV = 0 \quad (\text{VIII.19})$$

bulunur. Bu son bağıntı *diklik bağıntısı* adını alır. Bu, SCHRÖDİNGER

denkleminin iki farklı özdeğerine tekaabül eden iki özfonksiyonun tâneciğın içinde bulunduğu B hacmi içinde birbirlerine dik olduklarını ifade etmektedir.

Diğer taraftan belirli E_m bir özdeğerine tekaabül eden ψ_m özfonksiyonu için

$$\int \int \int_B \psi_m^* \psi_m dV = 1 \quad (\text{VIII.20})$$

olduğunu biliyoruz. Bir kere daha belirtmek gerekiyorsa (VIII.20) nin, E_m toplam enerjisini haiz tâneciğın B hacmi içinde kesinlikle bulunduğuna işâret ettiğini söyleyelim. Yeni bir notasyon ithâl etmek sûretiyle (VIII.19) ve (VIII.20) bağıntılarını kısaca

$$\int \int \int_B \psi_m^* \psi_n dV = \delta_{mn} = \begin{cases} 1 & \text{eğer } m=n \text{ ise} \\ 0 & \text{eğer } m \neq n \text{ ise} \end{cases} \quad (\text{VIII.21})$$

şeklinde yazmak kaabildir. δ_{mn} ye KRÖNECKER sembolü adı verilir. (VIII.21) bağıntısı, böylelikle, SCHRÖDİNGER denkleminin özfonksiyonlarının bir *ortonormâl fonksiyonlar ailesi* teşkil ettiklerine delâlet etmektedir; yâni bunlar aralarında hem dik olan fonksiyonlardır ve hem de kendi kompleks eşlenikleriyle *skaler çarpımları* (= kendi eşlenikleriyle çarpımlarının, tanım bölgeleri üzerinden integrali) bire eşittir

Eğer herhangi bir B bölgesinde $\{\psi_n(\vec{r})\}$ gibi dik bir fonksiyon ailesi tanımlamak mümkün ise, $\Phi(\vec{r})$ ile aynı B bölgesini tamamen ya da kısmen tanım bölgesi olarak kabul eden bir fonksiyon verildiğinde bu $\Phi(\vec{r})$ fonksiyonu $\{\psi_n(\vec{r})\}$ dik fonksiyonu ailesinin bir serisi şeklinde temsil etmek kaabil olur:

$$\Phi(\vec{r}) = \sum_n c_n \psi_n(\vec{r}) \quad (\text{VIII.22})$$

Buna $\Phi(\vec{r})$ yi $\psi_n(\vec{r})$ dik fonksiyonları cinsinden seriye açmak denir.

Gerçekten de eğer (VIII.22) açımı geçerli ise c_m katsayılarının da tâyin edilebilmesi gerekir. Bunun için (VIII.22) nin her iki yanının $\psi_m^*(\vec{r})$ ile yukarıdaki anlamda skaler çarpımlarını alalım. $\{\psi_n(\vec{r})\}$ ortonormâl bir fonksiyon ailesi teşkil ediyorsa (VIII.21) bağıntısından ötürü

$$c_n = \int \int \int_B \psi_n^*(\vec{r}) \cdot \Phi(\vec{r}) dV \quad (\text{VIII.23})$$

bulunur. (VIII.23) ü (VIII.22) ye taşırsak

$$\begin{aligned} \Phi(\vec{r}) &= \sum_n \left(\int \int \int_B \psi_n^*(\vec{r}') \cdot \Phi(\vec{r}') dV' \right) \psi_n(\vec{r}) \\ &= \int \int \int_B \left(\sum_n \psi_n^*(\vec{r}') \psi_n(\vec{r}) \right) \Phi(\vec{r}') dV' \end{aligned} \quad (\text{VIII.24})$$

yazılabilir. Burada üslü değişkenler normâl değişkenlerle integrali alınan fonksiyonların değişkenlerini ayırdetmek için konulmuş olup integrasyon işlemi sâdece bu üslü değişkenli fonksiyonları etkilemektedir.

(VIII.24) ün sağında parantez içindeki ifâde hem \vec{r} ve hem de \vec{r}' yervektörlerinin fonksiyonudur. Bunu

$$\delta(\vec{r}' - \vec{r}) = \delta(\vec{r} - \vec{r}') = \sum_n \psi_n^*(\vec{r}') \psi_n(\vec{r}) \quad (\text{VIII.25})$$

ile gösterelim. Buna binâen (VIII.24)

$$\int \int \int_B \delta(\vec{r}' - \vec{r}) \cdot \Phi(\vec{r}') dV' = \Phi(\vec{r}) \quad (\text{VIII.26})$$

şekline girer. Bu ise, \vec{r} ve \vec{r}' diye farklı iki yervektörü verildiğinde $\Phi(\vec{r}')$ nün $\delta(\vec{r}' - \vec{r})$ ile skaler çarpımının $\Phi(\vec{r}')$ üzerindeki etkisinin sâdece \vec{r}' yü \vec{r} ye dönüştürmekten ibâret olduğunu göstermektedir. $\delta(\vec{r}' - \vec{r})$ ye *DİRAC ölçümü* veyâ *fonksiyonu* (!) adı verilir.

$\vec{r} = 0$ için (VIII.26) dan

$$\int \int \int_B \delta(\vec{r}') \Phi(\vec{r}') dV = \Phi(0) \quad (\text{VIII.27})$$

olduğu sonucu çıkar. (VIII.25) ifâdesi DİRAC ölçümünün bir seri şeklindeki temsilini göstermektedir. \odot operatörünün özfonksiyonları arasında (VIII.25) bağıntısı geçerli ise buna *tamlık bağıntısı* ya da *kapanış bağıntısı* adı verilir. Aralarında (VIII.25) tamlık bağıntısı ile bağlı olan ortonormâl özfonksiyon dizisine *tam* bir ortonormâl özfonksiyon dizisi adı verilir.

Göz önüne alınan ∇^2 operatörü, (VIII.16) ile tanımlanan SCHRÖDİNGER operatörü ve ψ_n özfonksiyonları da SCHRÖDİNGER denkleminin normalize edilmiş çözümleri olabilirler. Eğer $\psi(\vec{r})$ ile B bölgesinde tanımlanmış normalize bir fonksiyon alırsak, B de bunu $\{\psi_n(\vec{r})\}$ cinsinden seriye açabiliriz:

$$\psi(\vec{r}) = \sum_n c_n \psi_n(\vec{r}). \quad (\text{VIII.28})$$

$\psi(\vec{r})$ normalize bir fonksiyon olduğuna göre

$$\begin{aligned} 1 &= \int_B \int_B \int_B \psi^*(\vec{r}) \psi(\vec{r}) dV = \int_B \int_B \int_B \left(\sum_n c_n^* \psi_n^*(\vec{r}) \right) \left(\sum_m c_m \psi_m(\vec{r}) \right) dV \\ &= |c_1|^2 + |c_2|^2 + \dots + |c_n|^2 + \dots \end{aligned} \quad (\text{VIII.29})$$

bağıntısıyla tanımlanır.

SCHRÖDİNGER DENKLEMİNİN FORMEL GENEL ÇÖZÜMÜ; HALERİN SÜPERPOZİSYONU.

Şimdi bir $V(\vec{r})$ potansiyel fonksiyonundan türeyen bir kuvvet alanının etkisi altındaki m kütleli bir taneccığın bir B bölgesine hapsedilmiş olduğunu tasarlayalım. Bunun B deki mümkün enerji seviyeleri SCHRÖDİNGER denkleminin B deki özdeğerleri olacak ve tanecciğe tekaabül eden dalga fonksiyonu da, SCHRÖDİNGER denkleminin lineer bir diferansiyel denklem olmasından ötürü, özfonksiyonlarının lineer bir kombinasyonu olacaktır. Eğer zamana bağlı hâli göz önüne alıyorsak (VIII.7) dalga denklemleri olan

$$\Delta \Psi(\vec{r}, t) - \frac{8\pi^2 m}{h^2} V(\vec{r}) \Psi(\vec{r}, t) = - \frac{4\pi m i}{h} \frac{\partial \Psi(\vec{r}, t)}{\partial t} \quad (\text{VIII.7})$$

denklemleri

$$\Psi(\vec{r}, t) = \psi(\vec{r}) \cdot e^{-\frac{2\pi i E}{h} t} \quad (\text{VIII.30})$$

vazetmek suretiyle

$$\Delta \psi(\vec{r}) + \frac{8\pi^2 m}{h^2} [E - V(\vec{r})] \psi(\vec{r}) = 0 \quad (\text{VIII.2})$$

SCHRÖDİNGER denklemini verecektir. Bu itibarla (VIII.2) nin her bir E_n özdeğerine tekaabül eden $\psi_n(\vec{r})$ özfonksiyonu aracılığıyla (VIII.7) nin, (VIII.30) a binâen,

$$\Psi_n(\vec{r}, t) = \psi_n(\vec{r}) e^{-\frac{2\pi i E_n}{h} t} \quad (\text{VIII.31})$$

şeklinde bir özel çözümü bulunmuş olur. Şu hâlde (VIII.7) nin genel çözümü (VIII.31) şeklindeki bütün özel çözümlerin lineer bir kombinasyonu olacağından bu

$$\Psi(\vec{r}, t) = \sum_n c_n \psi_n(\vec{r}) \cdot e^{-\frac{2\pi i E_n}{h} t} \quad (\text{VIII.32})$$

bulunur.

(VIII.28) ifâdesine «hâllerin süperpozisyonu» adı verilir. (VIII.29) ifâdesi ise göz önüne alınan sistemin toplam enerjisinin, meselâ, E_n ye eşit olmasının ihtimâlinin c_n^2 olduğuna işaret etmektedir.

* FARKLI İKİ KUVANTUM HÂLİ ARASINDA GEÇİŞ.

Yukarıda aynı bir tâneciğe tekaabül eden ve bir takım sınır şartlarını sağlayan dalga fonksiyonlarının SCHRÖDİNGER denkleminin özfonksiyonları olduğunu ve her bir fonksiyona tekaabül eden özdeğerlerin de, esâsında, göz önüne alınan tâneciğin mümkün enerji değerleri olduğunu gördük. Böylelikle belirli bazı fiziksel şartlara tâbi olarak göz önüne alınan tâneciğin enerjisinin kuvantalaştırılması ya da başka bir deyimle bu tâneciğin kuvantum hâllerinin tesbiti, vazedilen bu fiziksel şartlar altında, SCHRÖDİNGER denkleminin özdeğerlerinin tesbitine ircâ edilmiş oluyordu.

Bilindiği gibi $P(\vec{r})$ gibi bir fonksiyonun B tanım bölgesi üzerinden integrali eğer

$$\int \int \int_B P(\vec{r}) dV = 1$$

ise bu $P(\vec{r})$ fonksiyonu bir ihtimâliyet fonksiyonu ya da başka bir deyimle dağılım fonksiyonu gözüyle bakılabilir ve bu takdirde de aynı B bölgesinde tanımlanmış olan $g(\vec{r})$ gibi bir büyüklüğün $P(\vec{r})$ ye göre ortalama değeri de

$$\langle g(\vec{r}) \rangle = \overline{g(\vec{r})} = \frac{\int \int \int_B g(\vec{r}) \cdot P(\vec{r}) dV}{\int \int \int_B P(\vec{r}) dV} = \int \int \int_B g(\vec{r}) \cdot P(\vec{r}) dV \quad (\text{VIII.33})$$

şeklinde olacaktır. (VIII.7) ye eşlenik denklemin genel çözümü ise

$$\Psi^*(\vec{r}, t) = \sum_n c_n \psi_n(\vec{r}) \cdot e^{\frac{2\pi i E_n}{h} t} \quad (\text{VIII.34})$$

şeklinde olacaktır. Buna binâen de $\Psi^* \Psi$ ihtimâliyet yoğunluğu

$$\begin{aligned} \Psi^* \Psi &= \sum_n \sum_m c_n c_m^* \psi_n \psi_m^* \cdot e^{\frac{2\pi i}{h} (E_n - E_m) t} = \\ &= \sum_n c_n^* c_n \psi_n^* \psi_n + \sum_{n \neq m} \sum_{m \neq n} c_n c_m \psi_n \psi_m^* \cdot e^{-\frac{2\pi i}{h} (E_n - E_m) t} \end{aligned} \quad (\text{VIII.35})$$

olur.

Bu takdirde göz önüne alınan tâneciğın orijine olan $|\vec{r}|$ uzaklığının ortalama değeri (VIII.33) tanım bağıntısı uyarınca

$$\begin{aligned} \langle |\vec{r}| \rangle &= \int \int \int_B |\vec{r}| \cdot \Psi^*(\vec{r}, t) \Psi(\vec{r}, t) dV = \\ &= \sum_n c_n c_n^* \int \int \int_B |\vec{r}| \cdot \psi_n^*(\vec{r}) \psi_n(\vec{r}) dV + \\ &+ \sum_{n \neq m} \sum_{m \neq n} c_n c_m^* \cdot e^{-\frac{2\pi i}{h} (E_n - E_m) t} \int \int \int_B |\vec{r}| \cdot \psi_n(\vec{r}) \psi_m^*(\vec{r}) dV \end{aligned} \quad (\text{VIII.36})$$

ye eşit olur. Bu ifâdedeki sanal argümentli üstel çarpan

$$v_{mn} = \frac{E_m - E_n}{h} \quad (\text{VIII.37})$$

frekanslı peryodik bir fonksiyondur. Bu itibarla (VIII.36) yerine

$$\begin{aligned} \langle |\vec{r}| \rangle &= \sum_n c_n c_n^* \int \int \int_B |\vec{r}| \cdot \psi_n(\vec{r}) \psi_n^*(\vec{r}) dV + \\ &+ \sum_{n \neq m} \sum_{m \neq n} c_n c_m^* \cdot e^{2\pi i v_{mn} t} \int \int \int_B |\vec{r}| \cdot \psi_n(\vec{r}) \psi_m^*(\vec{r}) dV \end{aligned} \quad (\text{VIII.38})$$

yazılır.

Eğer göz önüne alınan tânecik belirli bir p hâlindeyse yâni kuvantalaştırılmış E_p enerjisini haiz ise (VIII.35)

$$\Psi^* \Psi = c_p c_p^* \psi_p(\vec{r}) \psi_p^*(\vec{r})$$

ve dolayısıyla da

$$\langle |\vec{r}| \rangle = c_p c_p^* \int_B \int \int |\vec{r}| \cdot \psi_p(\vec{r}) \psi_p^*(\vec{r}) dV = \text{sâbit}$$

olur. Fakat buna karşılık eğer tâneciğin m ya da n de bulunması muhtemelse ya da başka bir deyimle eğer tânecik bu iki hâl arasında bir geçişe tâbî ise, (VIII.38) deki zamana bağlı periyodik terimden ötürü tâneciğin orijine olan ortalama uzaklığının ν_{mn} frekansı ile salınım yaptığı anlaşılmaktadır. Değeri (VIII.37) ile verilmiş olan ν_{mn} frekansının bu değeri BOHR'un, kendi atom modelinde, bir elektronun bir kuvantum hâline tekaabül eden bir yörüngeden bir başka kuvantum hâline tekaabül eden bir yörüngeye sıçradığı takdirde yayınlayacağı fotonun frekansı olarak varsaydığı değerdir.

Böylece, genel olarak, bağımlı (yâni belirli bir kuvvet alanının etkisi altında ve belirli bir B bölgesinde bulunmaya zorlanmış) her tâneciğin orijine olan uzaklığının ortalama değerinin, mümkün iki kuvantum hâli arasındaki geçişte, (VIII.37) BOHR frekansı ile salınım yapacağını görmüş bulunuyoruz. Özellikle bunun bir atoma bağlı elektronlar için de böyle olacağı âşikâr olup üstelik deney de, bu hâlde, yüklü bir tânecik olan elektronun yayınladığı fotonun gerçekten de (VIII.37) frekansını haiz olduğunu göstermiştir.

* KUVANTUM MEKANİĞİNİN ÖZEL HÂLİ OLARAK KLASİK MEKANİK.

Klasik mekanikle kuvantum mekaniği arasındaki *metodolojik* belli başlı farklar: 1) birincisinde dikkatin doğrudan doğruya tânecik üzerinde yoğunlaşmış olmasına karşılık ikincisinde dikkatin tâneciğe refâkat eden ihtimâliyet dalgasının özellikleri üzerinde yoğunlaşmış olması, 2) klâsik mekaniğin, belirlilik ilkesi çerçevesi içinde, tâneciğe belirli bir yörünge tekaabül ettirmesi ve bununla tâneciğin bütün dinamik özelliklerini

$$m \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = \vec{F} = - \text{grad } V(\vec{r}) \quad (\text{VIII.39})$$

şeklindeki Newton'un ikinci kanunundan hareketle elde etmesine karşılık kuvantum mekaniğinin, temelinde mevcûd olan belirsizlik ilkesi mûcibince, tâneciğe tamamen belirli bir yörünge tekaabül ettirememesi ve tânecik hakkındaki bütün bilgileri

$$\Delta\Psi(\vec{r},t) - \frac{8\pi^2 m}{h^2} V(\vec{r}) \Psi(\vec{r},t) = - \frac{4\pi m i}{h} \frac{\partial\Psi(\vec{r},t)}{\partial t} \quad (\text{VIII.40})$$

SCHRÖDİNGER dalga denkleminin çözümü olan ve göz önüne alınan tâneciğe tekaabül ettirilen ihtimâliyet dalgasından hareketle elde etmesidir.

Diğer taraftan BOHR'un *aktarma ilkesinin* bu iki disiplin arasında sürekliliği sağlayan bir köprü vazifesi gördüğüne işâret etmiş ve bazı somut misâller üzerinde de bunu bilfiil müşâhede ederek gerçekten de klâsik mekanik sonuçlarının kuvantum mekaniği sonuçlarının özel hâlleri olarak yorumlanabileceklerini görmüş bulunmaktayız. (Bk. IV. ve VI. BÖLÜM). Bu arada tabii bir soru kendiliğinden ortaya çıkmaktadır: Acaba (VIII.39) Newton denklemi de (VIII.40) SCHRÖDİNGER denkleminin özel bir hâli addolunabilir mi? İşte bu alt-bölümün amacı bu sorunun cevabının gerçekten de olumlu olduğunu göstermektir.

Şimdi normalize bir $\Psi = \Psi(x, y, z, t)$ fonksiyonuyla belirlenmiş bir dalga paketi yâni, meselâ $V = V(x, y, z)$ potansiyelinin doğurduğu bir kuvvet alanı içindeki m kütleli bir tâneciğe tekaabül eden bir DE BROGLIE dalgası göz önüne alalım. Bu takdirde

$$\left. \begin{aligned} \langle x(t) \rangle = \bar{x} &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot \Psi^*(x,y,z,t) \Psi(x,y,z,t) dx dy dz \\ \langle y(t) \rangle = \bar{y} &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} y \cdot \Psi^*(x,y,z,t) \Psi(x,y,z,t) dx dy dz \\ \langle z(t) \rangle = \bar{z} &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} z \cdot \Psi^*(x,y,z,t) \Psi(x,y,z,t) dx dy dz \end{aligned} \right\} \quad (\text{VIII.41})$$

ortalama değerleri, tanım gereğince, bu dalga paketinin ağırlık merkezinin koordinatlarını teşkil ederler; eğer dalga paketi gitgide küçülecek olsa sonunda bütün dalga $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$ koordinatlarını haiz bir noktaya mün-

cer olur. İşte bu $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$ noktasının NEWTON'un (VIII.39) ile verilmiş kanununa uygun bir şekilde bir $V = V(\vec{r})$ potansiyel alanında hareket eden m kütleli bir tâneceğin hareketine özdeş bir hareket icrâ ettiğini göstermek istiyoruz.

Bunun için önce, (VIII.40) SCHRÖDİNGER denkleminin eşleniğinin

$$\Delta \Psi^* - \frac{8\pi^2 m}{h^2} V(\vec{r}) \Psi^* = \frac{4\pi m i}{h} \frac{\partial \Psi^*}{\partial t} \quad (\text{VIII.42})$$

olduğuna işâret edelim. $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$ noktasının hızına gelince bu (VIII.41) ifâdesini zamana göre türetmekle elde edilecektir. Bu itibarla ve (VIII.42) \bar{y} de göz önünde bulundurarak

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{x}}{dt} &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial \Psi^*}{\partial t} x \Psi dx dy dz + \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \Psi^* x \frac{\partial \Psi}{\partial t} dx dy dz \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{h}{4\pi m i} \left(\Delta \Psi^* - \frac{8\pi^2 m}{h^2} V \Psi^* \right) x \Psi dx dy dz - \\ &\quad - \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \Psi^* x \frac{h}{4\pi m i} \left(\Delta \Psi - \frac{8\pi^2 m}{h^2} V \Psi \right) dx dy dz \\ &= \frac{h}{4\pi m i} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} [(\Delta \Psi^*) x \Psi - \Psi^* x (\Delta \Psi)] dx dy dz \quad (\text{VIII.43}) \end{aligned}$$

ifâdesi elde edilir. Bunun birinci terimi üç boyutta kısmî integrasyonla

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} (\Delta \Psi^*) (x \Psi) dx dy dz &= \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \left\{ \vec{\nabla} [(\vec{\nabla} \Psi^*) (x \Psi)] - (\vec{\nabla} \Psi^*) \cdot \vec{\nabla} (x \Psi) \right\} dx dy dz \quad (\text{VIII.44}) \end{aligned}$$

şekline girer. Hâlbuki bu son ifâdenin de birinci terimi GAUSS teoremiyle sonsuz bir yüzey integraline çevrilebilir ve

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \vec{\nabla} \cdot [(\vec{\nabla}\Psi^*)(x\Psi)] dx dy dz = \int_S (\vec{\nabla}\Psi^*)(x\Psi) \cdot \vec{n} dS = 0 \quad (\text{VIII.45})$$

bulunur; çünkü gerek Ψ gerekse Ψ^* sonsuzda sıfır olurlar. [Bk. (VIII.4)]. Buna binâen (VIII.44) denklemi, ikinci teriminin Ψ^* ve $x\Psi$ ye göre simetrik olduğunu da göz önünde bulundurmak sûretiyle

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} (\Delta\Psi^*)(x\Psi) dx dy dz &= - \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} (\vec{\nabla}\Psi^*) \cdot \vec{\nabla}(x\Psi) dx dy dz = \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \Psi^* \cdot \Delta(x\Psi) dx dy dz \end{aligned}$$

şekline girer. Şu hâlde (VIII.43) denklemi için bu şartlar altında

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{x}}{dt} &= \frac{\hbar}{4\pi im} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \Psi^* [\Delta(x\Psi) - x \cdot \Delta\Psi] dx dy dz = \\ &= \frac{\hbar}{2\pi im} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \Psi^* \frac{\partial\Psi}{\partial x} dx dy dz \quad (\text{VIII.46}) \end{aligned}$$

bulunur. Bu son ifâdenin elde edilmesi sırasında

$$\begin{aligned} \Delta(x\Psi) &= \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) (x\Psi), \\ \frac{\partial(x\Psi)}{\partial x} &= \Psi + x \frac{\partial\Psi}{\partial x}, \\ \frac{\partial^2(x\Psi)}{\partial x^2} &= \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial(x\Psi)}{\partial x} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\Psi + x \frac{\partial\Psi}{\partial x} \right) \\ &= \frac{\partial\Psi}{\partial x} + \frac{\partial\Psi}{\partial x} + x \frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2} = 2 \frac{\partial\Psi}{\partial x} + x \frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2}, \\ \frac{\partial^2(x\Psi)}{\partial y^2} &= x \frac{\partial^2\Psi}{\partial y^2}, \quad \frac{\partial^2(x\Psi)}{\partial z^2} = x \frac{\partial^2\Psi}{\partial z^2} \end{aligned}$$

ve dolayısıyla da

$$\Delta(x\Psi) = 2 \frac{\partial \Psi}{\partial x} + x \Delta \Psi$$

olacağını göz önünde tutmak gerekmektedir.

Bu itibarla (VIII.46) m ile çarpılır ve bir kere daha t ye göre türetilcek olursa SCHRÖDİNGER denklemini de hesaba katarak

$$\begin{aligned} m \frac{d^2 \bar{x}}{dt^2} &= \frac{\hbar}{2\pi i} \int_{-\infty}^{+\infty} \int \int \frac{\partial \Psi^*}{\partial t} \frac{\partial \Psi}{\partial x} dx dy dz + \\ &+ \frac{\hbar}{2\pi i} \int_{-\infty}^{+\infty} \int \int \Psi^* \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \Psi}{\partial t} \right) dx dy dz \\ &= \frac{\hbar}{2\pi i} \int_{-\infty}^{+\infty} \int \int \frac{\hbar}{4\pi m i} \left(\Delta \Psi^* - \frac{8\pi^2 m}{\hbar^2} V \Psi^* \right) \frac{\partial \Psi}{\partial x} dx dy dz - \\ &- \frac{\hbar}{2\pi i} \int_{-\infty}^{+\infty} \int \int \Psi^* \frac{\hbar}{4\pi m i} \left[\frac{\partial}{\partial x} \Delta \Psi - \frac{8\pi^2 m}{\hbar^2} \frac{\partial}{\partial x} (V \Psi) \right] dx dy dz \\ &= - \frac{\hbar^2}{8\pi^2 m} \int_{-\infty}^{+\infty} \int \int \left[(\Delta \Psi^*) \frac{\partial \Psi}{\partial x} - \Psi^* \cdot \Delta \left(\frac{\partial \Psi}{\partial x} \right) + \Psi^* \frac{8\pi^2 m}{\hbar^2} \frac{\partial V}{\partial x} \Psi \right] dx dy dz \end{aligned}$$

ifâdesi elde edilir. Hâlbuki son integraldeki birinci ve ikinci terimlerin bu üç katlı integrali sonsuz bir yüzey integraline dönüştürmekle sıfır oldukları tıpkı yukarıda olduğu gibi kolaylıkla tesbit olunur ve sonuç olarak da

$$m \frac{d^2 \bar{x}}{dt^2} = \int_{-\infty}^{+\infty} \int \int \left(- \frac{\partial V}{\partial x} \right) \Psi^* \Psi dx dy dz \quad (\text{VIII.47})$$

bulunur; bunun sağ yanı tâneciğe etki yapan $(-\partial V/\partial x)$ kuvvetinin ortalama değerinden başka bir şey değildir. Buna binâen

$$m \frac{d^2 \langle x(t) \rangle}{dt^2} = - \left\langle \frac{\partial V(\vec{r})}{\partial x} \right\rangle$$

olur. Benzer hesaplar $\langle y(t) \rangle$ ve $\langle z(t) \rangle$ için de yapılırsa sonunda $\vec{r}(t)$ yervektörünün yukarıdaki anlamda ortalama değeri için

$$m \frac{d^2 \langle \vec{r}(t) \rangle}{dt^2} = - \langle \text{grad } V(\vec{r}) \rangle \quad (\text{VIII.48})$$

bağıntısı elde edilmiş olur.

Eğer göz önüne alınan dalga paketinin boyutları bir noktaya mün-
cer olursa bu takdirde (VIII.48) bağıntısı: *kütle* \times *ivme* = *kuvvat* oldu-
ğunu gösterir ki bu da NEWTON'un ikinci hareket kanunundan başka
bir şey değildir. Böylelikle NEWTON'un hareket denkleminin SCHRÖ-
DİNGER denkleminde nasıl çıkarıldığı ve bunun SCHRÖDİNGER
denkleminin nasıl bir limit hâli olarak yorumlanabileceği görülmüş ve
BOHR'un aktarma ilkesinin bu cihetten de geçerli olduğu müşâhede edil-
miş olmaktadır.

IX. BÖLÜM

Schrödinger Denkleminin Çözümlerine Örnekler

HARMONİK OSİLATÖR:

Eğer bir sistem bir denge durumu civarında sâbit genlikli titreşimler yaparsa bu hareketin bir harmonik osilâtör hareketi olduğu, böyle bir sistemin de bir harmonik osilâtör teşkil ettiği söylenir. Bir harmonik osilâtör hareketinin var olabilmesi için gerekli şart, sisteme, onu kararlı dengé noktasına doğru çekici bir etki yapan

$$\vec{F} = -kr \quad (\text{IX.1})$$

şeklinde bir kuvvetin uygulanmış olmasıdır. İki atomlu bir molekülün veyâ bir kristâl şebekesi içindeki atomların ve kezâ bir çelik yaya bağlı bir kütlenin denge durumları civarındaki titreşimleri harmonik osilâtör hareketlerine örnek olarak gösterilebilirler.

(IX.1) i dik kartezyen eksenlere izdüşürecek olursak, meselâ x eksenini boyunca, bu denklem

$$F_x = m \frac{d^2x}{dt^2} = -kx \quad (\text{IX.2})$$

ya da

$$\frac{\omega_0}{2\pi} = \nu_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \quad \text{veyâ} \quad k = 4\pi^2 m \nu_0^2 \quad (\text{IX.3})$$

vaz etmek sûretiyle

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0 \quad (\text{IX.4})$$

şekline girer. Burada ν_0 klâsik Newton mekaniği bakımından hareketin frekansını göstermektedir.

(IX.4) ün çözümü

$$x = x(t) = a \cdot \sin 2\pi\nu_0(t - \varphi) = a \cdot \sin \sqrt{\frac{k}{m}}(t - \varphi)$$

şeklindedir; burada a harmonik osilâtörün maksimum genliğini, φ de

$t=0$ için faz açısını göstermektedir. Harmonik osilâtör hareketi yapan m kütleli tâneceğin toplam mekanik enerjisi

$$\bar{E}_0 = K + V$$

şeklinde olup enerjinin korunum ilkesine göre bu enerji sâbittir. Bu sâbit toplam enerjisi hesaplamak için en uygun hesap şartlarını seçelim; bunlar şüphesiz ki $V=0 \rightarrow K=K_{\max}=\bar{E}_0$ şartlarıdır. Öte yandan

$$V(x) = - \int F_x dx = \frac{k}{2} x^2 = \frac{k a^2}{2} \sin^2 \sqrt{\frac{k}{m}} (t - \varphi)$$

olduğundan $V=0$ olması için $t=\varphi$ olmalıdır. Şu hâlde

$$\bar{E}_0 = K_{\max} = \frac{1}{2} m v^2_{\max} = \frac{1}{2} m \left(\frac{dx}{dt} \right)_{t=\varphi}^2 = \frac{k a^2}{2}$$

olur; yâni maksimum genlikle harmonik osilâtörün toplam mekanik enerjisi arasında

$$a^2 = \frac{2\bar{E}_0}{k} \quad (\text{IX.5})$$

şeklinde bir bağıntı bulunur.

Şimdi tek boyutlu SCHRÖDİNGER denkleminin dayananarak harmonik osilâtör hâlini kuvantum mekaniği çerçevesi içinde inceleyebilmek üzere (IX.2) kuvvet alanını doğuran

$$V(x) = \frac{k}{2} x^2$$

potansiyel fonksiyonunu SCHRÖDİNGER denkleminde yerine koyarsak

$$\frac{d^2\psi(x)}{dx^2} + \frac{8\pi^2 m}{h^2} \left(E - \frac{kx^2}{2} \right) \psi(x) = 0 \quad (\text{IX.6})$$

olur. Bu denklemi daha basit bir şekle indirgemek mümkündür. Bunun için

$$q = 2\pi \sqrt{\frac{m\nu_0}{h}} x$$

şeklinde bir değişken dönüşümü yapıp

$$C = \frac{2E}{h\nu_0} \quad (\text{IX.7})$$

vâzedelim. Buna göre artık SCHRÖDİNGER denkleminin

$$\frac{d^2\psi(q)}{dq^2} + (C - q^2) \cdot \psi(q) = 0 \quad (\text{IX.8})$$

şekline girdiği kolayca hesaplanır.

Bu denklemi çözebilmek için bunun

$$\psi(q) = H(q) \cdot e^{-q^2/2} = \frac{H(q)}{e^{q^2/2}} \quad (\text{IX.9})$$

şeklinde çözümleri olup olmadığını araştıralım. (IX.9) ifâdesini (IX.8) denkleme vaz edince $H(q)$ fonksiyonunun

$$\frac{d^2 H(q)}{dq^2} - 2q \frac{dH(q)}{dq} + (C-1) \cdot H(q) = 0 \quad (\text{IX.10})$$

denklemini sağlaması gerektiği görülür. Bunu çözmek için ise $H(q)$ nun

$$H(q) = \sum_p a_p q^p \quad (\text{IX.11})$$

gibi bir seri hâlindeki gösterilişini göz önüne alacağız. Eğer (IX.11) deki seriye açılım katsayıları olan a_p leri (IX.10) denklemi aracılığıyla tâyin edebilirsek böylece $H(q)$ yü de tesbit etmiş oluruz. Gerçekten de (IX.11) in (IX.10) a ikaamesi sonucu a_p açılım katsayıları arasında

$$(p+2)(p+1)a_{p+2} - 2p a_p + (C-1)a_p = 0$$

yâni

$$a_{p+2} = -\frac{C-2p-1}{(p+1)(p+2)} a_p \quad (\text{IX.12})$$

şeklinde bir rekürans bağıntısının var olduğu görülür.

Bu rekürans bağıntısı aracılığıyla $H(q)$ yü temsil eden serideki peşpeşe iki terimin katsayıları oranının $p \rightarrow \infty$ için asimtotik davranışının

$$\lim_{p \rightarrow \infty} \frac{a_{p+2}}{a_p} \rightarrow \frac{2}{p} \quad (\text{IX.13})$$

olduğu görülmektedir. Öte yandan $\psi(q)$ nün ifâdesindeki $\exp(q^2/2)$ yi de bir Mc LAURİN serisine açarsak

$$\begin{aligned} e^{q^2/2} &= 1 + \frac{q^2}{2} + \frac{q^4}{2^2 \cdot 2!} + \frac{q^6}{2^3 \cdot 3!} + \dots \\ &= \sum_{p=0,2,4,\dots} \frac{1}{2^{p/2} \cdot \left(\frac{p}{2}\right)!} q^p = \sum_{p=0,2,4,\dots} b_p q^p \end{aligned}$$

bulunur. Buradan da, kolaylıkla, bu serideki peşpeşe iki terimin katsayıları oranının asimtotik davranışının da

$$\lim_{p \rightarrow \infty} \frac{b_{p+2}}{b_p} \rightarrow \frac{1}{p} \quad (\text{IX.14})$$

şeklinde olduğu bulunur.

(IX.13) ve (IX.14) ifâdeleri $\psi(q)$ nun ifâdesindeki $H(q)$ nun kuvvet serisinin katsayılarının $\exp(q^2/2)$ nin kuvvet serisinin katsayılarına nazaran daha yavaş azaldıklarını göstermektedir. Buna göre $q \rightarrow \infty$ için $\psi(q)$, bu durumda, sıfıra gidemeyecektir. Hâlbuki SCHRÖDİNGER denkleminin çözümlerinin fiziksel bir anlamı haiz olabilmeleri için geçen bölümde vaz edilmiş olan sınır şartlarına göre

$$\lim_{q \rightarrow \infty} \psi(q) = 0 \quad (\text{IX.15})$$

olması gerekir. Yukarıdaki incelememiz $H(q)$ nün açılımında sonsuz adet terim bulunduğu takdirde $\psi(q)$ nun sonsuzdaki sınır şartını sağlayamayacağını bize göstermektedir. Şu hâlde eğer $H(q)$ nun (IX.11) açılımındaki terimler sonlu ise $\exp(q^2/2)$ ifâdesi $q \rightarrow \infty$ için sonsuza daha çabuk gideceğinden (IX.15) sınır şartı sağlanmış olacaktır.

Şu hâlde belirli bir terimden itibaren (IX.10) açılımındaki katsayıların hepsi sıfır olmalıdır. Bu ise $(C - 2p - 1)$ in belirli bir terim için, meselâ n -ninci terim için sıfır olması yâni

$$C = 2n + 1 \quad (\text{IX.16})$$

olması demektir. Buna göre $a_{n+2} = a_{n+4} = \dots = a_{n+2m} = \dots = 0$ olurlar. Böylece $H(q)$ nun da n -ninci dereceden bir polinom olduğu anlaşılabilir olur. (IX.12) rekürans bağıntısı, birisi hâriç olmak üzere diğer bütün açılım katsayılarını temin eder.

(IX.7) den ve (IX.16) dan

$$C = \frac{2E}{h\nu_0} = 2n + 1$$

yâni

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2} \right) h\nu_0 \quad (\text{IX.17})$$

olması gerektiği bulunur. Bu, kuvantum mekaniği bakımından harmonik osilâtörün enerji seviyelerinin kuvantallaştırılmış olduğunu gösteren, SCHRÖDİNGER denkleminin özdeğerlerinin tesbitinden başka bir şey değildir.

Burada da PLANCK'ın varsayımına uygun olarak gene enerjinin

ancak $h\nu_0$ ın bir tam katı kadar değişeceği görülmektedir. Gerçekten de (IX.17) ye göre

$$E_{n+1} - E_n = h\nu_0$$

dır. Fakat burada klâsik kuvantum teorisiyle bir fark ortaya çıkmaktadır; klâsik kuvantum teorisinin, enerjinin daima $h\nu_0$ ın bir tam katı olmasını öngörmesine karşılık dalga mekaniği enerjinin $h\nu_0/2$ nin bir tam katı olmasını öngörmektedir. Bu takdirde $n=0$ dahî olsa

$$E_0 = \frac{h\nu_0}{2}$$

olacağından sistem daima bir kalıntı enerjiyi haiz olmağa devam edecektir.

(IX.10) denkleminin yukarıda (IX.15) sınır şartı altında elde edilen

$$H_n(q) = \sum_{p=0}^n a_p q^p$$

şeklindeki polinomlara HERMİTE polinomları adı verilir. İlk birkaç HERMİTE polinomuyla SCHRÖDİNGER denkleminin bunlara tekaabül eden özdeğerleri şunlardır:

n	$H_n(q)$	E_n
0	1	(1/2) $h\nu_0$
1	2q	(3/2) $h\nu_0$
2	$4q^2 - 2$	(5/2) $h\nu_0$
3	$8q^3 - 12q$	(7/2) $h\nu_0$
4	$16q^4 - 48q^2 + 12$	(9/2) $h\nu_0$
5	$32q^5 - 160q^3 + 120q$	(11/2) $h\nu_0$
.	.	.
.	.	.
.	.	.

Bütün $H_n(q)$ ler burada aynı bir sâbit çarpan yaklaşıklığıyla verilmiş bulunmaktadır. Ayrıca HERMİTE polinomlarının, kendi aralarında,

$$\frac{dH_n(q)}{dq} = 2n H_{n-1}(q)$$

ve

$$H_{n+1} - 2qH_n + 2n H_{n-1} = 0$$

şeklinde rekürans bağıntıları gerçekledikleri gösterilir. Ayrıca

$$\int_{-\infty}^{\infty} [H_n(q) \cdot e^{-q^2/2}]^2 dq = \sqrt{\pi} 2^n \cdot n!$$

bağıntısı da vardır.

Herbir E_n özdeğerine bir tek ψ_n dalga fonksiyonu tekaabül ettiğinden problem soysuzlaşmış değildir.

Lineer harmonik osilâtöre tekaabül eden (IX.6) SCHRÖDİNGER denkleminde $V(x) = kx^2/2$ çift bir fonksiyondur. Bu itibarla eğer $x' = -x$ vaz etmek sûretiyle bir simetri (=bakışım) dönüşümü yapılacak olursa yeni dalga denkleminin

$$\frac{d^2\psi(x')}{dx'^2} + \frac{8\pi^2m}{h^2} [E - V(x')] \psi(x') = 0 \quad (\text{IX.18})$$

şeklinde, yâni (IX.6) eski denklemin şeklen aynısı olduğu görülür. $|x| \rightarrow \infty$ için $\psi \rightarrow 0$ olması şeklinde ifade olunan sınır şartının da bu değişken dönüşümü dolayısıyla değişmeyeceği âşikârdır. SCHRÖDİNGER denkleminin bu hâl için x değişkenine göre simetrik olması keyfiyeti, problemin $x \rightarrow -x$ simetri (=bakışım) dönüşümüne göre invaryant olduğunu göstermektedir. Bu simetri (=bakışım) dolayısıyla eğer $\psi(x)$ SCHRÖDİNGER denkleminin belirli bir özdeğerine tekaabül eden bir özfonksiyonu ise (IX.6) ile şeklen tıpatıp aynı olan (IX.18) nin de aynı özdeğere tekaabül eden özfonksiyonu $\psi(x') = -\psi(x)$ olacaktır. Ancak harmonik osilâtörün soysuzlaşmamış bir problem olduğu bilindiğinden bu aynı bir özdeğere tekaabül eden $\psi(x)$ ve $\psi(-x)$ özfonksiyonları birbirlerinden ancak sâbit bir çarpan farkıyla ayrılabilirler:

$$\psi(-x) = \alpha \cdot \psi(x)$$

Bu ifâdeden hareketle bir kere daha $x \rightarrow -x$ şeklindeki bir simetri (=bakışım) dönüşümü yapılacak olursa

$$\psi(x) = \alpha \cdot \psi(-x) = \alpha^2 \cdot \psi(x)$$

ve dolayısıyla da α nın $\alpha = \pm 1$ etmesi gerektiği bulunur. Buna binâen simetrik (=bakışık) bir kuvvet alanında yâni $V(x) = V(-x)$ olan bir alanda göz önüne alınan hâl için her özfonksiyon x in ya tek, ya da çift bir fonksiyonu olacaktır. Eğer $\psi(x) = \psi(-x)$ ise dalga fonksiyonunun çift pariteyi, $\psi(x) = -\psi(-x)$ ise de tek pariteyi haiz olduğu söylenir. $x \rightarrow -x$ bakışım dönüşümüne göre invaryant kalan bir sistem için elde edilen sonuçların x -ekseni üzerindeki pozitif yönün seçimine de tâbî olmayacakları âşikârdır.

HİDROJEN ATOMU

Hidrojen atomu bir proton etrafında dolanan bir elektrondan ibârettir. Protonla elektron arasındaki COULOMB çekim kuvveti

$$V(r) = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

potansiyel fonksiyonundan türemektedir. Eğer orijini protonun kütle merkezi olarak alırsak problemin arzettiği küresel bakışım dolayısıyla lâplâs operatörünün küresel koordinatlardaki ifâdesini kullanmak sûretiyle m kütleli ve E toplam enerjili elektrona tekaabül eden SCHRÖDİNGER denklemi

$$\begin{aligned} \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right) + \\ + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \varphi^2} + \frac{8\pi^2 m}{h^2} \left(E + \frac{e}{4\pi\epsilon_0 r} \right) \psi = 0 \end{aligned} \quad (\text{IX.19})$$

şekline girer. Burada r ile elektronun orijine olan uzaklığı, θ ile zenit açısı ve φ ile de azimüt açısı gösterilmektedir.

Bu bölümdeki amacımız (IX.19) denklemini bütün ayrıntılarıyla çözmek değildir. Bu, derslerimizin çerçevesi dışında kalan bir konudur. Biz burada sâdece bu denklemin, çözülmek üzere, daha kolay denklemlere nasıl ayrıştırıldığına ve bu denklemlerin bazı niteliklerine işaret etmekle yetineceğiz.

Şimdi (IX.19) denkleminin çözümü olan $\psi = \psi(r, \theta, \varphi)$ fonksiyonunun, herbiri sırasıyla yalnız r , yalnız θ , ve yalnız φ serbest değişkeninin fonksiyonu olan üç fonksiyonun

$$\psi = \psi(r, \theta, \varphi) = R(r) \cdot \Theta(\theta) \cdot \Phi(\varphi) \quad (\text{IX.20})$$

çarpımı olarak gösterilebileceğini varsayarak bu üç fonksiyonu teker teker tâyin etmenin yollarını araştıralım. (IX.20) vaz'ına dayanan bu çözüm arama metoduna *değişkenlere ayrışım metodu* adı verilir.

(IX.20) vaz'ının (IX.19) denklemine yerleştirilip de denklemin her iki yanının $\psi = R\Theta\Phi$ ile bölünmesinden sonra denklem

$$\begin{aligned} \frac{\sin^2 \theta}{R(r)} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dR(r)}{dr} \right) + \frac{\sin \theta}{\Theta(\theta)} \frac{d}{d\theta} \left(\sin \theta \frac{d\Theta(\theta)}{d\theta} \right) + \\ + \frac{8\pi^2 m r^2 \cdot \sin \theta}{h^2} \left(E + \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right) = - \frac{1}{\Phi(\varphi)} \frac{d^2 \Phi(\varphi)}{d\varphi^2} \end{aligned} \quad (\text{IX.21})$$

şeklini alır. Hâlbuki bu denklemin sol yanı r ve θ nın, sağ yanı da φ nin fonksiyonudur; yâni bu denklem fonksiyonel olarak

$$F(r, \theta) = G(\varphi) \quad (\text{IX.22})$$

şeklindedir. Bu bağıntı ise bizim yukarıda r , θ ve φ nin bağımsız değişkenler olduklarına dair beyânımızla çelişiktir; çünkü (IX.22), r , θ ve φ nin bağımsız değişkenler olmayıp aralarında fonksiyonel bir bağıntı olduğuna ve bunlardan herhangi birisinin diğer ikisinin bağımlı değişkeni yâni fonksiyonu olarak telâkki edilebileceğine delâlet etmektedir. Bu çelişiklik ancak ve ancak (IX.21) in her iki yanı bir takım değişkenlerin fonksiyonu olmayıp da aynı bir m^2 sâbitine eşitse ortadan kalkar; zirâ bu takdirde sol tarafın r ve θ ya ve sağ tarafın da φ ye olan bağılıkları sâdece zahiri olur ve (IX.22) yerine de $m^2 = m_l^2 = \text{sâbit}$ yazılır. (meselâ $G(\varphi) = \left(\frac{1}{\Phi} \frac{d^2\Phi}{d\varphi^2}\right)$ ifâdesi ilk bakışta φ nin bir fonksiyonuymuş gibi görünür; hâlbuki eğer $\Phi(\varphi) = Ae^{\alpha\varphi}$ ise

$$G(\varphi) = \frac{1}{\Phi} \frac{d^2\Phi}{d\varphi^2} = \frac{1}{Ae^{\alpha\varphi}} \cdot \alpha^2 Ae^{\alpha\varphi} = \alpha^2 = \text{sâbit}$$

olduğu yâni G nin, gerçekte φ nin fonksiyonu olmayıp sâdece bir sâbitten ibâret olduğu anlaşılır).

(IX.21) nin her iki yanının da aynı bir m_l^2 sâbitine eşit olması sonucu (IX.21) bağıntısı yerine artık

$$\frac{d^2\Phi}{d\varphi^2} + m_l^2 \Phi = 0 \quad (\text{IX.23})$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{R} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dR}{dr} \right) + \frac{8\pi^2 m r^2}{h^2} \left(E + \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right) = \\ = \frac{m_l^2}{\sin^2 \theta} - \frac{1}{\Theta \cdot \sin \theta} \frac{d}{d\theta} \left(\sin \theta \frac{d\Theta}{d\theta} \right) \end{aligned} \quad (\text{IX.24})$$

bağıntıları geçerli olur.

Hâlbuki (IX.24) ün sol tarafının yalnız r ye ve sağ tarafının da yalnız θ ya bağılı olması dolayısıyla bu eşitlik karşımıza zâhiren

$$H(r) = K(\varphi)$$

şeklinde bir ifâdeymiş gibi çıkmaktadır. Eğer gerçekten de böyle bir ba-

ğinti vârid olsaydı bu, r ile φ arasında fonksiyonel bir bağıntı bulunduğuna ve dolayısıyla da r ile φ nin bağımsız değişkenler olmadığına delâlet ederdi. Hâlbuki r ve φ nin, tanımları uyarınca, bağımsız değişkenler oldukları bilinmektedir. Şu hâlde bu çelişikliği ortadan kaldırmanın yegâne yolu yukarıda da işâret etmiş olduğumuz gibi (IX.24) ün her iki yanının da aynı bir sâbite eşit olmasıdır. Bu sâbite $l(l+1)$ diyelim. Buna göre (IX.24) de iki denkleme ayrışır:

$$\frac{1}{\sin \theta} \frac{d}{d\theta} \left(\sin \theta \frac{d\Theta}{d\theta} \right) + \left[l(l+1) - \frac{m_l^2}{\sin^2 \theta} \right] \Theta = 0 \quad (\text{IX.25})$$

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dR}{dr} \right) + \left[\frac{8\pi^2 m}{h^2} \left(E + \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right) - \frac{l(l+1)}{r^2} \right] R = 0. \quad (\text{IX.26})$$

(IX.23), (IX.25) ve (IX.26) denklemlerindeki m_l^2 ve $l(l+1)$ sâbitlerine *ayrışım sâbitleri* adı verilir.

(IX.25) denklemini sağlayan fonksiyonlara «*asosye LEGENDRE fonksiyonları*» ve (IX.26) denklemini sağlayan fonksiyonlara da «*asosye LAGUERRE fonksiyonları*» adı verilmektedir.

Şimdi eğer ψ dalga fonksiyonunun azimütal değişimini veren (IX.23) denkleme dönecek olursak bunun çözümünün

$$\Theta(\varphi) = A e^{im_l \varphi}$$

şeklinde olduğu kolayca görülür.

Küresel koordinatlarda φ veyâ $\varphi + 2\pi$, $\varphi + 4\pi$, ..., $\varphi + 2k\pi$ hep aynı bir boylam çemberine tekaabül etmektedir. Şu hâlde r ve θ sâbit, ve fakat φ yukarıdaki değerleri alıyorsa elde edilen $P_0(r, \theta, \varphi)$, $P_1(r, \theta, \varphi + 2\pi)$, ..., $P_k(r, \theta, \varphi + 2k\pi)$ noktaları hep aynı bir noktayı temsil ederler. SCHRÖDİNGER dalga denkleminin çözümü olan ψ dalga fonksiyonunun karesinin gerçekten de fiziksel bir anlamı olabilmesi için $\psi = R\Theta\Phi$ nin ve dolayısıyla Φ nin, φ nin bu noktalarda hep aynı bir değeri haiz olması yâni başka bir deyimle ψ dalga fonksiyonunun (ve dolayısıyla da Φ nin) *tek değerli* bir fonksiyon olması zorunludur. Aksi hâlde, yâni ψ nin bu noktalarda farklı farklı değerler alması hâlinde elektronun aynı bir noktadaki bulunma ihtimâli olarak tek bir ihtimâl değeri yerine sonsuz adet ihtimâl değeri bulunurdu ki bunun da saçma olacağı âşikârdır. Bu itibarla, k tam bir sayı olmak üzere,

$$\Phi(\varphi) = \Phi(\varphi + 2k\pi)$$

yâni

$$A e^{im_l \varphi} = A e^{im_l (\varphi + 2k\pi)}$$

olması zorunludur. Hâlbuki bu son bağıntının ancak, m_l parametresinin tam değerleri için, yâni

$$m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots \quad (\text{IX.27})$$

için gerçekleştiği bilinen bir keyfiyettir. m_l ye «magnetik kuvantum sayısı» adı verilir.

ψ dalga fonksiyonunun θ zenit açısına bağlı olarak değişimini veren (IX.25) denkleminin her zaman çözümü haiz olmadığı ve bu denklemin mümkün çözümlerinin ancak

$$l \geq |m_l|$$

olduğu takdirde elde edilebileceği ispatlanır. Şu hâlde $|m_l| \geq l$ yâni

$$m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l$$

olmalıdır. Bu ise m_l nin ancak $2l+1$ değeri haiz olabileceğini göstermektedir.

Öte yandan (IX.26) denkleminin bir çözümü olmasının da bir takım şartlara bağlı olduğu ispatlanır. Eğer

1) $E > 0$ ise; veyâ n pozitif bir tam sayı olmak şartıyla

$$E_n = -\frac{1}{n^2} \frac{me^4}{8\epsilon_0^2 h^2} \quad (n=1,2,\dots) \quad (\text{IX.28})$$

değerlerinden birini haiz ise, ve üstelik

2) $n \geq l+1$ ise, yâni

$$l = 0, 1, 2, \dots, (n-1)$$

gibi n adet tam sayı değerden birine eşit ise (IX.26) nin çözümü olarak bir asosye LEGENDRE fonksiyonunun var olduğu ispat edilir.

Tamamen bir matematik zorunluluk olarak karşımıza çıkan (IX.28) şartlarının fiziksel olarak, merkezci bir protonun etrafında dolanan bağımlı bir elektronun ancak (IX.28) ile belirlenen enerji seviyelerinden birini haiz olabileceği, yâni elektron için müsait enerjilerin kuvantalaştırılmış olduğu şeklinde yorumlanacağı âşikârdır. Böylece, protonun etrafında dolanan elektronun E toplam mekanik enerjisinin kuvantalaştırılmasının, elektrona eşlik eden ψ ihtimâliyet dalgasının radyâl değişimini veren diferansiyel denklemin gerçekten de bir çözümü haiz olması için zorunlu bir matematik şart olarak ortaya çıktığını görmekteyiz. Tam değerler alan n sayısına «toplam kuvantum sayısı» ya da «asal kuvantum sayısı» adı verilmektedir. l ise «yörüngesel kuvantum sayısı» adını alır.

SCHRÖDİNGER dalga denkleminde hareketle eriştiğimiz (IX.28) kuvantalaştırma şartının BOHR'un hidrojen atomu modelinde karşımıza çıkmış olan kuvantalaştırma şartına özdeş olduğu görülmektedir.

l yörüngesel kuvantum sayısının fiziksel yorumunu yapabilmek amacıyla elektronun E toplam mekanik enerjisinin, her şeyden önce, yörüngesel hareketinden dolayı haiz olacağı $K_{yör}$ kinetik enerjisiyle radyâl hareketinden ötürü haiz olacağı K_{rad} kinetik enerjisinin, protonun COULOMB alanında olmasından dolayı haiz olacağı $V = -e^2/4\pi\epsilon_0 r$ potansiyel enerjisine eklenmesinden ibâret olduğuna dikkati çekelim. Buna binâen ψ nin radyâl değişimini veren (IX.26) denklemi, $E = K_{yör} + K_{rad} - (e^2/4\pi\epsilon_0 r)$ olmak hasebiyle,

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dR}{dr} \right) + \frac{8\pi^2 m}{h^2} \left[K_{rad} + K_{yör} - \frac{h^2 (l+1) l}{8\pi^2 m r^2} \right] R = 0 \quad (IX.29)$$

şekline girer. Ancak bu denklem ψ nin yalnız r ye bağlılığını aksettirmek durumunda olduğundan, bunun içinde elektronun, radyâl hareketiyle hiç ilgisi olmayan, yörüngesel kinetik enerjisinin varlığı zahiri bir çelişiklik manzarası arz etmektedir. Eğer köşeli parantezler içindeki terimlerin son ikisinin birbirlerini ifnâ ettiklerini, yâni

$$K_{yör} = \frac{1}{2} m v_{yör}^2 = \frac{h^2 l(l+1)}{8\pi^2 m r^2}$$

olduğunu farzedecek olursak bu zahiri çelişiklik ortadan kalkar ve bunun da bu çelişikliği ortadan kaldırmak için yegâne, ve dolayısıyla zorunlu, yol olduğu müşâhede edilmektedir. Böylece ortaya çıkan

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dR}{dr} \right) + \frac{8\pi^2 m K_{rad}}{h^2} R = 0$$

denklemini sâdece r ye bağlı büyüklükler ihtivâ etmiş olacaktır.

Öte yandan elektronun L açısal momentini $L = m v_{yör} r$ olduğundan

$$K_{yör} = \frac{L^2}{2m r^2} = \frac{h^2 l(l+1)}{8\pi^2 m r^2}$$

veyâ

$$L = \sqrt{l(l+1)} \frac{h}{2\pi} \quad (IX.30)$$

bağıntısının geçerli olduğu ortaya çıkmaktadır. Hâlbuki $l=0, 1, \dots, (n-1)$ olduğundan (IX.29) bağıntısı bize hidrojen atomu içindeki elektronun

enerjisinden başka açısal momentinin de kuvantalaştırılmış olduğunu göstermektedir.

SPEKTREL SEÇİM KURALLARI

(VIII.38) ifâdesi bize, çeşitli $\psi_n (n=1, 2, \dots)$ dalga fonksiyonlarıyla kuvantasal hâlleri belirlenmiş olan bir tâneçiğın farklı iki kuvantum hâli arasındaki geçişi esnâsında orijine olan $|\vec{r}|$ uzaklığının ortalama değeri nin zamanın fonksiyonu olarak nasıl değişmesi gerektiğini göstermekteydi.

Bu ifâdede zamana bağlı terimin gerçekten de bulunması, yâni $\langle |\vec{r}| \rangle$ nin belirli bir ν_{mn} frekansıyla titreşim yapması için

$$\int \int \int_B |\vec{r}| \cdot \psi_n(\vec{r}) \psi_m^*(\vec{r}) d^3r$$

integralinin sıfırdan farklı olması gerektiği âşikârdır. İşte bu integralin sonlu ve sıfırdan farklı bir değeri haiz olduğu hâllere *izinli geçişler* ve bu integralin sıfır olduğu hâllere de *yasak geçişler* adı verilir.

Şimdi eğer bir hidrojen atomundaki tek elektronun bir kuvantum hâlinden bir başka kuvantum hâline geçişinde yayınlayabileceği fotonun frekansını düşünecek olursak, böyle bir elektronun n, l ve m_l kuvantum sayılarıyla belirlenmesi keyfiyeti karşısında, izinli geçişlerinin

$$\int \int \int_B |\vec{r}| \cdot \psi_{n'l'm'_l}(\vec{r}) \cdot \psi_{nlm_l}^*(\vec{r}) d^3r \neq 0 \quad (\text{IX.31})$$

şartını gerçekleyen geçişler olması gerekliliği ortaya çıkar.

(IX.31) şartının gerçekleşmesi âşikâr olarak $\psi_{nlm_l}(\vec{r})$ fonksiyonlarının matematik şekillerine bağlı olan bir keyfiyettir. Hidrojen atomu için SCHRÖDİNGER denklemi, elektronun dalga fonksiyonunu n, l, m_l kuvantum sayılarına bağlı olarak tâyin etmektedir. Eğer n, l, m_l kuvantum sayılarının her türlü değer kombinezonları göz önüne alınıp da (IX.31) deki integral hesaplanırsa ancak ve ancak

$$\left. \begin{aligned} \Delta l = l - l' = \pm 1 \\ \Delta m_l = m_l - m'_l = 0, \pm 1 \end{aligned} \right\} \quad (\text{IX.32})$$

olması hâlinde (IX.31) şartının gerçekleşebileceği yâni ancak (IX.32) şartlarının gerçekleşmesi hâlinde elektronun bir foton yayınlayacağı or-

taya çıkar. (IX.32) şartlarına *spektral seçim kuralları* adı verilir. Gerçekten de (IX.32) şartlarına uymayan hâller için spektroskopide hiç bir spektrum çizgisine rastlanmamıştır.

PROBLEMLER:

1. Eğer bir harmonik osilatör $\Delta n = \pm 1$ şeklinde bir seçim kuralına tâbi ise buna klâsik fizikte tekaabül eden osilatörün, harmoniği olmayan bir hareket yaptığını gösteriniz.

2. Uzaysal ve eşyönel bir harmonik osilatöre tekaabül eden SCHRÖDİNGER denkleminde hareketle bunun kuvantalaştırılmış enerji seviyelerinin

$$E_n = \left(n + \frac{3}{2} \right) h\nu_0$$

formülüyle verildiğini gösteriniz.

3. Aynı bir v hızına sâhip elektronlardan müteşekkil $1\mu\text{A}$ lik bir elektron akımı x eksenine paralel olarak hareket etmektedir. $x=0$ noktasından itibaren mevcûd olan $V < E$ şeklindeki bir potansiyel duvarı bunu aşan elektronların hızını $0,25v$ ye indirmektedir. Bu takdirde SCHRÖDİNGER denkleminde yararlanarak potansiyel duvarının arkasındaki elektrik akımının değerini hesaplayınız.

4. Orijine nazaran simetrik bir potansiyel fonksiyonu için tek boyutlu SCHRÖDİNGER denkleminin çözümlerinin, eğer enerji seviyeleri soysuzlaşmışlarsa, ya çift ya da tek fonksiyonlardan ibâret olduklarını gösteriniz.

* 5. m kütleli bir tânecek $2a$ eninde ve V_0 derinliğinde tek bir kuyuda hapsedilmiş bulunmaktadır. Eğer $V_0 a^2 = h^2/8\pi^2 m$ ise tek bir bağımlı enerji seviyesi olduğunu gösteriniz. $V_0 a^2$ nin bu değerini haiz olan bir potansiyel kuyusu için enerji seviyesi kuyunun dibinden $0,57 V_0$ üstünde bulunduğu takdirde, bu tâneceğin klâsik mekanik bakımından bulunması imkânsız bölgede kuvantum mekanikine göre bulunması ihtimâlinin yaklaşık olarak % 34 olduğunu gösteriniz.

* 6. Herbiri E enerjisini haiz tâneceklerden müteşekkil birbiçim bir hüzmeye

$$V(x) = \begin{cases} 0 & : -\infty < x < 0 \quad \text{ise} \\ V_0 & : 0 < x < L \quad \text{ise} \\ 0 & : L < x < +\infty \quad \text{ise} \end{cases}$$

şartlarıyla belirlenmiş tek boyutlu dikdörtgen bir potansiyel engeli üzerine çarpılmaktadır.

a) $E = 4V_0/5$ ve çarpan DE BROGLIE dalgasının dalgalıboyunun da $2L$ olması hâlinde ve

b) $E = 9V_0/5$ olması hâlinde potansiyel engelinin ötesine intikal eden hüzmeye ile çarpan hüzmelerin akım yoğunluklarının birbirlerine oranlarını teorik ve sayısal olarak hesaplayınız. ($\sinh \pi/2 = 2,30$ alınacaktır).

7. Kuantum mekaniğinde m kütleli bir taneçiğe tekaabül eden ihtimâliyet akım yoğunluğuna dayanarak

$$\psi = a e^{\frac{2\pi i \varphi(x, y, z)}{h}} \quad (a: \text{ reel})$$

yazılabilmesi hâlinde, ihtimâliyet akımının hızının

$$\vec{v} = -\frac{1}{m} \cdot \text{grad } \varphi$$

ile verildiğini gösteriniz.

* 8. m kütleli ve $F = -kx$ şeklinde bir kuvvetin etkisi altında harmonik bir osilâtör en düşük enerji hâlinde bulunduğu takdirde kendisine tekaabül eden dalga fonksiyonu, $\alpha^2 = \sqrt{2\pi m k/h}$ olmak üzere

$$\psi_0(x) = A e^{-\frac{1}{2} \alpha^2 x^2}$$

şeklindedir. Bu takdirde harmonik osilâtörün koordinatının karesinin ortalama değeri ile potansiyel enerjisinin ortalama değerini hesaplayınız.

X. BÖLÜM

Schrödinger Denkleminin Çözümüne Örnekler
(DEVAM):

* PERYODİK BİR POTANSİYELE BAĞLI ELEKTRONLARIN DURUMU

Katı cisimlerin iletkenlik ve magnetik özellikleri ihtivâ ettikleri elektronların, katı cisim içinde haiz olabilecekleri çeşitli enerji seviyeleriyle sıkı sıkıya ilgilidir. Bilindiği gibi katı cisimler çok kere kristal yapısını, yâni uzayda üç katlı bir periyodikliği haiz bir yapıyı haizdirler. Bu yapıya *kristal şebekesi* adı verilir. Bu şebekenin belirli noktalarında bulunan atom çekirdeklerinin kendi COULOMB çekim alanlarının, ve dolayısıyla bu alanların türedikleri potansiyellerin, gene bu şebeke uyarınca üç-katlı periyodikliği haiz bir COULOMB alanı ve dolayısıyla bir potansiyel alanı meydana getirecekleri açıktır. Bu itibarla kristal içindeki bir elektronun tâbî olduğu potansiyel de periyodik olup tek ve bağımsız bir atomun haiz olduğu potansiyelden farklıdır. Eğer bir takım atomlar birbirlerinden çok uzakta bulunuyorsa potansiyel pratik olarak tek ve bağımsız bir atomun haiz olacağı potansiyelden farklı olmaz ve enerji seviyeleri de gene atomun zâtî enerji seviyeleri olur. Buna karşılık bu atomları birbirlerine yaklaştırıp da bir kristal şebekesi meydana getirilirse enerji seviyeleri artık değişir ve bunlar birbirlerinden, yerine göre, az veyâ çok uzak ve kezâ az veyâ çok geniş bir takım *enerji şeritleri* teşkil ederler. Bazı enerji şeritlerinin enerjileri kristal içindeki potansiyel enerjiden daha da büyük olabilir. Bunlara tekaabül eden elektronlar kristal içinde kalmakla beraber hiç bir atoma da bağlı olmazlar. Bu gibi bağlı olmayan hâller metallerdeki iletkenlik olaylarının incelenmesinde çok büyük bir önem arzederler.

Bu enerji şeritlerini incelemek için, gerek anlayışı kolaylaştırmak ve gerekse formalizmi çok ağırlaştırmamak amacıyla, tek boyutlu bir kristal şebekesi modelinden hareket edeceğiz.

TEK BOYUTLU BİR METAL MODELİ.

Şimdi içindeki elektronların özelliklerini incelemek istediğimiz metalin tek boyutlu olduğunu ve kristal yapısının da tek-katlı bir periyodikliği haiz olduğunu tasarlayalım.

Buna göre metâl içindeki potansiyel peryodik bir potansiyel olacaktır. Bunun peryodikliğine, yâni şebekeyi teşkil eden atomlardan peşpeşe herhangi ikisi arasındaki uzaklığa, a dersek potansiyel fonksiyonu için

$$V(x) = V(x+a) = \alpha \cdot \cos \frac{2\pi x}{a} \quad (\text{X.1})$$

ifâdesi uygun bir vaz teşkil eder. Şu hâlde, bu peryodik potansiyelin etkisi altındaki durumunu incelemek istediğimiz elektrona tekaabül eden ihtimâliyet dalgasını veren SCHRÖDİNGER denklemi de

$$\frac{d^2 \psi(x)}{dx^2} + \frac{8\pi^2 m}{h^2} \left(E - \alpha \cos \frac{2\pi x}{a} \right) \psi(x) = 0 \quad (\text{X.2})$$

şeklinde olacaktır. Matematikte bu şekildeki bir denkleme *MATHIEU denklemi* adı verilir. Bu denklemi peşpeşe yaklaşıklıklarla çözebilmek için α nın kâfi derecede küçük olduğunu varsavacağız. Bu itibarla $\alpha \cos \frac{2\pi x}{a}$ lı terimin ihmâlini sıfırcı merbeden yaklaşıklık olarak telâkki edeceğiz. Bu takdirde

$$E^0 = K^2 \frac{h^2}{2m}$$

ile gösterebileceğimiz her pozitif enerji değerine (X.2) ve binâen

$$\psi_0(x) = e^{\pm 2\pi i K x}$$

gibi, $\lambda = 1/K$ dalgaboyunu haiz, iki dalga fonksiyonu tekaabül edecektir. Bu çözüm evvelce de görmüş olduğumuz serbest elektronlar hâlini aksettirmektedir. Bundan sonra K pozitif ve negatif değerler almak üzere sâdece

$$\psi_0(x) = e^{2\pi i K x} \quad (\text{X.3})$$

çözümünü göz önünde tutacağız.

Burada ispatlamayacağımız bir teoreme göre (X.2) denkleminin bütün çözümleri, $u(x)$ ile a peryodunu haiz bir fonksiyonu göstermek üzere,

$$\psi(x) = e^{2\pi i K x} \cdot u(x) \quad (\text{X.4})$$

şeklindedir. Biz de müteakip yaklaşıklık için bu teoremden faydalanıp $u(x)$ fonksiyonunu FOURIER serisine açarak (X.2) nin çözümü olan (X.4) ü bir sâbit çarpan yaklaşıklıkıyla

$$\psi(x) = e^{2\pi i K x} \left[1 + \sum_{n \neq 0} A_n e^{-2\pi i \frac{n x}{a}} \right] = e^{2\pi i K x} + \sum_{n \neq 0} A_n e^{2\pi i \left(K - \frac{n}{a} \right) x} \quad (\text{X.5})$$

ifâdesiyle temsil edeceğiz. Buradaki toplam, n toplam indisi sıfırdan farklı olmak üzere bütün pozitif ve negatif tamsayılara teşmil edilmiş bulunmaktadır. Bu ifâdenin bir avantajı ψ nin temel terimini teşkil eden sıfırinci mertebeden yaklaşıklığa tekaabül eden terimini bâriz bir şekilde meydana koymasındadır. Bu açılımda bütün A_n katsayıları 1 yanında küçüktürler. Şimdi sıfırinci mertebeden yaklaşıklıktaki E^0 elektron enerjisini (X.2) de iyice ortaya koyabilmek gâyesiyle bu denklemde parantez içine, (X.3) e binâen,

$$E^0 - K^2 \frac{\hbar^2}{2m} = 0$$

ilâve edelim. Böylece denklem

$$\frac{d^2 \psi}{dx^2} + \left[4\pi^2 K^2 + \frac{8\pi^2 m}{\hbar^2} \left(E - E^0 - a \cos \frac{2\pi x}{a} \right) \right] \psi = 0 \quad (\text{X.6})$$

şekline girer. Öte yandan (X.5) in ikinci türevi

$$\frac{d^2 \psi}{dx^2} = -4\pi^2 K^2 e^{2\pi i K x} - 4\pi^2 \sum_{n \neq 0} A_n \left(K - \frac{n}{a} \right)^2 e^{2\pi i \left(K - \frac{n}{a} \right) x} \quad (\text{X.7})$$

olur. (X.5) ile (X.7) ifâdeleri (X.6) ya vazedilecek olursa

$$\sum_{n \neq 0} \left[K^2 - \left(K - \frac{n}{a} \right)^2 \right] A_n e^{2\pi i \left(K - \frac{n}{a} \right) x} + \frac{2m}{\hbar^2} \left(E - E^0 - a \cos \frac{2\pi x}{a} \right) e^{2\pi i K x} + \frac{2m}{\hbar^2} \sum_{n \neq 0} \left(E - E^0 - a \cos \frac{2\pi x}{a} \right) A_n e^{2\pi i \left(K - \frac{n}{a} \right) x} = 0 \quad (\text{X.8})$$

ifâdesi elde edilir. Birinci mertebeden yaklaşıklık için son toplamdaki ikinci mertebeden olan $A_n (E - E^0)$ ve $A_n a$ katsayılı terimler ihmâl edilirler. Buna göre meselâ A_m katsayısının değerini elde etmek için böylece basitleşen (X.8) ifâdesi

$$e^{-2\pi i \left(K - \frac{m}{a} \right) x}$$

ile çarpılıp 0 dan a ya kadar integre edilirse (X.8) in ilk toplamında sıfırdan farklı değeri olan yegâne terim, katsayısı A_m olan terim olur ve bu da

$$\left[K^2 - \left(K - \frac{m}{a} \right)^2 \right] A_m \cdot a = 2m \left(K - \frac{m}{2a} \right) A_m \quad (\text{X.9})$$

verir. (X.8) deki imâl edilmemiş ikinci terim ise $m = \pm 1$ hâli hâriç olmak üzere sıfır verir. Böylece A_1 ve A_{-1} hâriç bütün A_n katsayılarının sıfır oldukları ortaya çıkmaktadır. A_1 in

$$2 \left(K - \frac{1}{2a} \right) A_1 - \frac{2ma}{h^2} \int_0^a \cos \frac{2\pi x}{a} \cdot e^{2\pi i \frac{x}{a}} dx = 0$$

bağıntısıyla verileceğini görmek kolaydır ve buradan da

$$A_1 = \frac{\alpha ma}{2h^2 \left(K - \frac{1}{2a} \right)} \quad (\text{X.9}')$$

ve A_{-1} için de

$$A_{-1} = \frac{-\alpha ma}{2h^2 \left(K^2 + \frac{1}{2a} \right)} \quad (\text{X.10})$$

değerleri elde edilir. Bu şartlar altında (X.2) nin (X.5) çözümü de

$$\psi(x) = e^{2\pi i Kx} \left[1 + \alpha \frac{me}{2h^2} \left(\frac{e^{-2\pi i \frac{x}{a}}}{K - \frac{1}{2a}} - \frac{e^{2\pi i \frac{x}{a}}}{K + \frac{1}{2a}} \right) \right] \quad (\text{X.11})$$

şekline girmiş olur.

Şimdi $(E - E^0)$ enerji farkını hesaplayabilmek için (X.8) in bütün terimlerini $\exp(-2\pi i Kx)$ ile çarpıp 0 dan a ya kadar integre edelim. Bu takdirde ilk toplamın bütün terimleri sıfır olur. İkinci terim ise

$$\frac{2ma}{h^2} (E - E^0)$$

verir. (X.8) in son terimini ihmâl ederek bulduğumuz ve sıfırdan farklı yegâne katsayıların A_1 ve A_{-1} olduğunu beyân eden sonucun geçerliliğini bu hâlde dahî kabul ederek son toplam da

$$-\frac{2ma}{h^2} \int_0^a \cos \frac{2\pi x}{a} \cdot \left(A_1 e^{-2\pi i \frac{x}{a}} + A_{-1} e^{2\pi i \frac{x}{a}} \right) dx = -\frac{m\alpha a}{h^2} (A_1 + A_{-1})$$

değerlerine indirgenir; diğer taraftan (X.9) ve (X.10) göz önüne alınır-
sa sonuç olarak

$$E - E^0 = \frac{\alpha^2 m}{4h^2 \left(K^2 - \frac{1}{4a^2} \right)} \quad (\text{X.12})$$

bulunur. Şu hâlde (X.11) dalga fonksiyonuna, (X.3) ve (X.12) ye göre,

$$E = K^2 \frac{h^2}{2m} + \frac{\alpha^2 m}{4h^2 \left(K^2 - \frac{1}{4a^2} \right)} \quad (\text{X.13})$$

enerjisi tekaabül ediyordu demektir.

Bu elde edilen çözüm ancak, yapılan varsayımlar uyarınca, eğer A_1 ve A_{-1} ve $(E - E^0)$ kâfi derecede küçükseler kabul edilebilir. (X.9), (X.10) ve (X.13) bağıntıları A_1 ile A_{-1} in α , ve $(E - E^0)$ in da α^2 mertebesinde ve dolayısıyla gerçekten de kâfi derecede küçük olduğuna işaret etmektedirler. Ancak bu keyfiyet, eğer K sâbiti $\pm 1/2a$ nın civarında bir değeri haizse artık geçerli olamaz.

Önce $K \sim 1/2a$ olması hâlini göz önüne alalım. Bir önceki inceleme-ye dayanarak sâdece A_1 katsayısının önemli ve diğer A_n lerinkininse ih-
mâl edilebilir olduğu öngörülebilir; buna göre

$$\psi(x) = e^{2\pi i K x} + A_1 e^{2\pi i \left(K - \frac{1}{a} \right) x} \quad (\text{X.14})$$

olur ve buradan da

$$\frac{d^2 \psi}{dx^2} = -4\pi^2 K^2 e^{2\pi i K x} - 4\pi^2 \left(K - \frac{1}{a} \right)^2 A_1 e^{2\pi i \left(K - \frac{1}{a} \right) x} \quad (\text{X.15})$$

bulunur. (X.14) ile (X.15) i (X.2) ye vazedip de $4\pi^2$ ye bölersek

$$\left[\frac{2m}{h^2} \left(E - \alpha \cos \frac{2\pi x}{a} \right) - K^2 \right] e^{2\pi i K x} + \left[\frac{2m}{h^2} \left(E - \alpha \cos \frac{2\pi x}{a} \right) - \left(K - \frac{1}{a} \right)^2 \right] A_1 e^{2\pi i \left(K - \frac{1}{a} \right) x} = 0 \quad (\text{X.16})$$

bulunur. Bu son ifâdeyi önce $\exp(-2\pi i K x)$ ile çarpıp 0 dan a ya kadar integre edersek ve sonra da aynı işlemleri $\exp[-2\pi i (K - 1/a)x]$ için tekrarlırsak sonuç olarak

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{2m}{h^2} E - K^2 \right) a - \frac{m\alpha}{h^2} A_1 a &= 0 \\ -\frac{m\alpha}{h^2} a + \left[\frac{2m}{h^2} E - \left(K - \frac{1}{a} \right)^2 \right] A_1 a &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (\text{X.17})$$

bağıntıları elde edilmiş olur. Bu her iki denklem de ancak eğer E

$$\left(\frac{2mE}{h^2} - K^2 \right) \left[\frac{2mE}{h^2} - \left(K - \frac{1}{a} \right)^2 \right] - \frac{m^2 \alpha^2}{h^4} = 0 \quad (\text{X.18})$$

denkleminin bir kökü ise birbirleriyle bağdaşabilirler. Özellikle $K = 1/2a$ için

$$E = \frac{h^2}{8m a^2} \pm \frac{\alpha}{2} \quad (\text{X.19})$$

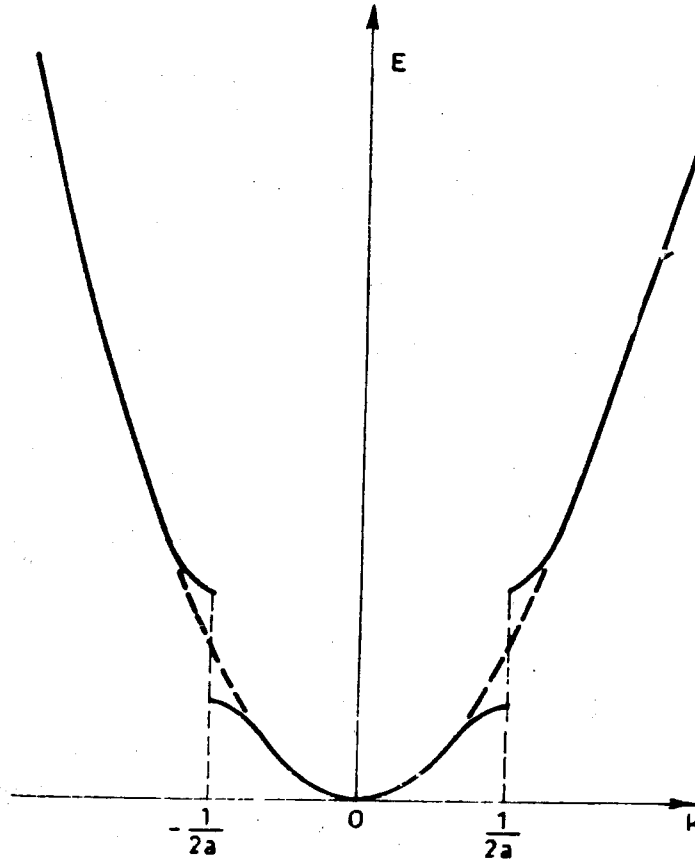
olması gereklidir. Bu takdirde de (X.17) denklemlerinden $A_1 = \pm 1$ bulunur. Bu değerlere tekaabül eden dalga fonksiyonları ise

$$\left. \begin{aligned} \psi(x) &= e^{\pi i \frac{x}{a}} + e^{-\pi i \frac{x}{a}} \\ \psi(x) &= e^{\pi i \frac{x}{a}} - e^{-\pi i \frac{x}{a}} \end{aligned} \right\} \quad (\text{X.20})$$

dır. Kezâ $K = -1/2a$ için de, benzer şekilde, aynı (X.19) enerji değerleri ve aynı (X.20) dalga fonksiyonları elde edilir.

Şu hâlde, $K \neq \pm 1/2a$ değerleri hâriç olmak üzere, K nın her değerine bir tek enerji değeri ve bir tek dalga fonksiyonunun tekaabül ettiği anlaşılmaktadır. Eğer E enerjisinin K nın fonksiyonu olarak değişimi çizilecek olursa (Bk. Şekil: X.1), sıfırinci mertebeden yaklaşıklığa tekaabül eden hâl için eğrinin $E = h^2 K^2 / 2m$ parabolünden ibâret olduğu ve gerçek eğrinin ise OE eksenine paralel olup ancak $K = \pm 1/2a$ süreksizlikleri civarında bu parabolden ayrıldığı görülür. K sıfır olduğu zaman $E = -\alpha^2 (a^2 m / h^2) \neq 0$ dir. Buna binâen $E = E(K)$ eğrisinin değişim cetveli şöyledir:

K	$-\infty$	\nearrow	$-\frac{1}{2a}$	\nearrow	0	\nearrow	$\frac{1}{2a}$	\rightarrow	$+\infty$
E	$\frac{h^2}{2m} K^2$	\searrow	$\frac{h^2}{8ma^2} + \frac{\alpha}{2}$	$\frac{h^2}{8ma^2} - \frac{\alpha}{2}$	0	\nearrow	$\frac{h^2}{8ma^2} - \frac{\alpha}{2}$	$\frac{h^2}{8ma^2} + \frac{\alpha}{2}$	$\frac{h^2 K^2}{2m}$



Şekil: X.1

Böylelikle E nin

$$\frac{h^2}{8ma^2} - \frac{\alpha}{2} < E < \frac{h^2}{8ma^2} + \frac{\alpha}{2} \quad (\text{X.21})$$

olduğu hâller hâriç olmak üzere her pozitif değerine K nın iki değeri ve iki de dalga fonksiyonu tekaabül etmektedir.

Enerjinin (X.21) ile tesbit edilmiş olan yasak değerlerine K nın sırf sanal değerleri yâni $\beta = -K/i$ reel olmak üzere

$$\psi(x) = e^{2\pi\beta x} \cdot u(x)$$

$$\psi(x) = e^{-2\pi\beta x} \cdot u(x)$$

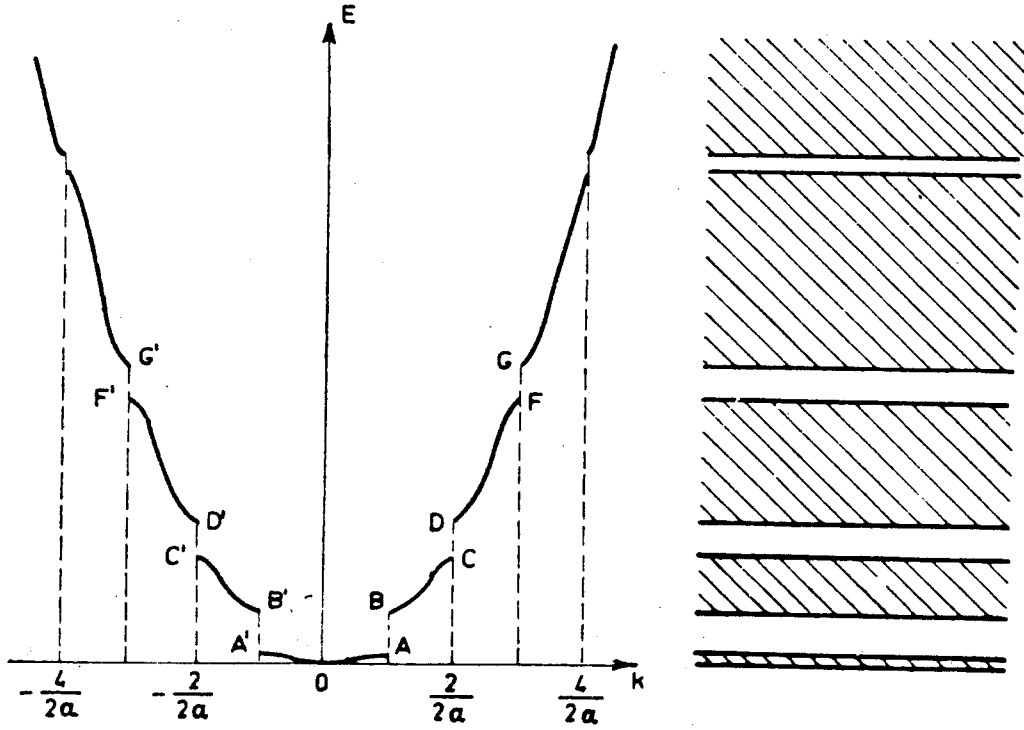
şeklinde dalga fonksiyonları tekaabül eder. Bunlardan birincisi $x \rightarrow \infty$ için $\psi \rightarrow \infty$ vereceğinden fiziksel bir anlamı haiz değildir; diğeri ise sö-

nen bir dalga olup metallerde bu enerjiye tekaabül eden dalgaların yayılamayacağına delâlet eder.

Eğer potansiyel fonksiyonu gene de a periyotlu olmakla beraber (X. 1) deki gibi kosinüs şeklinde değilse, n bir tam sayı olmak üzere, K nın bütün $K = \pm n/2a$ şeklindeki değerleri için $E = E(K)$ fonksiyonu süreksizlikler arz eder. (Bk. Şekil: X.2). Bu süreksizlikler

$$n^2 \frac{h^2}{8ma^2}$$

değerlerini çevreleyen enerji değerleri için vukuu bulmaktadırlar.



Şekil: X.2

Şu hâlde, metalin içinde serbestçe dolaşabilen elektronların enerjileri, birbirilerinden bir takım süreksizliklerle ayrılmış olan bir takım sürekli enerji şeritleri teşkil etmektedirler. Söz konusu süreksizliklere gelince bunlar

$$\lambda = \frac{1}{|K|} = \frac{2a}{n} \quad (\text{X.22})$$

dalga boyunu haiz dalgalar için ortaya çıkmaktadırlar. Hâlbuki (X.22) şartından

$$2a = n\lambda \quad (\text{X.23})$$

yazılır ki bu da BRAAG ayırımı yansıma kanununun ifâdesinden başka bir şey değildir. Bu gibi dalgalar, kristalin kendilerini yansıtmasından ötürü, kristalin içinde yayılamazlar.

Bir enerji şeridine ait elektronların sayısı da sınırlıdır. Eğer $L = Na$ uzunluğunda «tek» boyutlu bir metal tasarlayacak olursak bu metal $N + 1$ atomdan müteşekkil olur. Elektronla eşlik eden DE BROGLİE dalgaları potansiyel sıçraması dolayısıyla metalin uçlarında yansır ve metal içinde duraklı dalgalar meydana getirirler. Bunların dalga uzunlukları, m ile bir tam sayıyı göstermek üzere

$$\lambda = \frac{2L}{m} = \frac{N}{m} \times 2a \quad (\text{X.24})$$

dır. (X.22) ve (X.24) e binâen $|K|$ için yegâne kabul edilebilir değerler

$$|K| = \frac{1}{\lambda} = m \frac{1}{2aN} \quad (\text{X.25})$$

olur. Fakat ilk enerji şeridi $0 \leq K \leq 1/2a$ ya tekaabül etmektedir; zirâ dalgalar duraklı dalgalar olduklarından K nin ancak pozitif değerleri göz önüne alınabilir. $0 \leq K \leq 1/2a$ şartının (X.25) ile bağdaşabilmesi için m nin N adet mümkün değeri olması gerektiği âşikârdır. Şu hâlde her biri zıt spinli 2 elektrona tekaabül edebilen N adet dalga fonksiyonu var demektir. Bu itibarla da ilk şerit ancak $2N$ elektron kapsayabilir; eğer göz önüne alınan metalin valânsı 1 ise bu şeridin yarıyarıya dolu olduğu, metalin valânsı 2 ise de şeridin tamamen dolu olduğu söylenir.

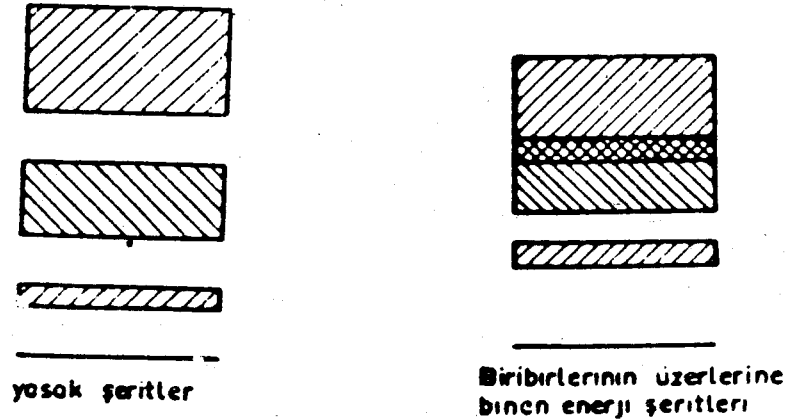
KATI CİSİMLERİN ENERJİ ŞERİTLERİNİN ELEKTRİK İLETKENLİĞİ YÖNÜNDEN SONUÇLARI.

Yukarıda göz önüne alınan tek boyutlu metal kristalı modelinde serbest elektronların enerjilerinin bir takım şeritler teşkil ettiği, bu enerji şeritlerinin bir takım süreksizliklerle birbirlerinden ayrılmış olduğu ve her enerji şeridinde ancak belirli sayıda elektron bulunacağı görüldü.

Gerçek bir metal kristal ise üç boyutludur. Dolayısıyla gerçek ile yukarıda sunulan basit şema arasında bir takım farkların olması tabiidir. Gerçek bir kristalin yapısı üç-katlı bir periyodikliği haizdir. Bu üç-

katlı peryodikliğin ortaya koyduğu özellikler tek boyutlu kristal modelinin incelenmesi sonucu ortaya çıkan özelliklere benzerler: burada da gene kristaldeki serbest elektronların enerjileri ancak belirli bazı enerji şeritleri içinde bulunabilir; bir kristalde enerjileri belirli bir enerji şeridinin içine isâbet eden elektronların sayısı sınırlıdır; verilen bir enerji şeridi için elektron sayısının üst sınırına erişildi miydi o enerji şeridi artık dolmuş olur; dolu bir enerji şeridine başka bir elektron intikaal edemez.

Yalnız üç boyutlu ve dolayısıyla üç-katlı bir peryodikliği haiz olan gerçek kristallerdeki bazı enerji şeritleri, yukarıdaki basit tek boyutlu kristal modelinin aksine, birbirlerinin üzerine binerek tek bir enerji şeridi meydana getirebilirler. Elektronların işgâl edebilecekleri enerji şeritleri arasında kalan ve kristal içindeki serbest elektronların hiç bir zaman iktisâb edemeyecekleri enerjilere tekaabül eden enerji şeritlerine de *yasak şeritler* adı verilir. Şekil: X.3 biribiri üzerine binen enerji şeritle-



Şekil: X.3

rini ve birbirlerinin üzerine binmemiş enerji şeritlerini ayıran yasak şeritleri şematize etmektedir.

Dışarıdan bir elektrik alanı uygulandığında bir kristalin içindeki serbest elektronlar az bir miktar enerji kazanırlar ve eğer mümkünse buldukları şeridin bir üstündeki şeride intikâl edebilirler. Bu itibarla eğer bir kristalin son enerji şeridi dolu değilse veyâhut da bu şerit bir üst şeride karışmışsa kristal *iletken* olur; yâni bir cismin iletkenliği normal olarak işgâl olunan son enerji seviyelerinin hemen üstünde işgâl edilmiş bir sürü enerji seviyesinin varlığına bağlıdır.

Buna karşılık, eğer son enerji şeridi doluyorsa ve bunun üstünde de elektronun kolaylıkla aşamayacağı bir yasak şerit bulunuyorsa kristal *yalıtkan* olur.

Son enerji şeridinin tamamen dolu fakat hemen bir sonraki müsait enerji şeridinin tamamen boş ve bir evvelkinden gâyet ince bir yasak şeritle ayrılmış olması lâhinde, kristale dışarıdan uygulanan elektrik alanının etkisi altında bir miktar enerji kazanan elektronlar aradaki ince yasak şeridi atlayarak müsait boş enerji şeridine intikaal edebilirler. Aradaki bu yasak şeridin çok dar olması hâlinde bir üst enerji şeridine elektronların intikaali, elektromagnetik ışınlar (fotonlar) aracılığıyla veyâ cismin sıcaklığını arttırmak sûretiyle de elde edilebilir. Bu özeliği haiz cisimlere *yarı-iletken* cisimler denilmektedir.

Bir yalıtkan veyâ bir yarı-iletken söz konusu olduğunda tamamen dolu son enerji şeridine *valâns şeridi* ve bunun hemen üstündeki müsait enerji şeridine de *iletim şeridi* adı verilir. Şüphesiz ki bir yarı-iletkenin iletkenliği bu iletim şeridine intikâl eden elektronların sayısına bağlıdır. Yalıtkan olmaları gereken pekçok cisimler, gerçekte, ihtivâ ettikleri yabancı atomlar sebebiyle yarı-iletkendirler. Bu yabancı atomlar kristal şebekesinin periyodikliğini bozarak elektronların iletim şeridine geçmelerini mümkün kılan yeni enerji seviyelerinin ortaya çıkmasına sebep olurlar. Böylece iki türlü yarı-iletkenlik var demektir. Çok kere her iki türlü yarı-iletkenliği haiz cisimlere de rastlanır.

XI. BÖLÜM

* Dirac Teorisi

DALGA MEKANİĞİNİN EKSİKLİKLERİ.

Geçen bölümlerde SCHRÖDİNGER denkleminde dayanan dalga mekaniğinin temellerini, ilkelerini ve bazı sonuçlarını gözden geçirerek bunları klâsik mekaniğinkilerle mukayese ettik. Her ne kadar dalga mekaniği klâsik mekaniğe nisbetle çok daha fazla olayı açıklayabilen ve öngörebilen evrimleşmiş bir teori manzarası göstermekteyse de prensip bakımından bazı kusurları vardır. Bu kusurlardan ilki dalga denkleminin, SCHRÖDİNGER'in vermiş olduğu şekil bakımından elektronun spinini kapsamadığı ve ikincisi de dalga denkleminin LORENTZ dönüşümlerine göre invaryant olmadığı keyfiyetidir. Bu sonuncu kusur dolayısıyla SCHRÖDİNGER denklemi, ancak, hızları ışık hızına nispetle çok küçük olan yâni düşük enerjili tânecikler veyâ sistemler için geçerli olabilmektedir (Bk. II. Bölüm: Özel Rölâtivite Teorisi).

Spini dalga mekaniği çerçevesi içine sokmak ve SCHRÖDİNGER denkleminde hareketle tâneciklere spin atfedebilmek amacıyla ilk defa WOLFGANG PAULİ $\psi(\vec{r})$ dalga fonksiyonunun, skaler bir fonksiyon değil de, her bir bileşeni spinin mümkün yönlenmelerinden birine tekabül etmek üzere, iki bileşenli bir vektör olarak tasarlamıştır. Bu yeni dalga fonksiyonu kavramı SCHRÖDİNGER denkleminin ortaya koyduğu modele nazaran her ne kadar bir ilerleme teşkil ediyorsa da yeni dalga denkleminin gene rölâtivist olmama, yâni bir LORENTZ dönüşümüne göre invaryant kalamama mahzûrunu haizdi.

SCHRÖDİNGER dalga denklemini, hem spini kapsayacak ve hem de LORENTZ dönüşümlerine göre invaryantlığını sağlayacak şekilde genelleştirmek 1928 de P. M. A. DİRAC'a nasip olmuştur.

DİRAC DENKLEMİ.

DİRAC'ın, gerek spini ve gerekse LORENTZ dönüşümlerine göre invaryantlığı haiz bir dalga denklemini tesis ederken hareket noktası enerjinin rölâtivitedeki ifâdesi olan

$$E^2 = m_0^2 c^4 + p^2 c^2 \quad (\text{II.37})$$

ifâdesi olmuştur. Buradan hareketle, ve elde edilmiş kademelerinin açıklanması bu kitabın amacı dışında kalan,

$$\left\{ \frac{\hbar}{2\pi i} (\vec{\beta} \cdot \vec{\square}) - im_0 c \right\} \Psi = 0 \quad (\text{XI.1})$$

DİRAC denklemi elde edilir. $-e$ yüklü bir elektron için ve bu elektronun bir V skaler potansiyeli ve $\vec{A} = (A_x, A_y, A_z)$ vektör potansiyelinden türemiş bir elektromagnetik alanda bulunması şartı altında, (XI.1) yerine

$$\left\{ \frac{\hbar}{2\pi i} (\vec{\beta} \cdot \vec{\square}) + \frac{e}{c} \vec{\beta} \cdot \vec{a} - im_0 c \right\} \Psi = 0 \quad (\text{XI.2})$$

elde edilir. Burada

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} V \\ A_x \\ A_y \\ A_z \end{pmatrix} \quad \vec{\square} = \begin{pmatrix} \frac{1}{ic} \frac{\partial}{\partial t} \\ \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{pmatrix}$$

şeklinde dört bileşeni 2 dörtlü vektör ve $\vec{\beta}$ da $\vec{\beta} = (\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4)$ şeklinde fakat her bir bileşeni bir kare matris olan bir vektörel operatör olup bunun bileşenleri

$$\beta_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad \beta_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\beta_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}; \quad \beta_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & i & 0 \\ 0 & -i & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

şeklindedir. Bu itibarla DİRAC dalga fonksiyonu SCHRÖDİNGER'inki

gibi tek ya da PAULİ'ninki gibi iki değil, fakat dört bileşeni haiz olmaktadır.

(X.2) denkleminin hem spini kapsadığı ve hem de LORENTZ dönüşümlerine göre invaryant kaldığı ispatlanır. Burada dikkati çekecek bir husus, (XI.2) denkleminin kompleks eşleniğini alıp da denklemi -1 ile çarptığımızda ortaya çıkar:

$$\left\{ \frac{\hbar}{2\pi i} (\vec{\beta} \cdot \vec{\square} - \frac{e}{c} \vec{\beta} \cdot \vec{a} - im_0c) \right\} \Psi^* = 0. \quad (\text{XI.3})$$

(XI.3) denklemi (XI.2) nin, birincisindeki e nin burada $-e$ olması hâriç, formel olarak tamamen aynıdır. (XI.2) denklemi $-e$ yüklü ve m_0 kütesini haiz bir elektrona tekaabül eden dalga fonksiyonunu veren bir denklemdi. (XI.3) ise karşımıza, gene aynı m_0 sükûnet kütesini haiz fakat $+e$ yüklü bir tâneciğe tekaabül eden dalga fonksiyonunu veren bir denklem manzarası arzeden bir denklem olarak çıkmaktadır.

Göz önüne aldığımız bir elektron olmasaydı da herhangi bir yüklü parçacık olsaydı aynı şekilde buna zıt yükü fakat aynı sükûnet kütesini haiz bir tâneciğe refâkat eden dalga fonksiyonunu veren (XI.3) şeklindeki bir dalga denklemi bulunacağı âşikârdır. «Acaba bu türlü elde edilen denklemler fiziksel bir gerçeğe tekaabül etmekte midirler?» sorusunun cevabı olumludur; yâni gerçekten de her yüklü tâneciğe bunun zıddı olan, başka bir deyişle aynı sükûnet kütesini haiz olmakla beraber yükü göz önüne alınan tâneciğin zıddı olan bir tânecik tekaabül etmekte ve tabiatta da bulunmaktadır. Hattâ tâneciklerin böylece çiftler meydana getirmeleri yalnız yüklü tâneciklere münhasır değildir. Nötr yâni yüksüz tâneciklerin de *karşıt-tânecikleri* mevcuttur. Bu takdirde nötr bir tâneciği karşıt-tâneciğinden farklandıran husus kinetik momentlerinin işâretleridir.

Bu arada, yükü olmayan bir tâneciğin nasıl olup da bir magnetik momente sâhip olduğu sorusu sorulabilir. Gerçekte, bir tâneciğin yükü haiz olmasına rağmen bünyesindeki mevcut pozitif ve negatif elektrik yüklerinin bileşkelerinin sıfır olması bu tâneciğin elektrik bakımından nötr olarak görünmesi için kâfîdir. Tâneciğin bünyesinde bileşkeleri sıfır olan bu yüklerin yer değiştirmeleri tâneciğin sıfırdan farklı bir magnetik momenti haiz olmasını sağlar. İşte nötron/karşıt-nötron, nötrino/karşıt-nötrino gibi karşıt tânecikler birbirlerinden hep magnetik momentleriyle ayrılırlar.

Bize gene (XI.2) ve (XI.3) denklemlerine dönecek olursak birinci denklemin temin ettiği ψ_{e1} dalga fonksiyonunun negatif yüklü elektrona ve ikinci denklemin temin ettiği

$$(\psi_{e1})^* = \psi_{e1}^* = \psi_{poz} \quad (XI.4)$$

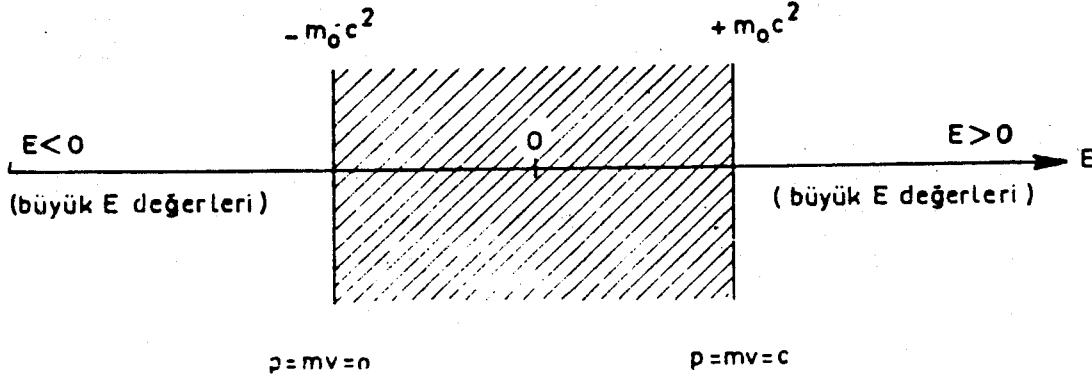
dalga fonksiyonunun da elektronun karşıt-tâneciği olan pozitrona tekaabül ettiğini söyleyebiliriz. (XI.4) den yararlanarak DİRAC teorisinde

$$E_{poz} = -E_{e1} \quad (XI.5)$$

olduğu ispatlanır. Öte yandan (II.37) ile verilen enerjinin rölâivist ifâdesine göre

$$E = \pm \sqrt{m_0^2 c^4 + p^2 c^2} \quad (XI.6)$$

dir, yâni rölâtivite teorisi negatif enerjileri de kapsamaktadır. E nin bu ifâdesinde $m_0 c^2$ tâneciğin (meselâ elektronun) sükûnet enerjisini göstermekte olup $-m_0 c^2$ ile $+m_0 c^2$ arasında elektron için mümkün hiç bir enerji seviyesi bulunmaz. E enerjisi $+m_0 c^2$ nin ötesinde pozitif ve $-m_0 c^2$ nin berisinde de negatiftir. Enerji, kuvantum mekaniğinde sürekli olarak değişmediğine göre bir tâneçik $2m_0 c^2$ lik bir enerji kuvantumu alarak enerjisi $E < 0$ iken $E > 0$ olabilir.



Şekil: XI.1

DELİKLER TEORİSİ.

DİRAC 1928 de evrende normâl hâlde $-\infty$ dan $-m_0 c^2$ ye kadar olan negatif enerjili bütün hâllerin herbirini, PAULI'nin bağdaşmazlık ilkesi uyarınca bir serbest elektron tarafından işgâl edilmiş olarak tasarlamış ve bir miktar elektronun da pozitif enerjili hâllerde bulduklarını varsaymıştır. Ayrıca bu şemaya göre pozitif enerjili bağlı hâllerle pozitif

enerjili serbest hâller arasında geçişlerin daima mümkün olmasına karşılık, yeteri kadar güçlü bir *etkileşme* (interaksiyon) mevcûd olmadığı takdirde negatif enerjili hâller arasında ya da pozitif enerjili bir hâlden negatif enerjili bir hâle doğrudan doğruya bir geçiş de olmayacaktır.

Negatif enerji hâllerinde bulunan bütün elektronlar bir çeşit bir kontinum teşkil ederler; öyle ki eğer elektromagnetik bir alanın etkisi altında negatif bir $E < 0$ enerji seviyesini işgâl eden bir elektron işgâl edilmemiş bir pozitif enerji seviyesine sıçrayacak olursa negatif enerji seviyelerinde bunun terk etmiş olduğu yer bir delik ya da bir boşluk gibi gözükecektir. Bu deliğin civarı tamamen negatif enerjili elektronlar tarafından işgâl edilmiş olduğundan ve bu delik de negatif enerjili bir tâneciğin yokluğunu aksettirdiğinden dolayı bu delik tıpkı pozitif enerjili bir tânecikmiş gibi davranacak ve negatif bir yükün yokluğuna tekaabül ettiği için de pozitif yüklü bir tânecikmiş gibi tecellî edecektir. İşte bu türlü özellikleri haiz olan bu deliğe bir elektronun karşıt-tâneciği ya da kısa adıyla *pozitron* adı verilir.

Bir tânesi hâriç olmak üzere bütün negatif enerji seviyelerini işgâl eden elektronların sonsuz dağılımında ortaya çıkan bu delik, dengesiz bir tânecik görünüşünü arzeder; çünkü bu takdirde pozitif enerji seviyelerinden bu deliğe doğru bir geçiş mümkün olur. Bu takdirde bir elektron - pozitron çifti yok olması vukuu bulur ve elektromagnetik enerji şeklinde $2m_0c^2$ den büyük bir enerji açığa çıkar.

Teori, bir elektronla bir pozitronu olağanüstü kısa bir zaman zarfında hidrojen atomunun yapısına benzer bir sistem teşkil edebileceklerini de öngörmektedir. 1951 de varlığı denel olarak DEUTSCH tarafından ortaya konmuş olan bu atomsal yapıya *pozitronyum* adı verilir.

Pozitron ise denel olarak 1932-1933 yıllarında C. D. ANDERSON ile P. M. S. BLACKETT, J. CHADWICK ve G. P. S. OCCHIALINI ekibi tarafından gözlenmiştir.

DİRAC DENKLEMİNİN BAŞARISI.

DİRAC denklemi aracılığıyla spinleri $1/2$ ye eşit bütün tâneciklerin tatminkâr bir teorisi de gerçekleşmiştir. Ayrıca bu denklemin hidrojen atomu için çözümleri o zamana kadar varlığından şüphe dahi edilmeyen iki yeni spektroskopik olayı öngörmüş ve böylece hidrojenin ince yapısını mükemmel bir şekilde izah edebilmiştir.

DİRAC denklemi, daha sonraları, herhangi bir spin değerini haiz

olan t̄neciklere de genelleştirilmiş ve ayrıca «*kuvantum alanları teorisi*» diye bilinen teorinin hareket noktasını teşkil etmiştir. 1927 denberi gelişmiş olan kuvantum alanları teorisi tabiatın dalgalı ve t̄neciksel görünüşünün en iyi sentezi olarak karşımıza çıkmaktadır.

Bu teoride uzayın her noktasında, bu noktadaki «*alan*» ın şiddetini temsil eden bir sayı tanımlanır. Bu sayıyı tanımlamak üzere 1) bir t̄neciğin yaratılmasını temsil eden bir *operatörle*, 2) bir t̄neciğin yok olmasını temsil eden bir operatör gereklidir. *Yaratılma ve yok olma operatörleri* süreksizliği, ve alanın şiddeti de sürekliliği dile getirirler.

Çok gelişmiş matematiksel bilgi ve tekniklerin gerekli olduğu bu teoride elektromagnetik kuvantum alanı, uzaydaki her noktada belirtilmiş olan «*foton yaratılması*» ve «*foton yoklaması*» operatörleriyle tanımlanır. Bu itibarla fotonlar elektromagnetik alanın kuvantumları rolünü oynarlar. Kuvantum alanları çerçevesi içinde her cins t̄neciğe kendisinin, kuvantumunu mesâbesinde olduğu ayrı bir kuvantum alanı tekaabül ettirmek mümkün olmuştur. Meselâ atom çekirdeklerinde temel t̄necikleri birbirlerine yapışık olarak tutan ve ancak 10^{-13} cm lik uzaklıklar için geçerli olan çekirdek kuvvetlerinin meydana getirdiği alanın kuvantumunu mezonlardır.

XII. BÖLÜM

Kıssadan Hisse

«EPILOG»

Geçen bölümlerde 1900 yılından bu yana gelişmiş olan fiziğin önemli bazı ana-fikirleri ve bunların sağladıkları sonuçlar hakkında bilgi verildi. Şüphesiz ki Çağdaş Fiziğin bütün gelişimini bir ders kitabı olmak iddiasını taşıyan sınırlı sayıda sayfaya sıkıştırmak imkânsızdır. Bu itibarla, böyle bir kitaba alınan bahislerin okuyucuya maksimum faydayı sağlama için, Çağdaş Fiziğin

- 1) genel görünüşü hakkında derli toplu bir bakışı sağlayacak,
- 2) imkânlarını, felsefesini ve metodolojisini ortaya koyabilecek,
- 3) evrimini kolaylıkla tâkibettirebilecek şekilde tertibedilmelerine gayret edilmiştir.

Bunun için kullanılan matematiğin bilhassa minimum seviyede tutularak daha geniş bir öğrenci kütlesinin kitaptan faydalanmasını temin yoluna gidilmiştir.

«Giriş» bölümünde de söylenildiği gibi Çağdaş Fiziğin evriminde en merkezi rolü oynayan «fiziksel model» kavramının önemi her bölümde tebârüz ettirilmiştir.

«Fiziksel model» kavramının Çağdaş Fiziğe olan yapıcı katkısını, en açık şekilde, atom modelleri bahsinde müşâhede etmek kaabildir. Nitekim ilk atom modelinin Eski Yunan'da Lössip, Demokrit ve Epikür'e dayandığını ve maddenin, bölünemeyen temel zerrelerden teşekkül ettiğini ilk defa bunların ortaya attığını söylemiştik.

Böyle bir aksiyom bu hâliyle maddenin mâhiyetiyle ilgili ontolojik bir iddiadan öteye geçemediği gibi, teorik dahi olsa, olayları kalitatif bir izaha olsun bağlayan fenomenolojik bir vecheyi de haiz değildir. Ancak, ileri bir adım olmak üzere, bu bölünemeyen zerreler (atomlar) hakkında yapılan ve bunların bir kısmını toparlak ve kaygan, diğer bir kısmını da çengelli olarak tasarlayan varsayım, atomların bazılarının birbirlerine yapışarak nasıl kompakt maddeyi meydana getirdiklerini (*bu model çerçevesi içinde*) izah yeteneğini haiz olduğundan atom fikrine fenomenolojik bir veche de kazandırmış olmuştur.

19. yüzyıla kadar atom fikrini kesin olarak kanıtlayan veyâ reddeden hiç bir deney ortaya konamamış olduğundan bu, felsefi bir imkândan öteye geçememiş; ve epistemolojik değeri itibariyle muğlâk bir varsayım olarak kalmıştır. Ancak 19. yüzyılda kimyanın gelişimi, kimyasal reaksiyonlar hakkında bilgilerin çoğalması ve elemanların periyodik cetvelinin keşfi atom fikrinin fiziksel gerçeği yansıtan bir düşünce olacağını kuvvetlendiren ve ayrıca farklı elemanların atomlarının farklı olması, yâni her atomun kendisine mahsus bir iç yapısı olması gerektiğine delâlet eden emâreler olmuşlardır.

Diğer taraftan 20. yüzyılın başlarında elektronun ve kanal ışınlarının keşfi bilim adamlarını atomun iç yapısı üzerine eğilmeye sevk etmiştir.

Atomu üzümlü bir kek misâli telâkki eden J. J. THOMPSON modeli matematik olarak da formüle edilebilen bir model olmak hasebiyle ilgiyi çekmiştir. Ancak GEİGER-MERSDEN deneylerinin atomun üzümlü kek misâli pozitif yüklü homogen bir kütle içine daldırılmış negatif yüklü elektronlardan müteşekkil kompakt bir nesne olarak değil de kütlesi, pozitif yüklü bir merkezde temerküz etmiş ve büyük kısmı boşluktan ibâret olan bir konfigurasyonu haiz bir varlık olduğunu ortaya koyması J. J. THOMPSON modelinin geçerliliğinin sonuna işâret etmiştir.

Yeni tasarlanacak atom modelinin, hiç değilse, hem GEİGER-MERSDEN deneylerinin sonuçlarıyla bağdaşabilecek bir nitelikte olması ve hem de atomun bünyesinde pozitif ve negatif elektrik yüklerinin varlığını öngörebilmesi gerekmektedir. RUTHERFORD'un atom modelinin, her ne kadar bu şartları tatmin etmekteyse de, elektromagnetik teori ile çelişikliğe düştüğünü ve eğer elektromagnetik teori kanunları atom içinde de geçerli iseler RUTHERFORD atomunun kararsız bir atom olması gerektiğini gördük. Üstelik RUTHERFORD atom modeli meselâ, atomun yapısıyla sıkı sıkıya ilişkisi olması icâbeden, spektroskopik çizgiler hakkında hiç bilgi vermediği gibi bunun aksine atomların yayınladıkları ışınların sürekli bir spektrum meydana getirmeleri gerektiğini de öngörü-yordu. Bütün bu hususlar, RUTHERFORD atom modelinin atomun bünyesi hakkında ancak pek muğlâk bir bilgi verdiğini ve bunun yerine müttekâmil, fiziksel gerçeği daha iyi aksettirebilecek ve izahı yapılamamış olayları izah edebilecek ve belki de varlıklarından hiç şüphe edilmemiş yeni olayları öngörebilecek bir atom modeli ikaame etme zorunluluğuna işâret etmektedirler.

BOHR 1913 de teklif ettiği atom modelinde RUTHERFORD'un mo-

delindeki geometrik aksiyomları olduğu gibi kabul etmiş, fakat bunlara o zaman için oldukça cesur görünen iki fiziksel aksiyom daha ilâve etmiştir. Bunlardan biri elektromagnetik teörinin atomsal boyutlarda geçerliliğinin kesin olarak reddidir. Bu red, elektronların atom çekirdeğii etrafındaki, kuvantum şartıyla belirlenen, dairesel yörüngeler üzerinde, üzerlerine hiç bir dış etki vâki olmadıkça, kararlı bir şekilde ilânihâye dolanmalarını öngörmeğii temin eden bir varsayım mâhiyetindedir. Esâsına bakılacak olursa, elektromagnetizma kanunları makroskopik olayların gözlem ve ölçümleri sonucu formüle edilmiş olduklarından hiç bir denel dayanak noktası olmadan bunların atomun iç bünyesine de uygulanabilme yeteneklerinin olduğunu iddia etmek de, red etmek de epistemolojik bakımdan aynı değeri haiz yargılardır.

Kezâ BOHR'un, bir elektronun herhangi bir dış etkenle bir yörüngeden başka bir yörüngeye sıçradığı zaman bu iki yörünge arasındaki enerji farkına eşit enerjiyi haiz bir foton yayınlayacağı veyâ soğuracağıyla ilgili varsayımı da hiç bir kozalite (nedensellik) ile ilgisi olmayan tepeden inme bir aksiyom mâhiyetindedir.

BOHR'un düşüncesine (ve modern epistemolojiye) göre eğer bu aksiyomlara dayanan model, sonradan (*a posteriori*) deneylerle ve gözlemlerle uygun düşerse, eski izahsız olayları rasyonel bir çerçeve içinde izah ederse ve gene rasyonel bir çerçeve içinde yepyeni olayları kalitatif ve kantitatif (niteliksel ve niceliksel) olarak *doğru bir şekilde* öngörürse te'yid edilmiş olur; ve dolayısıyla *a posteriori* olarak da modelin dayandığı aksiyomların fiziksel gerçeğinin belirli bir vechesini uygun bir şekilde aksettirdiğine kaail olunur.

BOHR atom modelinin matematik formülasyonu derhâl, hem denel olarak çok önce tesis edilmiş olan BALMER formülünün teorik olarak tesisine ve hem de RYDBERG sâbitinin nümerik değeri evrensel tabiat sâbitlerinin fonksiyonu olarak teorik bir şekilde tesbitine yol açmış; ayrıca da hidrojenin ve hidrojenimsi atomların çizgi spektrumlarının izahını ve nümerik olarak öngörülebilmelerini temin etmiştir.

Ancak bir taraftan çok elektronlu atomlara uygulanmak istendiğinde bu modelin kısır kalması, diğer taraftan da hidrojen atomu için dahi hesaplanan spektrum çizgileriyle denel olarak ölçülenler arasında sistematik bir farkın varlığının ortaya konulması BOHR modelinin de nihaf fiziksel gerçeğii aksettirmekten uzak olduğu şuurunu uyandırmıştır.

Bu arada BOHR atom modelinde çekirdeğinin sükûnette durmayıp da sürüklenmekte olduğunu kabul etmekle hidrojen atomunun spektrum

çizgilerini eskisine nazaran daha sıhhatle hesaplamak mümkün olmuş ise de, gene de sırf hidrojen atomu için dahi, hesaplanan ve ölçülen spektrum çizgileri arasında sistematik farklar var olagelmıştır.

BOHR'un atom modelinden daha mütekâmil bir model birkaç sene sonra SOMMERFELD tarafından verilmiştir. Bu modelin bir evvelkine nisbetle bellibaşlı farkları: 1) elektronların eşdüzlemsel dairesel yörüngeler üzerinde değil de, düzlemleri uzayda herhangi bir konumu haiz olabilen genel olarak eliptik yörüngeler üzerinde dolanmalarında, ve 2) atomun en iç yörüngelerindeki elektronların hızlarının büyüklüğü nedeniyle bunlara Rölâtivite mekaniğinin uygulanmasında mündemiçtir.

Bu aksiyomlar iki yeni kuvartalaştırma şartının ithâl edilmesine yol açmış ve bu model sâdece hidrojen ve hidrojenimsi atomların spektrumlarının bir evvelki modele nisbetle çok daha mükemmel bir şekilde izahını ve öngörülmesini temin etmekle kalmamış fakat aynı zamanda girift atomların spektrumlarını da izah etmek için büyük bir adım atılmasına mesnet olmuştur.

Atom spektrumlarının ince yapısının anlaşılmasında büyük katkısı bulunan bu model atomların magnetik alanlar içinde bulduklarında yayınladıkları spektrumun anlaşılmasında âciz kalınca bu olayı izahamuktedir, SOMMERFELD atom modelinden daha güçlü bir model gerekmiştir.

Bunu sağlayan model ise SOMMERFELD atom modelinin ana aksiyomları üzerinde hiç bir değişiklik yapmadan tümünü kabul eden; fakat bunlara bir de elektronun kendi merkezinden geçen bir eksen etrafında zâtî bir rotasyon hareketi yaptığını beyân eden yeni bir aksiyom ilâve eden UHLENBECK-GOUDSMİDT modeli olmuştur. Bu modelin ithâl ettiği spin kuvantum sayısı sâyesinde magnetik alanlar içindeki atomların spektrumlarını oldukça büyük bir başarıyla izah etmek mümkün olabilmıştır.

Atom modelinin buraya kadar geçirmiş olduğu çeşitli safhalarda, her sefer, teklif olunan modelin tam fiziksel gerçeği aksettirdiğine kanaat getirilecek iken yeni şu ya da bu olayın ortaya çıkması ve modelin bunu izahatın âciz kalması sonucu yeni ve daha mütekâmil bir model aramak zorunda kalındığı ve fiziksel gerçeğin de tam ele geçirildiği sanıldığı anda fizikçinin parmakları arasından kayıp gittiği müşâhede olunmaktadır. Bununla beraber her safhada, modelin evvelkilerine nisbetle daha güçlü olduğu, ve teorik olarak öngördüğü sonuçlarla deneylerin

verdiği sonuçlar arasındaki farkların da gitgide daha azaldığı, yâni izah gücü bakımından modellerin bir evrimi haiz oldukları müşâhede edilmektedir.

Buraya kadar olan atom modellerinin matematik formülâsyonunun dayanağını, hep klâsik NEWTON ya da rölâtive mekaniğinin maddesel noktaya uygulanması teşkil etmekte idi. Bundan başka bütün bu modellerin hepsinin, atomun şu veyâ bu türlü fakat, kesin bir geometrik gösterilişini temin etmeleri de ortak bir husûsiyetleri idi.

1924 yılında DE BROGLİE'un, her maddesel tâneciğe bir dalgalı hareket ve her dalgalı harekete de maddesel bir tânecik tekaabül ettirebileceğini yâni madde ile dalganın aynı bir cevherin çeşitli fiziksel şartlara göre tezâhür eden iki ayrı vechesi olduğunu göstermesi üzerine HEISENBERG, BORN, BOHR, JORDAN ve SCHRÖDİNGER tarafından tutarlı bir doktrin olarak geliştirilen kuvantum mekaniği ve bunun Kopenhag ekolüne göre yorumu atom modelinin mâhiyeti hakkında alışlagelmiş fikir ve düşünceleri alt üst etmiştir.

Nitekim klâsik veyâ rölâtivist maddesel nokta mekaniği ile kuvantum (veyâ dalga) mekaniği arasındaki telâkki farkının bunda rolü büyüktür. Klâsik maddesel nokta mekaniğinde m kütleli bir nokta üzerine tesir eden \vec{F} kuvveti veyâhut da bu kuvveti $\vec{F} = \text{grad } V$ bağıntısı aracılığıyla türeten $V = V(\vec{r})$ potansiyeli ve $\vec{r}(0) = \vec{r}_0$ $(d\vec{r}/dt)_{t=0} = \vec{v}_0$ şeklindeki başlangıç şartları verildi miydi gözönüne alınan noktanın hareket kanununu ve yörüngesini $t=0$ ile $t \rightarrow \infty$ arası için dinamiğin temel kanununun ifâdesi olan

$$m \frac{d^2 \vec{r}(t)}{dt^2} = \vec{F}$$

denkleminde hareketle kesin bir şekilde tesbit etmek ve maddesel noktanın $t \rightarrow \infty$ için her ânki durumunu kesin olarak öngörmek kaabildir. Bu, klâsik fiziğin belirlilik (determinizm) ilkesidir.

Dalga mekaniğinde ise dikkat, maddesel noktaya tekaabül eden dalga üzerinde toplanır. m kütlelerini, E enerjisini haiz ve bir $V = V(\vec{r})$ potansiyelinin doğurduğu kuvvet alanında bulunan maddesel noktaya tekaabül eden ψ dalgası

$$\Delta \psi(\vec{r}) + \frac{8\pi^2 m}{h^2} [E - V(\vec{r})] \psi(\vec{r}) = 0$$

şeklindeki SCHRÖDİNGER dalga denkleminin uygun *sınır şartlarını* gerçekleyen çözümü olarak elde edilir. Kopenhag ekolüne göre dalga fonksiyonu başlıbaşına fiziksel bir anlamı haiz olmayıp ancak ψ ile ψ 'nin eşleniği olan ψ^* in çarpımı olan $\psi^*\psi$ bir anlamı haizdir. Bu ekolün yorumuna göre

$$\psi^*(\vec{r}) \cdot \psi(\vec{r}) d^3 r$$

ifâdesi, göz önüne alınan maddesel noktanın r yi çevreleyen $d^3 r$ elemanter hacmi içinde bulunma ihtimâlidir. Binâenaleyh bu görüşe göre maddesel noktanın yörüngesinden bahsetmek imkânsızdır. Olsa olsa maddesel noktanın şu noktada bulunma ihtimâlinin bu noktada bulunma ihtimâline nazaran daha küçük veyâ daha büyük olup olmadığından söz edilebilir.

Şüphesiz ki yörünge kavramını bu kadar muğlâk kılan bir görüş içinde belirlilik (determinizm) ilkesinden bahsetmek abestir. Nitekim HEISENBERG'in tesis ettiği belirsizlik bağıntılarına binâen mikrokozmik olaylar için bir maddesel noktanın impulsunu ve mütekaabil konumunu aynı anda kesinlikle belirlemek imkânsızdır. Bu imkânsızlık kullanılan âletlerin hassasiyetlerinin bir aşağı sınırı haiz olmalarından değil fakat fiziksel modelin mâhiyetinden ileri gelmektedir. Benzer bir belirsizlik de maddesel bir noktanın enerjisinin ve bu enerjiyi haiz olduğu ânın aynı ânda kesinlikle belirlenmesi bahis konusu olduğu zaman cârîdir.

Dalga mekaniğinin belirsizlik ilkesi çerçevesi içinde temin ettiği atom modelinin her türlü geometrik kesinlikten soyunmuş bir model olduğu aşikârdır. Bu ilkeler muvâcehesinde elektronun çekirdeğe ne kadar uzaklıkta bulunduğu hiçbir anlamı kalmamaktadır. Zirâ model buna cevap vermemekte, ancak elektronun çekirdeğe olan mümkün uzaklıklarına tekaabül eden ihtimâliyetleri bildirebilmektedir. Bu itibarla kuvantum mekaniğinin ortaya koyduğu atom modeli her türlü kesin geometrik gösterilişlerden soyunmuş sâdece SCHRÖDİNGER denklemini ve $\psi^*\psi$ ifâdesinin Kopenhag ekolüne göre yorumunu temel aksiyomlar olarak kabul eden *sırf matematik bir formalizm* şeklinde karşımıza çıkmaktadır.

Fizikçilerin yıllardır alışageldikleri geometrik kesin bir gösterilişe bağlı modeller yanında bu yeni modele alışmak daha ziyâde psikolojik bir husustur. Esas olan, eğer bu modele dayanarak öngörülen olayları ve bulunan sonuçları deneyler de teyid ederlerse, bu modelin geçerli bir fiziksel model mertebesinde yükseleceğidir ki deneyler bu hususu teyid ettikten maadâ bu model aracılığıyla, atomların spektrumlarının deney-

lere uygunluklarının da sağlandığını görerek, çok daha güçlü bir şekilde yorumlamak ve çağdaş fiziğin radyoaktif bozulmadan, yarı-iletkenler ve lazerlere kadar birçok konularını rasyonel bir tündengelim silsilesi içinde öngörmek kaabil olabilmıştır.

Fakat bu modelin dayandığı formalizm rölâtivist olmadığından bunu rölâtivist kılmak gerekmiş ve DİRAC 1928 de SCHRÖDİNGER denklemine tekaabül eden rölâtivist ifâdeyi tesis etmeyi başarmıştır. Bu yeni formalizm sâyesinde de temel tânecikler fiziğinin muammâları üzerine eğilmek ve hattâ lâboratuvarda keşfedilmelerinden önce pekçok temel tâneciğin varlığını ve özelliklerini öngörmek mümkün olmuştur.

Fiziksel model kavramına müşahhas (somut) bir misal vermiş olmak için atom modellerini incelememiz esnâsında, bilvesile, fiziksel model kavramının da nasıl bir evrime uğradığını görmüş olduk. Bilhassa atom modelleri için çok bâriz olan bu evrimin fiziğin her konusunda aynı vüs'atte kendisini göstermesi beklenmez. Yukarıda da görmüş olduğumuz vechile atom modelleri önceleri geometrik bir gösterilişi haiz olup bunların matematik formalizmi kısmen bu geometrik gösterilişe dayanmaktadır. Sonraları ise geometrik gösteriliş tamamen kaybolmuş ve model soyut bir aksiyomatik aracılığıyla sırf bir formalizme müncer olmuştur.

Mâhiyeti ne olursa olsun fiziksel bir model (I. Bölümde de ve bu XII. Bölüm boyunca da üzerinde durulduğu gibi) bilinen olayların izâhını temin ettiği, bilinmeyen yeni olaylar öngörebildiği ve sonuçları da deney sonuçlarıyla uygun düştüğü müddetçe geçerli olur. Ondan sonra yerine geçecek olan model ise çok kere selefine çok bağlı bir şekilde tasarlanır.

Sırf formalizme müncer olan fiziksel modeller için, geçerlilik sürelerince, fiziksel gerçeğin belirli bir vechesini aksettiriyor demek artık doğru olmaz; olsa olsa fiziksel gerçekten haber (informasyon) veriyorlar denebilir. Çünkü bunlarda geometrik gösteriliş artık ortadan hemen hemen tamâmen kaybolmuş gibidir.

Fiziksel model kavramının çağdaş fizikteki rolüne temas eden bu bölümden sonra okuyucunun I. Bölümü tekrar ve dikkatlice okuması tavsiyeye şâyândır.

Y A Z A R I N E S E R L E R İ

- * **Çözölmüş Atom ve Reaktör Fizigi Problemleri**; İTÜ Nükleer Enerji Enstitüsü, 1962 (Çeviri).
- * **Nötronların Difüzyon Teorisi, 1. Cild**; İTÜ Nükleer Enerji Enstitüsü, 1963.
- * **Nötronların Difüzyon Teorisi, 2. Cild**; İTÜ Nükleer Enerji Enstitüsü, 1963.
- * **Geometrik Eşitsizlikler** ; Türk Matematik Derneği, 1963 (Çeviri).
- * **Contributions à la Théorie de la Diffusion des Neutrons Dépendant du Temps**; İTÜ Nükleer Enerji Enstitüsü, 1964.
- * **Kuvantum Mekanığına Giriş** ; İTÜ Nükleer Enerji Enstitüsü, 1965 (Çeviri).
- * **Reaktör Kritikliğinin Nötronların Difüzyon Teorisine Göre Analitik Vecheleri**; İTÜ Nükleer Enerji Enstitüsü, 1966 (Çeviri).
- * **Hızlı Reaktörlerin Fiziksel Analizine Giriş**; İTÜ Nükleer Enerji Enstitüsü, 1966 (Çeviri).
- * **Nötronların Difüzyon Teorisi, I. Cild (düzeltilmiş ikinci baskı)**; İTÜ Nükleer Enerji Enstitüsü, 1969.
- * **Nükleer Reaktörler Fiziginin Matematik Temelleri**; İTÜ Nükleer Enerji Enstitüsü, 1969 (Çeviri).
- * **Çağdaş Fizige Giriş Çözömlü Problem Kitabı (Şehsuvar Zebitay ile birlikte)**; İTÜ Elektrik Faköltesi, 1970.
- * **Çağdaş Fizige Giriş Ders Kitabı, 1. Cild**; İTÜ Elektrik Faköltesi, 1970.
- * **Fizikte Matematik Metotlar Ders Kitabı**; İTÜ Elektrik Faköltesi, 1971.
- * **Klâsik Teorik Mekanik**; İst. Üniv. Fen Faköltesi, 1976.
- * **Isı Teorisi**; İst. Üniv. Fen Faköltesi, 1977.
- * **Isı Teorisi Çözömlü Problem Kitabı (Emine Rıza ile birlikte)**, İst. Üniv. Fen Faköltesi, 1978.
- * **Çağdaş Fizige Giriş Ders Kitabı (ikinci baskı)**; İst. Üniv. Fen Faköltesi, 1978.
- * **Çağdaş Fizige Giriş Çözömlü Problem Kitabı (ikinci baskı)**, İst. Üniv. Fen Faköltesi, 1979.
- * **Klâsik Teorik Mekanik (ikinci baskı)**; İst. Üniv. Fen Faköltesi, 1981.
- * **Gravitasyonun Rölâivist Teorileri**; İst. Üniv. Fen Faköltesi, 1982.
- * **Kozmolojiye Giriş**; İst. Üniv. Fen Faköltesi, 1981.
- * **Klâsik Elektrodinamiğe Giriş**; İst. Üniv. Fen Faköltesi, 1983.
- * **Çağdaş Fizige Giriş Ders Kitabı (üçüncü baskı)**, İst. Üniv. Fen Faköltesi, 1983.
- * **Fizikte Matematik Metotlar**; (ikinci baskı) İst. Üniv. Fen Faköltesi, 1983.

HAZIRLANMAKTA OLANLAR

- * **Klâsik Teorik Mekanik Çözömlü Problem Kitabı (Şehsuvar Zebitay ile birlikte).**